

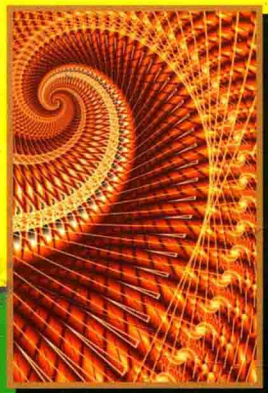
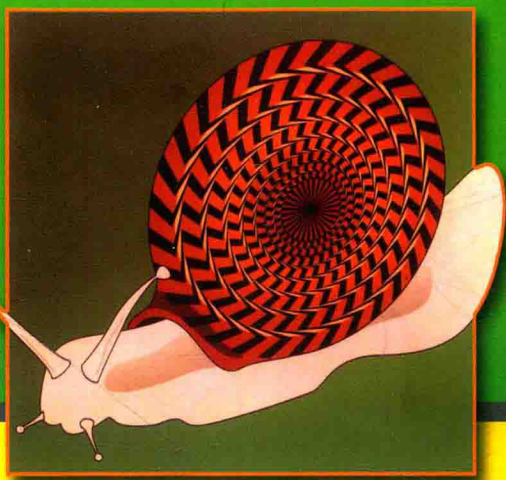
中学数学拓展丛书

数学史话览胜

SHUXUE SHIHUA LANSHENG

第2版

沈文选 杨清桃 编著



数学历史，充满了前辈们创造与再创造的诱人的心血机智，让我们可以从中汲取丰富的营养！

数学使人精密，读史使人明智，精明是有数学头脑的标志！



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

● 中学数学拓展丛书

本册书是湖南省教育厅科研课题“教育数学的研究”（编号06C510）成果之十一

数学史话览胜

SHUXUE SHIHUA LANSHENG

第2版

沈文选 杨清桃 编著



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本书共分十一章:第一章学习数学史的意义,第二章数学的起源,第三章数学史的分期及各时期的著名数学家,第四章算术史话,第五章代数学史话,第六章函数概念的形成与发展,第七章几何学史话,第八章解析几何史话,第九章微积分史话,第十章射影几何史话,第十一章概率论史话.

本书可作为高等师范院校、教育学院、教师进修学院数学专业及国家级、省级中学数学骨干教师培训班的教材或教学参考书,是广大中学数学教师及数学爱好者的数学视野拓展读物.

图书在版编目(CIP)数据

数学史话览胜/沈文选,杨清桃编著.—2版.—哈尔滨:
哈尔滨工业大学出版社,2017.1

(中学数学拓展丛书)

ISBN 978-7-5603-6437-7

I. ①数… II. ①沈… ②杨… III. ①中学数学课—
教学参考资料 IV. ①G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 001516 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 钱辰琛 聂兆慈

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 18.5 字数 462 千字

版 次 2008 年 1 月第 1 版 2017 年 1 月第 2 版

2017 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-6437-7

定 价 48.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

◎
序

我和沈文选教授有过合作,彼此相熟。不久前,他发来一套数学普及读物的丛书目录,包括数学眼光、数学思想、数学应用、数学模型、数学方法、数学史话等,洋洋大观。从论述的数学课题来看,该丛书的视角新颖,内容充实,思想深刻,在数学科普出版物中当属上乘之作。

阅读之余,忽然觉得公众对数学的认识很不相同,有些甚至是彼此矛盾的。例如:

一方面,数学是学校的主要基础课,从小学到高中,12年都有数学;另一方面,许多名人在说“自己数学很差”的时候,似乎理直气壮,连脸也不红,好像在宣示:数学不好,照样出名。

一方面,说数学是科学的女王,“大哉数学之为用”,数学无处不在,数学是人类文明的火车头;另一方面,许多学生说数学没用,一辈子也碰不到一个函数,解不了一个方程,连相声也在讽刺“一边向水池注水,一边放水”的算术题是瞎折腾。

一方面,说“数学好玩”,数学具有和谐美、对称美、奇异美,歌颂数学家的“美丽的心灵”;另一方面,许多人又说,数学枯燥、抽象、难学,看见数学就头疼。

数学,我怎样才能走近你,欣赏你,拥抱你?说起来也很简单,就是不要仅仅埋头做题,要多多品味数学的奥秘,理解数学的智慧,抛却过分的功利,当你把数学当作一种文化来看待的时候,数学就在你心中了。

