

# 板带轧机稳定运行动力学 模型体系及其工业应用

彭艳 等◎著



机械工业出版社  
China Machine Press



# 板带轧机稳定运行动力学模型 体系及其工业应用

彭 艳 孙建亮 张 阳 张 明 著



机械工业出版社  
China Machine Press

本书是燕山大学国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心彭艳教授课题组根据多年丰富的科学研究和工业应用成果编写而成。

全书共8章,详细介绍了板带轧机稳定运行动力学模型搭建技术,包括轧制变形区动力学,板带轧机刚性动力学,板带轧机辊系弯曲动力学,轧制过程中运动带钢动力学,面向板形板厚控制的轧机系统动力学,板带轧机系统刚柔耦合动力学,板带轧机传动系统动力学;并介绍了轧机动力学模型的现场应用效果。本书力图从理论和实践结合的角度来阐明提高轧机稳定运行的技术对策。本书介绍的理论方法新颖,具有非常高的学术价值和应用价值。

本书可供轧钢机械设计、制造及操作等工程技术人员使用,也可供高等院校有关专业的教师、研究生参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

板带轧机稳定运行动力学模型体系及其工业应用 / 彭艳等著. —北京:机械工业出版社, 2018. 6

ISBN 978-7-111-59577-9

I. ①板… II. ①彭… III. ①板材轧机—稳定运行—动力学模型 ②带材轧机—稳定运行—动力学模型 IV. ①TG333. 7

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第062181号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:王迺娟

封面设计:姚奋强 责任印制:恽海艳

北京宝昌彩色印刷有限公司印刷

2018年6月第1版第1次印刷

184mm×260mm·13.75印张·312千字

标准书号:ISBN 978-7-111-59577-9

定价:58.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:010-88361066

机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:010-68326294

机工官博:weibo.com/cmp1952

010-88379203

金书网:www.golden-book.com

封面无防伪标均为盗版

教育服务网:www.cmpedu.com

# 前 言

目前,板带轧机朝着高速化和智能化方向发展,轧制稳定性控制技术是保证生产过程和产品质量稳定的关键技术。轧制稳定性控制水平是钢铁工业追求的目标,反映了钢铁工业轧机故障诊断和智能化技术水平。

近年来,随着国内装备技术水平的提高,轧机长期高速高负荷运行,从国外引进的和自主设计的板带轧机都曾频繁出现轧机振动及导致的产品质量问题,一般采用调整工艺参数、更换关键零部件、负荷重新分配等手段解决,但都不能从根本上解决问题。究其原因,在于近几十年国内轧机设计主要是消化吸收国外先进装备技术,忽视了设计过程中系统动力学对轧机性能的影响。为了揭示高速板带轧机稳定性和动力学机理,满足科研和工程技术人员研究需求,提高轧机稳定性和振动控制技术水平,作者结合近十年的科学研究和工业应用成果,撰写了本书。

本书力求较全面地给出板带轧机系统动力学模型体系的建立原理、技术开发和工程应用。全书共8章,第1章介绍了不同轧制工况下轧制变形区动力学模型;第2章介绍了板带轧机刚性动力学模型,包括传统一维轧机刚性动力学模型、多维耦合动力学模型和刚性摆动动力学模型;第3章介绍了轧机辊系弯曲动力学模型和动特性分析;第4章介绍了轧制过程中运动带钢动力学模型和动特性分析。结合第1~4章建立的基础动力学模型,针对不同的研究重点,分别建立了不同属性的动力学耦合模型体系;第5章介绍了面向板形板厚控制的轧机系统动力学模型体系;第6章介绍了板带轧机系统刚柔耦合动力学模型体系;第7章介绍了板带轧机传动系统动力学模型体系;第8章介绍了轧机系统动力学模型应用于工业生产轧机振动控制的情况。全书由彭艳教授统稿,孙建亮、张阳、张明负责编写。本书引用了牛山博士、王瑞鹏硕士、马华硕士、邵博硕士、刘宣亮硕士等研究生的毕业论文内容,

在此表示衷心的感谢!

作者在研究过程中得到了宝钢、首钢迁钢、唐钢、津西钢铁等单位的领导和工程技术人员的热情支持和帮助,在此一并深表感谢。感谢国家重点研发计划课题(2017YFB0306402)、国家自然科学基金项目(51375424、50875231)、河北省杰出青年科学基金项目(E2011203002)对本书的支持!