我把学习数学比作登山,一步步地爬,很累,很苦。但是如果你能欣赏山林的风景,那么登山就是一种乐趣了。

登山有三种意境。

首先是初识阶段。走入山林,爬得微微出汗,坐拥山色风光。体会“明月松间照,清泉石上流”的意境。当你会做算术,会记账,

能够应付日常生活中的数学的时候,你会享受数学给你带来的便捷,感受到好似饮用清泉那样的愉悦。

其次是理解阶段。爬到山腰,大汗淋漓,歇足小坐。环顾四周,云雾环绕,满目苍翠,心旷神怡。正如苏轼名句:“横看成岭侧成峰,远近高低各不同。不识庐山真面目,只缘身在此山中。”数学理解到一定程度,你会感觉到数学的博大精深,数学思维的缜密周全,数学的简捷之美,使你对符号运算能够有爱不释手的感受。不过,理解了,还不能创造。“采药山中去,云深不知处。”对于数学的伟大,还莫测高深。

第三则是登顶阶段。攀岩涉水,越过艰难险阻,到达顶峰的时候,终于出现了“会当凌绝顶,一览众山小”的局面。这时,一切疲乏劳顿、危难困苦,全都抛到九霄云外。“雄关漫道真如铁”,欣赏数学之美,是需要代价的。当你破解了一道数学难题,“蓦然回首,那人却在,灯火阑珊处”的意境,是语言无法形容的快乐。

好了,说了这些,还是回到沈文选先生的丛书。如果你能静心阅读,它会帮助你一步步攀登数学的高山,领略数学的美景,最终登上数学的顶峰。于是劳顿着,但快乐着。

信手写来,权作为序。

张奠宙

2007年11月13日

于沪上苏州河边

附 文

(文选先生编著的丛书,是一种对数学的欣赏。因此,再次想起数学思想往往和文学意境相通,年初曾在《文汇报》发表一短文,附录于此,算是一种呼应)

数学和诗词的意境

张奠宙

数学和诗词,历来有许多可供谈助的材料。例如:

一去二三里,烟村四五家。

亭台六七座,八九十枝花。

把十个数字嵌进诗里,读来朗朗上口。郑板桥也有题为《咏雪》的诗云:

一片二片三四片,五六七八九十片。

千片万片无数片,飞入梅花总不见。

诗句抒发了诗人对漫天雪舞的感受。不过,以上两诗中尽管嵌入了数字,却实在和数学没有什么关系。

数学和诗词的内在联系,在于意境。李白的题为《送孟浩然之广陵》的诗云:

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

故人西辞黄鹤楼，烟花三月下扬州。

孤帆远影碧空尽，唯见长江天际流。

数学名家徐利治先生在讲极限的时候，总要引用“孤帆远影碧空尽”这一句，让大家体会一个变量趋向于0的动态意境，煞是传神。

近日与友人谈几何，不禁联想到初唐诗人陈子昂的题为《登幽州台歌》的诗中的名句：

前不见古人，后不见来者。

念天地之悠悠，独怆然而涕下。

一般的语文解释说：上两句俯仰古今，写出时间绵长；第三句登楼眺望，写出空间辽阔；在广阔无垠的背景中，第四句描绘了诗人孤单寂寞、悲哀苦闷的情绪，两相映照，分外动人。然而，从数学上看来，这是一首阐发时间和空间感知的佳句。前两句表示时间可以看成是一条直线（一维空间）。陈老先生以自己为原点，前不见古人指时间可以延伸到负无穷大，后不见来者则意味着未来的时间是正无穷大。后两句则描写三维的现实空间：天是平面，地是平面，悠悠地张成三维的立体几何环境。全诗将时间和空间放在一起思考，感到自然之伟大，产生了敬畏之心，以至怆然涕下。这样的意境，数学家和文学家是可以彼此相通的。进一步说，爱因斯坦的四维时空学说，也能和此诗的意境相衔接。

贵州省六盘水师专的杨老师告诉我他的一则经验。他在微积分教学中讲到无界变量时，用了宋朝叶绍翁题为《游园不值》中的诗句：

春色满园关不住，一枝红杏出墙来。

学生每每会意而笑。实际上，无界变量是说，无论你设置怎样大的正数 M ，变量总要超出你的范围，即有一个变量的绝对值会超过 M 。于是， M 可以比喻成无论怎样大的园子，变量相当于红杏，结果是总有一枝红杏越出园子的范围。诗的比喻如此恰切，其意境把枯燥的数学语言形象化了。

数学研究和学习需要解题，而解题过程需要反复思索，终于在某一时刻出现顿悟。例如，做一道几何题，百思不得其解，突然添了一条辅助线，问题豁然开朗，欣喜万分。这样的意境，想起了王国维用辛弃疾的词来描述的意境：“众里寻他千百度。蓦然回首，那人却在，灯火阑珊处。”一个学生，如果没有经历过这样的意境，数学大概是学不好的了。

前言

言

音

乐能激发或抚慰情怀,绘画使人赏心悦目,诗歌能动人心弦,哲学使人获得智慧,科技可以改善物质生活,但数学却能提供以上的一切.

——克莱因(Klein)

任何一门数学分支,不管它如何抽象,总有一天会在现实的现象中找到应用.

——罗巴切夫斯基(Lobachevsky)

数学是有用的,如果谁想理解自然并利用它的能量,那他甚至不能离开数学.

——A·伦伊(A. Renyi)

数学甚至在其最纯的与最抽象的状态下,也不与生活相分离.它恰恰是掌握生活问题的理想方式,这正如同雕刻把人的体形理想化,或者如同诗和画,分别把形象与景物理想化一样.

——C·J·凯塞尔(C. J. Keyser)

人们喜爱音乐,因为它不仅有神奇的乐谱,而且有悦耳的优美旋律!

人们喜爱画卷,因为它不仅描绘出自然界的壮丽,而且可以描绘人间美景!

人们喜爱诗歌,因为它不仅是字词的巧妙组合,而且有抒发情怀的韵律!

人们喜爱哲学,因为它不仅是自然科学与社会科学的浓缩,而且使人更加聪明!

人们喜爱科技,因为它不仅是一个伟大的使者与桥梁,而且是现代物质文明的标志!

而数学之为德,数学之为用,难以用旋律、美景、韵律、聪明、标志等词语来表达!

你看,不是吗?

数学精神,科学与人文融合的精神,它是一种理性精神!一种求简、求统、求实、求美的精神!数学精神似一座光辉的灯塔,指引数学发展的航向!数学精神似雨露阳光滋润人们的心田!

数学眼光,使我们看到世间万物充满着带有数学印记的奇妙的科学规律,看到各类书籍和文章的字里行间有着数学的踪迹,使我们看到满眼绚丽多彩的数学洞天!

数学思想,使我们领悟到数学是用字母和符号谱写的美妙乐曲,充满着和谐的旋律,让人难以忘怀,难以割舍!让我们在思疑中启悟,在思辨中省悟,在体验中领悟!

数学方法,人类智慧的结晶,它是人类的思想武器!它像画卷一样描绘着各学科的异草奇葩般的景象,令人目不暇接!它的源头又是那样的寻常!

数学解题,人类学习与掌握数学的主要活动,它是数学活动的一个兴奋中心!数学解题理论博大精深,提高其理论水平是永远的话题!

数学技能,在数学知识的学习过程中逐步形成并发展的一种大脑操作方式.它是一种智慧!它是数学能力的一种标志!操控数学技能是追求的一种基础性目标!

数学应用,给我们展示出了数学的神通广大,在各个领域与角落闪烁着人类智慧的火花!

数学建模,呈现出了人类文明亮丽的风景!特别是那呈现出的抽象彩虹——一个个精巧的数学模型,璀璨夺目,流光溢彩!

数学竞赛,许多青少年喜爱的一种活动,这种数学活动有着深远的教育价值!它是选拔和培养数学英才的重要方式之一.这种活动可以激励青少年对数学学习的兴趣,可以扩大他们的数学视野,促进创新意识的发展!数学竞赛中的专题培训内容展示了竞赛数学亮丽的风采!

数学测评,检验并促进数学学习效果的重要手段.测评数学的研究是教育数学研究中的一朵奇葩!测评数学的深入研究正期待着我们!