由于作者水平有限,对于书中错误和不妥之处,恳请广大读者给予批评指正。



2018年1月

# 目 录

## 前言

<b>第 1 章 板带轧制变形区动力学</b> .....	1
1.1 冷轧板带轧制变形区动力学模型 .....	1
1.1.1 辊缝几何形状 .....	1
1.1.2 屈服准则 .....	2
1.1.3 入口和出口位置 .....	3
1.1.4 中性点位置和应力分布 .....	3
1.1.5 轧制力和转矩 .....	4
1.2 热轧板带轧制变形区动力学模型 .....	5
1.2.1 轧制力、轧制力矩与轧辊水平力计算公式 .....	5
1.2.2 轧制力增量计算公式 .....	7
1.2.3 工作辊水平力增量计算公式 .....	10
1.2.4 驱动力矩增量计算公式 .....	10
1.3 热轧板带变形区混合摩擦动力学模型 .....	11
1.3.1 轧制变形区摩擦分布规律 .....	11
1.3.2 轧件非稳态流动速度模型 .....	12
1.3.3 动态中性角计算模型 .....	14
1.3.4 热轧轧制变形区摩擦力和轧制压力计算模型 .....	15
1.3.5 模型计算和验证 .....	19
<b>第 2 章 板带轧机刚性动力学</b> .....	23
2.1 轧机系统一维动力学模型 .....	23
2.1.1 轧机水平振动模型 .....	23
2.1.2 轧机垂直振动模型 .....	24
2.1.3 轧机主传动系统扭转振动模型 .....	27
2.1.4 一维动力学模型固有频率计算 .....	29
2.2 轧机系统多维耦合动力学模型 .....	30
2.2.1 轧辊偏移对轧辊动力学分析的影响 .....	30
2.2.2 轧机系统多维耦合动力学模型的建立 .....	32
2.2.3 轧机系统多维耦合动力学模型求解方法 .....	36
2.2.4 轧机系统多维动力学模型固有特性计算 .....	37

2.3	热轧机辊系摆动动力学模型	39
2.3.1	等效运动分析单元	40
2.3.2	轧制过程动态力学模型	41
2.3.3	考虑轧辊偏移的辊系位移耦合关系模型	43
2.3.4	轧机辊系摆动振动微分方程	43
2.3.5	轧机辊系摆动固有频率计算	46
<b>第3章</b>	<b>板带轧机辊系弯曲变形动力学</b>	<b>49</b>
3.1	四辊轧机辊系弯曲变形自由振动模型	49
3.1.1	基于 Euler 梁理论的辊系弯曲变形自由振动模型	49
3.1.2	基于 Timoshenko 梁理论的辊系弯曲变形自由振动模型	55
3.2	四辊轧机辊系弯曲变形受迫振动模型	61
3.2.1	辊系受迫振动微分方程求解	61
3.2.2	不同载荷形式辊系受迫振动分析	63
3.3	四辊轧机辊系弯曲变形动态仿真研究	66
3.3.1	基于 Euler 梁模型的辊系弯曲变形自由振动仿真研究	66
3.3.2	基于 Timoshenko 梁模型的辊系弯曲变形自由振动仿真研究	69
3.3.3	辊系弯曲变形受迫振动仿真研究	71
<b>第4章</b>	<b>轧制过程运动板带动力学</b>	<b>77</b>
4.1	轧制过程运动板带振动二维模型	77
4.1.1	运动板带二维动力学模型的建立	77
4.1.2	运动板带二维动力学模型 Galerkin 离散	81
4.1.3	数值模拟	83
4.2	轧制过程运动板带振动三维模型	87
4.2.1	运动板带三维动力学模型的建立	87
4.2.2	带钢张应力分布模型	91
4.2.3	运动板带三维动力学模型 Galerkin 离散	92
4.2.4	数值模拟	94
<b>第5章</b>	<b>面向板形板厚控制的板带轧机动力学模型体系</b>	<b>101</b>
5.1	辊系弯曲变形与轧制过程动态耦合模型	102
5.1.1	模型的建立	102
5.1.2	模型求解流程	103
5.1.3	数值方法的选择	103
5.1.4	数值方法介绍	104
5.2	轧件-辊系静态耦合模型	105