数学史话,充满了前辈们创造与再创造的诱人的心血机智,让我们可以从中汲取丰富的营养!

数学欣赏,对数学喜爱的情感的流淌.这是一种数学思维活动的崇高情表!数学欣赏,引起心灵震撼!真、善、美在欣赏中得到认同与升华!从数学欣赏中领略数学智慧的美妙!从数学欣赏走向数学鉴赏!从数学文化欣赏走向文化数学研究!

因此,我们可以说,你可以不信仰上帝,但不能不信仰数学.

从而,提高我国每一个公民的数学文化水平及数学素养,是提高我国各个民族整体素质的重要组成部分,这也是数学基础教育中的重要目标.为此,笔者构思了这套丛书.

这套丛书是笔者学习张景中院士的教育数学思想,对一些数学素材和数学研究成果进行再创造并以此为指导思想来撰写的;是献给中学师生,企图为他们扩展数学视野、提高数

学素养以响应张奠宙教授的倡议:建构符合时代需求的数学常识,享受充满数学智慧的精彩人生的书籍。

不积小流无以成江河,不积跬步无以至千里,没有积累便没有丰富的素材,没有整合创新便没有鲜明的特色。这套丛书的写作,是笔者在多年资料的收集、学习笔记的整理及笔者已发表的文章的修改并整合的基础上完成的。因此,每册书末都列出了尽可能多的参考文献,在此,衷心地感谢这些文献的作者。

这套丛书,作者试图以专题的形式,对中、小学典型的数学问题进行广搜深掘来串联,并以此为线索来写作的。

这一本是《数学史话览胜》。

数学使人精密,读史使人明智!精明是有数学头脑的标志!

数学是一门应用广泛的重要基础学科,数学是提高思维能力的有力手段,数学是理性思维的基本形式。从文化层面来说,数学眼光、思想、方法等是一种深刻而有力的文化素养。因此,数学教育的一个重要方面就是把数学作为一种文化传输给学生,培养学生的科学思维方式,培养正确的人文观以及兼备才、学、知等数学素养。在数学文化里,除了数学概念、定理、思想、方法及技巧外,还应包括数学知识的产生、演变、发展,创造这些知识的人、产生这些人和这些知识的客观条件,还有这些知识的社会作用和对文化的影响,即数学史的内容。从数学内在的发展规律和数学发展与社会发展的关系即从数学内史与外史上进行认识,才能了解数学概念、定理的来龙去脉,深入地探讨数学的本质和意义,深刻地领悟数学的精华,极大地提高受教育者的数学素养。

发掘古典数学的瑰宝,也是激发学生学习数学的兴趣的重要措施。进行数学史教育在提高学生的数学修养的同时,可让学生受到真正意义的数学教育。了解数学科学的发展规律,体会数学科学对人类文明的极端重要性,加深对数学思想、数学方法与某些重要数学内容的理解,感受数学的文化价值与美学价值。现代微分几何国际大师沃尔夫奖获得者、著名的数学家陈省身教授,在1989年首届“陈省身数学奖”授奖大会上曾强调:我们应当重视数学史的教学与研究,这对21世纪显得更为重要。

在平常的数学教学中,适当地穿插数学史内容,不论是原始文献或第二手资料、史实罗列或深入研究的成果、数学评述或小故事和传记,这都是给学生补进内容丰富的营养品,这些都是值得学生们学习、吸收、消化、运用和传播的。

将数学史引进中学数学课堂,有趣的数学知识会使学生感到数学有趣,一些数学家刻苦钻研的故事会对学生形成榜样的力量。学习数学家们做学问、做人的严谨态度、锲而不舍的探索精神和求实的批判的思维方式,形成崇尚理性、诚信、认真和勤于实践的思想作用。运用数学史消除那些荒诞的想法,诸如数学是静止的、一元的、现成的、无误的、永不变化的,且仅为男孩子而设等;利用数学史,可以使数学人性化,可显示数学发展历程,观察数学对社会以及社会对数学的作用,揭示数学各学科内在的性质以及阐述多种文化的联系。