5.2.1	辊系弹性变形模型 .....	106
5.2.2	轧件三维轧制流线条元变分模型 .....	108
5.2.3	耦合模型求解流程 .....	114
5.3	面向板形板厚控制的板带轧机系统动态仿真 .....	115
<b>第6章 板带轧机系统刚柔耦合动力学模型体系 .....</b>		<b>121</b>
6.1	轧机辊系刚柔耦合动力学模型 .....	121
6.1.1	轧辊运动学描述 .....	122
6.1.2	轧辊动能的变分 .....	124
6.1.3	轧辊变形能的变分 .....	124
6.1.4	轧机辊系刚柔耦合运动微分方程 .....	124
6.2	变形区轧制力学模型 .....	126
6.2.1	单位宽轧制压力变化量 .....	126
6.2.2	影响平均单位压力变化量的各因素分析 .....	126
6.3	轧制变形区耦合动力学模型 .....	130
6.3.1	轧件横向位移与变形速度 .....	130
6.3.2	板带轧制时总变形功 .....	131
6.3.3	轧制变形区耦合动力学方程 .....	131
6.4	基于辊系刚柔耦合特性的轧机系统动力学模型 .....	133
6.4.1	轧机辊系刚柔耦合动力学模型 .....	133
6.4.2	工作辊横向振动模态函数 .....	134
6.4.3	支承辊横向振动模态函数 .....	135
6.4.4	轧机系统多变量耦合动力学分析 .....	136
<b>第7章 板带轧机传动系统动力学模型体系 .....</b>		<b>143</b>
7.1	弧形齿接轴稳态力学模型 .....	143
7.1.1	弧形齿接轴齿间间隙计算 .....	144
7.1.2	弧形齿接轴啮合力和附加力矩计算 .....	147
7.1.3	仿真分析 .....	149
7.2	弧形齿接轴动态力学模型 .....	152
7.2.1	动态啮合力和附加力矩模型 .....	152
7.2.2	动态位移对啮合力和附加力矩的影响 .....	153
7.2.3	动态负载力矩对啮合力和附加力矩的影响 .....	156
7.2.4	轴间倾角对动态啮合力和附加力矩的影响 .....	157
7.3	考虑弧形齿动特性的轧机传动系统动力学 .....	158
7.3.1	动力学模型建立 .....	158
7.3.2	轧机传动系统固有特性分析 .....	161



7.3.3 轧机传动系统动态仿真分析	162
7.4 板带轧机传动系统整体动力学模型	165
7.4.1 板带轧机传动系统整体动力学模型建立	165
7.4.2 板带轧机传动系统整体动力学仿真分析	168
<b>第8章 板带轧机系统动力学理论应用</b>	<b>171</b>
8.1 板带轧机稳定运行动力学模型体系概述	171
8.2 轧机振动测试技术	172
8.2.1 振动测试内容	172
8.2.2 振动测试方法	172
8.3 1580 热轧机组 F2 轧机振动测试及研究	174
8.3.1 振动测试数据分析	174
8.3.2 基于动力学理论的轧机系统稳定性分析	179
8.3.3 F2 轧机抑振措施实施效果分析	185
8.4 2160 热轧机组 F2 轧机第一次振动测试及研究	186
8.4.1 振动测试数据分析	186
8.4.2 基于动力学理论的轧机振动仿真分析	190
8.4.3 轧机系统稳定性分析及抑振措施研究	193
8.5 2160 热轧机组 F2 轧机第二次振动测试及研究	199
8.5.1 振动测试数据分析	199
8.5.2 基于动力学理论的轧机扭转自激振动机理研究	202
8.5.3 轧制变形区稳定性分析及抑振措施	203
8.6 板带轧机系统稳定运行技术展望	206
<b>参考文献</b>	<b>209</b>

# 第1章 板带轧制变形区动力学

板带轧制过程中,轧制变形区汇集了轧制过程动态力学参数信息,是轧机系统垂直振动、水平振动和扭转振动耦合的关键枢纽。当轧制过程非稳态时,轧机振动会引起轧制变形区力学参数发生变化,力学参数的变化又将引起轧机运动状态发生动态变化。轧机动态运动和轧制变形区动态力学参数的相互耦合作用,决定了轧机系统的动态行为特性。本章将针对板带轧机系统不同的振动形式介绍三种轧制变形区动力学模型的建模方法。第一种针对冷轧板带生产过程,常见的振动为垂直振动,为此,考虑工作辊的垂直振动位移,建立冷轧过程轧制变形区动力学模型。第二种针对热轧板带生产过程,热轧除了垂直振动外,常见的振动形式还有水平振动和扭转振动。为此,考虑工作辊的垂直振动位移、水平振动位移和扭转振动位移,建立适用于热轧过程的轧制变形区动力学模型。第三种针对热轧生产过程的自激振动,适用于研究热轧自激振动产生机理。由于热轧常见的自激振动为扭转摩擦自激振动和水平摩擦自激振动,为此,考虑工作辊的扭转振动、水平振动以及轧制变形区混合摩擦状态,建立考虑混合摩擦状态的热轧轧制变形区动力学模型。

## 1.1 冷轧板带轧制变形区动力学模型<sup>[1]</sup>

稳态轧制时,不考虑轧辊上下振动的影响,通常假设轧件出口截面与上下轧辊中心线重合。而动态模型中,该假设不再成立。实际上,轧辊在垂直方向上振动,应考虑辊缝的变化速率。应在此前提下,根据轧制原理,确定辊缝形状、中性点位置、屈服准则、摩擦条件、单位轧制压力和转矩等参数的数学表达式。

### 1.1.1 辊缝几何形状

轧制过程如图 1-1 所示,板带宽度为  $B$ ,入口厚度为  $h_0$ ,以速度  $v_0$  进入工作辊辊缝,出口厚度为  $h_1$ ,出口速度为  $v_1$ ,工作辊半径为  $R_w$ ,圆周速度为  $v_r$ 。假设未变形的轧辊半径与板带厚度之比很大,板带宽厚比也很大,宽度不变,可将三维弹塑性变形问题转化为平面问题。工作辊沿  $z$  向以速度  $\dot{h}_1/2$  运动, $\dot{h}_1$  是辊缝变化速率。假设辊系沿轧制线对称,下工作辊反方向运动,板带变形对称于轧制中心线,自由度减少,简化了计算过程。假设接触弧呈抛物线分布,基于抛物线假设,任意截面板带厚度可表示为

$$h(x) = h_1 + \frac{x^2}{R_w} \quad (1-1)$$

式中  $h_1$ ——辊缝值;