中国的传统数学,在漫长的历史过程中形成了自己独特的风格,那些杰出的成就在世界数学史上毋庸置疑地占有较高地位,作为一个完整的源于实践、用于实践、具有鲜明的社会性,以及数形结合,以算为主,使用算器,建立一套算法体系,“寓理于算”和理论的高度精练的基本特点等显著特色或重要特征。在世界数学史中中国传统数学的地位是不可低估的。中国传统数学中有些独特的思想和方法,至今还值得深入探讨和研究。中国古代数学著作大多

沿用“问—答—术”的形式,即包括问题、答案、算法三部分.其中表示算法的“术文”就是一个计算程序,它们确实可以编译为计算机语言,上机运算.还有人更形象地把算筹比喻为计算机的硬件,而术文则是软件.对于中国传统数学中的程序化计算,新近越来越多地引起了国内外有关专家的兴趣和注意.中国传统数学注重数与形结合起来加以研究,这是颇具现实意义的思想方法.这方面的例证,在中国传统数学中可谓比比皆是.如赵爽注《周髀》中证明勾股定理和有关定理所用的“勾股圆方图”、刘徽注《九章算术》中有关开方术的论述等都是很典型的.中国传统数学中几何论证方面所特有的某些公理和方法,如“出入相补原理”“截割原理”“刘徽原理”“祖暅原理”、模型法、无穷分割法和极限法等,不仅促进了中国古代数学的发展,而且对现代数学理论的研究也是有启发意义的.吴文俊院士在论述“出入相补原理”时,曾指出:“多面体的体积理论到现在还余韵未尽,估计中国古代几何中的思想和方法,或许对进一步的探讨还不无帮助.”在中国传统数学萌芽、形成和发展的过程中,涌现出许多杰出的数学家:如刘徽、祖冲之、秦九韶、李冶、朱世杰等,他们给后世留下了不少数学著作.这些数学家的著作成为中国传统数学宝库中的重要组成部分.因此,在这本《数学史话览胜》中对中国传统数学给予了较多的关注,这也是根据中学数学教学目标的要求而考虑的.

数学史料浩如烟海,编者只好以史话览胜的方式呈现中学数学所涉及的历史资料.

在《数学史话览胜》的编写过程中,笔者参考了钱宝琮、梁宗巨、袁小明、张奠宙、李铭心、解延年、白尚恕、李文汉等先生以及《数学通报》《中学生数学》《中学数学教学》等杂志的大量著作,特别是袁小明先生的《数学史话》、李铭心等的《中学数学中的数学史》给予较多启示.在此,谨向这些学界的前辈们及各位作者们深表谢意.

最后,要衷心感谢张奠宙教授在百忙之中为本套丛书作序!

衷心感谢刘培杰数学工作室,感谢刘培杰老师、张永芹老师、钱辰琛老师、聂兆慈老师等诸位老师,是他们的大力支持,精心编辑,使得本书以新的面目展现在读者面前!

衷心感谢我的同事邓汉元教授,我的朋友赵雄辉、欧阳新龙、黄仁寿,以及我的研究生们:羊明亮、吴仁芳、谢圣英、彭熹、谢立红、陈丽芳、谢美丽、陈森君、孔璐璐、邹宇、谢罗庚、彭云飞等对我写作工作的大力协助,还要感谢我的家人对我们写作的大力支持!

沈文选 杨清桃

2015年6月于岳麓山下

第一章 学习数学史的意义

1.1 数学史研究的对象	1
1.2 学习数学史的意义	1

第二章 数学的起源

2.1 数的概念的形成	12
2.1.1 数的概念产生的物质基础	12
2.1.2 数觉与等数性	12
2.2 数的语言、符号与记数方法的产生和演变	13
2.2.1 数的语言	13
2.2.2 数的符号——数字	14
2.2.3 古代的进位制	19
2.3 几何的起源	19
2.3.1 形的起源	19
2.3.2 几何图形	20
2.3.3 实验几何	21

第三章 数学史的分期及各时期的著名数学家

3.1 中国数学史部分及中国古代著名数学家	23
3.1.1 古代数学的初期	23
3.1.2 古代数学体系形成时期	24
3.1.3 古代数学稳步发展时期	26
3.1.4 古代数学的兴盛时期	29
3.1.5 古代数学衰落时期	32
3.1.6 西方数学传入时期	32
3.1.7 走向蓬勃发展的新时期	35
3.2 外国数学史部分及外国古代著名数学家	45
3.2.1 萌芽时期	45
3.2.2 初等数学时期	45
3.2.3 高等数学时期	53