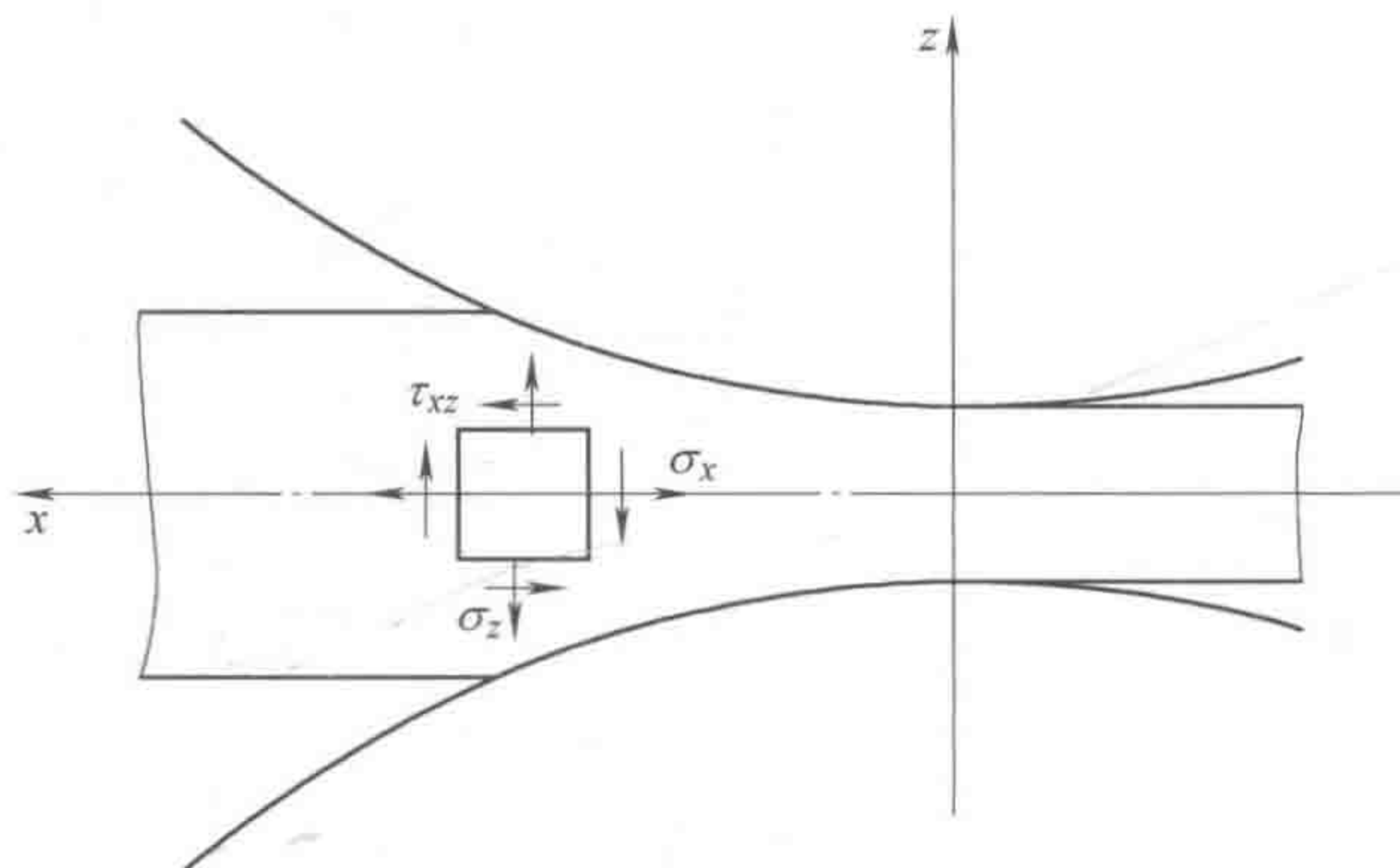


图 1-2 屈服准则坐标系

由于库仑摩擦定律不适合大载荷条件下的金属变形，摩擦模型采用 Wanheim 和 Bay 于 1978 年提出的摩擦因数模型<sup>[2]</sup>

$$\tau_s = \mu k, \quad 0 \leq \mu \leq 1 \quad (1-4)$$

式中  $\tau_s$ ——轧件与轧辊接触表面单位摩擦力；  
 $\mu$ ——摩擦因数。

当考虑均匀变形时，可以忽略式 (1-3) 中的切应力，得到以下简化的屈服准则

$$\sigma_x - \sigma_z = 2k \quad (1-5)$$

### 1.1.3 入口和出口位置

根据式 (1-1) 可得板带入口截面到轧辊中心线之间的距离  $x_{en}$  为

$$x_{en} = \sqrt{R_w(h_0 - h_1)} \quad (1-6)$$

板带出口平面的位置  $x_{ex}$ ，和板带出口速度  $v_1$  有关，从图 1-1 中可得

$$\tan\phi_2 = \frac{\dot{h}_1}{2v_1} \approx \frac{x_{ex}}{R_w} = \sin\phi_2 \quad (1-7)$$

式中  $\phi_2$ ——出口截面与轧辊中心线的夹角。

对于小角度  $\phi_2$ ，将式 (1-7) 中的  $v_1$  代入式 (1-2) 中，并且忽略高阶项，可得

$$x_{ex} = \frac{R_w h_1 \dot{h}_1}{2(v_0 h_0 - x_1 \dot{h}_1)} \quad (1-8)$$

### 1.1.4 中性点位置和应力分布

如图 1-3 所示，在变形区沿轧制方向任意取金属微元体，厚度为  $dx$ ，假设角  $\phi$  很小，则  $x$  方向的力平衡方程为

$$\frac{dh}{dx}(p + \sigma_x) + h \frac{d\sigma_x}{dx} \pm 2\tau_s = 0 \quad (1-9)$$

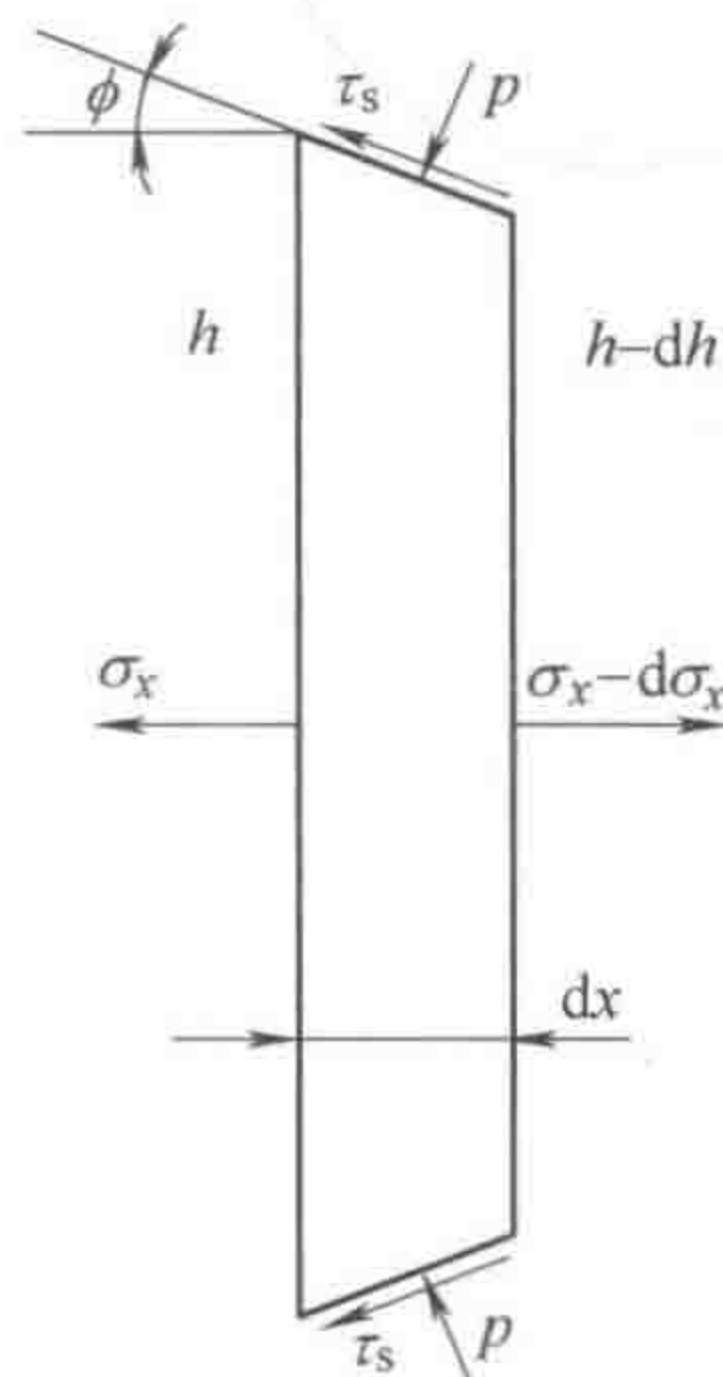


图 1-3 变形区微元体受力图

式 (1-9) 中的正负号由  $x$  的位置决定, 当  $x < x_n$  ( $x_n$  为中性点位置), 即位于后滑区时符号为正, 反之为负。将式 (1-4) 和式 (1-5) 中的应力替换到式 (1-9) 中, 并且假设  $\sigma_x$  和  $p$  为主应力, 则在辊缝中任意位置的张应力为

$$\sigma_x = \sigma_0 + \int_{x_{en}}^x \frac{2k}{h} \left( \pm \mu - \frac{2x}{R_w} \right) dx \quad (1-10)$$

式中  $\sigma_0$ ——板带入口张应力。

假设摩擦因数  $\mu$  在接触过程中是常量, 则出口张应力可表示为

$$\sigma_1 = \sigma_0 - 2k \left\{ \ln \frac{h_1}{h_0} + \mu \sqrt{\frac{R_w}{h_1}} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x_{en}}{\sqrt{R_w h_1}} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{x_{ex}}{\sqrt{R_w h_1}} \right) - 2 \tan^{-1} \left( \frac{x_n}{\sqrt{R_w h_1}} \right) \right] \right\} \quad (1-11)$$

从式 (1-11) 可得中性点的位置为

$$x_n = \sqrt{R_w h_1} \tan \left[ \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{x_{en}}{\sqrt{R_w h_1}} \right) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{x_{ex}}{\sqrt{R_w h_1}} \right) + \frac{\sqrt{h_1}}{2\mu \sqrt{R_w}} \left( \ln \frac{h_1}{h_0} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2k} \right) \right] \quad (1-12)$$

### 1.1.5 轧制力和转矩

从式 (1-5) 可知, 轧制压力可写成

$$p = 2k - \sigma_x \quad (1-13)$$

将式 (1-10) 中的  $\sigma_x$  替换到上式中, 即

$$p(x) = 2k - \left[ \sigma_0 - \int_{x_{en}}^x \frac{2k}{h} \left( \mp \mu - \frac{2x}{R_w} \right) dx \right] \quad x_{ex} \leq x \leq x_{en} \quad (1-14)$$

单位宽度上的轧制力是在  $x$  和  $z$  方向上对  $p$  和  $\tau_s$  的简单积分, 由于摩擦力改变了中性点的坐标, 需要对两部分进行整合, 那么  $x$  和  $z$  方向单位宽度上的轧制力为

$$f_x = - \int_{x_{ex}}^{x_{en}} \left\{ 2k - \left[ \sigma_0 + \int_{x_{en}}^x \frac{2k}{h} \left( \pm \mu - \frac{2x}{R_w} \right) dx \right] \right\} \tan \varphi dx + \int_{x_{ex}}^{x_{en}} \pm \mu k dx \quad (1-15)$$

$$f_z = \int_{x_{ex}}^{x_{en}} \left\{ 2k - \left[ \sigma_0 + \int_{x_{en}}^x \frac{2k}{h} \left( \pm \mu - \frac{2x}{R_w} \right) dx \right] \right\} dx + \int_{x_{ex}}^{x_{en}} \pm \mu k \tan \varphi dx \quad (1-16)$$