目 录

CONTENTS



3.2.4 近代数学时期	62
3.2.5 现代数学时期	66

第四章 算术史话

4.1 对自然数认识的几个阶段	71
4.2 自然数的早期研究	73
4.3 常用最繁的数码	74
4.4 “0”的符号溯源	75
4.5 数的运算	77
4.6 小数的产生与表示	80
4.7 最早的二进制制	82
4.8 “算术”一词的内涵	83
4.9 珠算与算盘史略	84

第五章 代数学史话

5.1 从算术到代数	86
5.2 数系的扩张	88
5.2.1 负数的产生与确定——数系的第二次扩张	88
5.2.2 无理数的发现——数系的第三次扩张	90
5.2.3 虚数、复数的发现——数系的第四次扩张	92
5.2.4 超复数——四元数	96
5.3 方程与方程组的简史	98
5.3.1 方程的研究简史	98
5.3.2 方程组的研究简史	111
5.3.3 高次方程根式解及“群”概念的产生	116
5.4 等差、等比数列小史	117
5.4.1 等差数列	117
5.4.2 等比数列	120
5.4.3 高阶等差数列的和与“招差术”	123
5.5 对数的产生与发展	125
5.5.1 对数的产生	125
5.5.2 对数表的发展和完善	127
5.6 数学符号的产生与演进	128
5.6.1 加法符号“+”	128
5.6.2 减法符号“-”	129
5.6.3 乘法符号“ $\times$ ”	129
5.6.4 除法符号“ $\div$ ”	129
5.6.5 等号“=”、大于号“ $>$ ”、小于号“ $<$ ”	130
5.6.6 小括号“()”、中括号“[]”、大括号“{ }”	130
5.6.7 根号“ $\sqrt{\quad}$ ”	130
5.6.8 指数符号“ $a^{\quad}$ ”	130

5.6.9	对数符号“log”“ln”	131
5.6.10	虚数单位 i, π, e 以及 $a+bi$	131
5.6.11	函数符号	131
5.6.12	求和符号“ $\sum$ ”、和号“S”、极限符号及微积分符号	132
5.6.13	三角函数的符号与反三角函数的符号	132
5.6.14	其他符号	133
5.7	集合概念的形成与发展	134
5.8	代数学在中国的发展	137
5.8.1	《九章算术》中的代数内容	137
5.8.2	《九章算术》中的盈不足算法	138
5.8.3	刘徽在代数方面的贡献	141
5.8.4	《孙子算经》与剩余定理	144
5.8.5	《张丘建算经》与不定方程问题	145
5.8.6	《缉古算经》与三次方程	145
5.8.7	贾宪的“增乘开方法”与“贾宪三角”	146
5.8.8	沈括的“隙积术”	148
5.8.9	秦九韶的《数书九章》	149
5.8.10	李冶的“天元术”	151
5.8.11	朱世杰与“四元术”	151

第六章 函数概念的形成与发展

6.1	函数概念的产生	153
6.2	对数函数与指数函数	153
6.2.1	对数、幂、指数	153
6.2.2	指数函数与对数函数	155
6.3	三角学的确定与三角函数	156
6.3.1	三角学的确定	156
6.3.2	三角函数	160
6.3.3	三角学在我国的发展	162
6.4	函数概念的演变	163
6.4.1	作为曲线的函数	163
6.4.2	变量依赖说	164
6.4.3	变量对应说	164
6.4.4	集合对应说	164
6.4.5	集合关系说	165

第七章 几何学史话

7.1	“几何”一词的意义与几何学发展的分期	166
7.2	图形概念与早期几何学史	167
7.3	欧几里得的《几何原本》	169
7.3.1	《几何原本》的诞生	169