式中

$$\tan \varphi = \frac{x}{\sqrt{R_w^2 - x^2}} \quad (1-17)$$

将积分分为两部分,  $x_{ex}$  到  $x_n$  和  $x_n$  到  $x_{en}$ 。

$$\begin{aligned} f_x &= \mu k (x_{en} + x_{ex} - 2x_n) \\ &\quad - \int_{x_{ex}}^{x_n} \left\{ 2k - \left[ \sigma_0 + \int_{x_{en}}^{x_n} \frac{2k}{h} \left( \mu - \frac{2x}{R_w} \right) dx - \int_{x_n}^x \frac{2k}{h} \left( \mu + \frac{2x}{R_w} \right) dx \right] \right\} \tan \varphi dx \\ &\quad + \int_{x_{en}}^{x_n} \left\{ 2k - \left[ \sigma_0 + \int_{x_{en}}^x \frac{2k}{h} \left( \mu - \frac{2x}{R_w} \right) dx \right] \right\} \tan \varphi dx \end{aligned} \quad (1-18)$$

$$\begin{aligned}
 f_z = & \int_{x_{en}}^{x_n} \left\{ 2k - \sigma_0 - \int_{x_{en}}^x \frac{2k}{h} \left( \mu - \frac{2x}{R_w} \right) dx + \int_{x_n}^x \frac{2k}{h} \left( \mu + \frac{2x}{R_w} \right) dx \right\} dx \\
 & - \int_{x_{en}}^{x_n} \left\{ 2k - \left[ \sigma_0 + \int_{x_{en}}^x \frac{2k}{h} \left( \mu - \frac{2x}{R_w} \right) dx \right] \right\} dx \\
 & + \int_{x_n}^{x_{ex}} \mu k \tan \varphi dx + \int_{x_n}^{x_{en}} \mu k \tan \varphi dx
 \end{aligned} \tag{1-19}$$

将式(1-7)进行简化得到

$$\tan \varphi \approx \sin \varphi \tag{1-20}$$

采用较小的 $\varphi$ 值,那么可得 $x$ 方向上的轧制力 $f_x$ 为

$$\begin{aligned}
 f_x = & \frac{\sigma_0}{2}(h_0 - h_1) - kh_1 \ln \frac{h_0}{h_1} \\
 & - \mu kh_1 \sqrt{\frac{R_w}{h_1}} \left[ 2 \tan^{-1} \left( \frac{x_n}{\sqrt{R_w h_1}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_{en}}{\sqrt{R_w h_1}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_{ex}}{\sqrt{R_w h_1}} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{1-21}$$

在 $\varphi$ 很小的情况下,可以忽略 $z$ 方向上的切应力,因此 $z$ 方向上的单位轧制力 $f_z$ 为

$$\begin{aligned}
 f_z = & (2k - \sigma_0)(x_{ex} - x_{en}) + 4k \sqrt{R_w h_1} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x_{en}}{\sqrt{R_w h_1}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_{ex}}{\sqrt{R_w h_1}} \right) \right] \\
 & + 2\mu k x_{ex} \sqrt{\frac{R_w}{h_1}} \left[ 2 \tan^{-1} \left( \frac{x_n}{\sqrt{R_w h_1}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_{en}}{\sqrt{R_w h_1}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_{ex}}{\sqrt{R_w h_1}} \right) \right] \\
 & + \mu k R_w \left[ \ln \left( \frac{h_0}{h_n} \right) + \ln \left( \frac{h_1}{h_n} \right) \right] + 2k x_{ex} \ln \left( \frac{h_0}{h_1} \right)
 \end{aligned} \tag{1-22}$$

工作辊转矩可以通过对作用在辊面上的摩擦力积分得到,考虑切应力的分布,可得工作辊转矩为

$$M_T = \int -R_w \tau_s ds = \int_{x_n}^{x_{en}} \frac{R_w^2 \mu k}{\sqrt{R_w^2 - x^2}} dx + \int_{x_n}^{x_{ex}} \frac{R_w^2 \mu k}{\sqrt{R_w^2 - x^2}} dx \tag{1-23}$$

积分可得

$$M_T = \mu k R_w^2 \left[ 2 \tan^{-1} \left( \frac{-x_n}{\sqrt{R_w^2 - x_n^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{-x_{en}}{\sqrt{R_w^2 - x_{en}^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{-x_{ex}}{\sqrt{R_w^2 - x_{ex}^2}} \right) \right] \tag{1-24}$$