目 录

CONTENTS



目 录

7.3.2	《几何原本》的理论体系	170
7.3.3	《几何原本》内容简介	171
7.3.4	《几何原本》的缺陷	173
7.4	尺规作图与几何学三大问题	173
7.5	圆周率简史	176
7.6	正多边形的作图史略	180
7.7	黄金分割小史	181
7.8	对平行公设的探讨	183
7.9	非欧几何简史	186
7.10	几何学在中国的发展	188
7.10.1	《墨经》中的几何概念	189
7.10.2	《周髀算经》与勾股定理	189
7.10.3	《九章算术》中的面积、体积计算	190
7.10.4	刘徽在几何方面的成就	193
7.10.5	祖冲之的圆周率与祖暅原理	197
7.10.6	《数书九章》中的几何问题	199
7.10.7	沈括的“会圆术”	201
7.10.8	李冶的勾股容圆	201
7.10.9	梅文鼎的多面体	202
7.11	几何学发展年表	203

第八章 解析几何史话

8.1	对圆锥曲线的认识	206
8.2	费马的解析几何	210
8.3	笛卡儿的解析几何	210
8.4	解析几何的发展	213
8.4.1	解析几何思想的进一步阐发	213
8.4.2	坐标法的进一步完善	214
8.4.3	新坐标系的引进	214
8.4.4	解析几何的推广	214
8.4.5	解析几何的系统叙述	214

第九章 微积分史话

9.1	微积分思想的萌芽	216
9.2	微积分产生的潜伏期	219
9.3	微积分产生的预备期	220
9.4	微积分的建立	222

第十章 射影几何史话

10.1	射影几何的创始人——笛沙格	225
------	---------------	-----

10.2	蒙日的画法几何为射影几何奠定了基础	226
10.3	彭赛列与射影几何	227

第十一章 概率论史话

11.1	概率论的发展线索	228
11.2	概率论的创立	228
11.3	概率论的发展	229
附录 1	历史上的三次数学危机	231
附录 2	数学中的重大奖项	235
附录 3	数学家年表	237
参考文献		258
作者出版的相关书籍与发表的相关文章目录		260
编后语		262

目 录

CONTENTS

第一章 学习数学史的意义

1.1 数学史研究的对象

任何一种事物都有其自身的具体内容和发展规律,有些事物从外表上看似乎杂乱无章,但实际上都是按照某些规律发展着的.数学也不例外,它也有自身的具体内容和发展规律.数学史不研究数学的具体内容,而是研究这些具体内容是如何萌芽、生长、壮大和成熟的,研究其中最一般的原则和规律,即数学史是研究数学发展规律的学科.

学习和研究数学发展规律不能凭空进行,学习与研究者要明确研究对象和掌握资料.数学史的研究对象与数学的研究对象是两个不同的范畴.数学的研究对象是空间形式和数量关系——抽象出规律来,如定义、公理、定理,乃至数学理论,等等.数学史的研究对象是数学发展的规律,包括研究方法、历史背景、学术交流、哲学对数学发展的影响、数学与实践的关系,等等.从认识上看,数学是第一个层次,数学史是第二个层次,后者是以前者为基础的.因此,数学史的研究对象是历代的数学成果和影响数学发展的各种因素.

中学数学史是研究中学数学发展的规律.

小学数学的发展,不是零散数学发现的堆砌,而是通过知识的积累,既有量的增长,也有质的变化.后来的数学理论并非是对前有理论的否定,而是在不断拓广,不断深化.前者为后者提供了准备,后者通过进一步抽象概括把前者囊括在自身之中.

1.2 学习数学史的意义

重视数学史与数学文化在数学教学中的作用,实际上可以说是一种国际现象.若干年前,美国数学协会(MAA)下属的数学教育委员会曾发出题为《呼唤变革:关于数学教师的数学修养》的建议书,其中呼吁所有未来的中小学教师,注意培养自身对各种文化在数学思想的成长与发展过程中所做的贡献有一定的鉴赏能力;对来自各种不同文化的个人(无论男女)在古代、近代和当代数学论题的发展上所做的贡献有所研究,并对中小学数学中主要概念的历史发展有所认识.

数学史是一门交叉学科,它的研究领域是数学和史学相重叠的那个部分.在数学里,不论我们是否需要,过去的成果和我们是休戚相关的.不论一个数学家是否愿意,也不管数学的陈述形成如何,他必须从古代数学的内容开始学习.数学是如此古老的一门学科,要比其他学科的产生早得多,致使其历史的研究也成了学者们努力探求的一个公认的学术领域.于是,使学习数学的学生了解所学科目的历史是很自然的事情,数学史可以看成是数学的一个重要组成部分,也可以看成是科学史或整个史学的一个组成部分.

学习和研究数学史最基本的目的,一是了解和熟悉数学发展的历史事实;二是了解和掌握数学在其历史发展过程中的特点和规律,探索前人的数学思想.熟悉、掌握数学史和发展规律,是数学学习和研究的必要基础;探索前人的数学思想,可以指导当前的数学教育工作.

法国数学家庞加莱(Poincaré, 1854—1912)曾说过:“如果我们想要预见数学的将来,适当的途径是研究这门科学的历史和现状。”我国数学家吴文俊也说过:“数学教育和数学史是分不开的。”陈省身先生也说过:“了解历史的变化是了解这门科学的一个步骤。”一些历史的例子,可以古为今用,可以被开发出来作为阐释某些抽象数学概念和思想的适宜的教学载体。

以算法概念为例.由于计算机科学的发展,算法的思想越来越受到重视,算法初步作为学习内容进入了高中课程.算法是能解决某一类问题的一般程序.算法的严格定义需要深奥的数理逻辑知识,在高中阶段显然难以做到.不过算法作为一个科学概念具有某些要素:除了上面提到的普遍性(对一整类问题普遍适用),还有如确定性(每一步都有明确的指令,告诉你下一步做什么,即没有二义性),机械性(能机械地反复迭代和循环进行),以及有效性(无论谁只要遵循程序去做,都能在有限步内得到一个同样的确定的结果)等.

我国教育行政部门是十分重视数学史的教学的.中国数学史已成为中学数学教材的一个重要组成部分.现行中学数学课本中直接介绍中国数学史的有数处,涉及数学家、数学名著、数学成就和方法等有几十个地方,并以习题、注释、课文、附录等多种形式出现.

为了贯彻“教育要面向现代化、面向世界、面向未来”的战略思想,要对现行教育体制进行改革,强调提高素质与能力.为了达到数学学科的教学目标,对数学史的教学应提出明确的要求:要使学生懂得数学来源于实践又反过来作用于实践,数学知识是相互联系和不断变化发展的,初步形成辩证唯物主义观.结合有关内容的教学,使学生了解我国国情、社会主义建设成就以及数学史料,提高学生的爱国主义热情和民族自尊心、自信心.

作为一名中学数学教师更需要对数学史有一定程度的了解.只有这样,才能把握初等数学中各学科的起源、发展的脉络,了解各种数学概念的背景材料,以便对于数学思想、数学方法有一个全面的了解,而不至于仅仅传授给学生一些支离破碎的数学知识.认真探索先人的数学思想,往往比仅仅掌握由此而得出的数学结论更为重要.中学数学史的学习与研究,对于中学数学教师来说,有着重要的意义.只有知其所以然,才能教其所以然.学习数学史,至少有如下五方面的意义.

第一,学习和研究数学史,有助于加深对数学知识本身的理解.

学习和研究数学史,可以追根溯源培养史学观念,有助于全面深刻地理解数学知识、数学中的各个基本概念、基本定理和基本理论.只有了解它们产生、形成和发展的过程,才能深刻掌握它们的本质.任何一部分数学知识的获得,都是一个运动的、历史的过程,都是前人长期探索的结果,它们都处于不断更新的永恒流动之中.回顾历史,就会使人们消除对已有数学知识来源的神秘感,消除对已有知识的僵化认识.例如,自然对数的底 $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = 2.71\cdots$,为什么把这样复杂的极限作为自然对数的底呢?回答这个问题,只能从对数发展史中获得.

耐普尔从1690年开始研究对数,当时还没有指数的概念,他是这样引出对数的.

设线段TS长度为 a , $T'S$ 是一条射线,质点 G 从 T 开始做变速运动,其速度与它到了的距离成正比.质点 L 从 T' 开始做匀速运动,其速度与 G 的初速相同,如图1.1所示.

当 G 运动到 G 点的时候, L 运动到 L 点,设 $GS = x$, $T'L = y$,耐普尔称 y 为 x 的对象.实际上,当 x 在变化时,可以看成是一个无穷递减的等比级数,而当 y 在变化时,可以看成是一个无穷递增的等差数列.