式(1-22)和式(1-24)即为基于冷轧轧制过程特征建立的轧制变形区动态力学参数模型。通过该模型能够建立轧机结构与轧制过程之间的耦合关系,可应用于冷轧机垂直振动机理的研究和板带轧机板厚系统的动态仿真。

## 1.2 热轧板带轧制变形区动力学模型<sup>[3]</sup>

### 1.2.1 轧制力、轧制力矩与轧辊水平力计算公式

与冷轧过程一样,热轧过程忽略轧件的宽展,变形过程可简化为平面变形。如图1-1所示。

### 1.2.1.1 轧制力计算公式

轧制力作为轧制工艺的重要参数,其计算精度对成品板带的质量影响很大。研究学者根据实际工程测试数据,对轧制力公式进行简化和回归,提出了适用于不同情况的轧制力公式,如西姆斯(R. B. Sims)公式、斯通(M. D. Stone)公式、希尔(Hill)公式、奥洛万-帕斯科克(Orowan-Pascok)公式、亚历山大-福特(Alexander-Ford)公式、埃克伦德(Ekelund)公式等。本节研究针对热连轧生产,采用适用于热轧的亚历山大-福特(Alexander-Ford)公式<sup>[4]</sup>

$$P = 2kBl \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{l}{2(h_0 + h_1)} \right] \quad (1-25)$$

式中  $P$ ——轧制力;

$B$ ——轧件平均宽度;

$l$ ——变形区接触弧长;

$h_1$ ——轧件出口厚度。

带张力轧制时,对上式进行修正为

$$P = (2k - \sigma_m)Bl \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{l}{2(h_0 + h_1)} \right] \quad (1-26)$$

式中  $\sigma_m$ ——轧件前后张应力均值。

### 1.2.1.2 驱动力矩计算公式<sup>[5]</sup>

工作辊驱动的连轧机轧制时所需驱动力矩  $M_{\text{Drive}}$  为轧制力矩  $M_T$ 、工作辊轴承的摩擦阻力矩  $M_{f_1}$  与工作辊带动支承辊所需的摩擦力矩  $M_{f_2}$  之和,即

$$M_{\text{Drive}} = M_T + M_{f_1} + M_{f_2} \quad (1-27)$$

其中,轧制力矩计算公式为

$$M_T = Pa \quad (1-28)$$

式中  $a$ ——轧制力力臂,其大小与轧制力作用点及前后张力大小有关。

由轧机工作辊带动支承辊所需的摩擦力矩  $M_{f_2}$  为

$$M_{f_2} = P_R c \quad (1-29)$$

$$P_R = \frac{P \cos \varphi}{\cos(\phi + \gamma)} \quad (1-30)$$

式中  $\varphi$ ——轧制力偏离垂直方向的角度;

$\phi$ ——工作辊与支承辊中心线连线与垂直线的夹角,  $\phi = \sin^{-1} \frac{2e}{D_w + D_b}$ ;

$e$ ——工作辊与支承辊中心线偏移距;

$P_R$ ——支承辊对工作辊的反力;

$\gamma$ ——轧辊连心线与反力  $P_R$  的夹角,  $\gamma = \sin^{-1} \frac{2(\rho_2 + \mu)}{D_b}$ ;

$c$ ——反力  $P_R$  对工作辊的力臂,  $c = \mu \cos \gamma + \frac{D_w}{2} \sin \gamma$ ;

$\rho_2$ ——支承辊轴承处摩擦圆半径。

工作辊轴承的摩擦阻力矩  $M_{f_1}$  计算公式为

$$M_{f_1} = F_R \rho_1 \quad (1-31)$$

式中  $F_R$ ——工作辊轴承处的反力；

$\rho_1$ ——工作辊轴承处的摩擦圆半径。

当前张力大于后张力时， $F_R = P_R \sin(\phi + \gamma) + P \sin\phi$ ；

当前张力小于后张力时， $F_R = P_R \sin(\phi + \gamma) - P \sin\phi$ ；

当前张力等于后张力时， $F_R = P_R \sin(\phi + \gamma)$ 。

### 1.2.1.3 轧辊水平力计算公式

轧机在正常运行过程中，工作辊系统（含轴承及轴承座）受到由板带、支承辊和机架带来的外力。简化板带对工作辊的外力，此外力的水平方向分力大小与板带的前后张力的合力相等，方向相反。因此，轧辊水平力计算方法为

$$\begin{aligned} F &= \frac{(T_1 - T_0)}{2} - P \sin\phi \\ &= \frac{(\sigma_1 A_1 - \sigma_0 A_0)}{2} - (2k - 0.5\sigma_0 - 0.5\sigma_1) B l \left( \frac{\pi}{4} + \frac{l}{2(h_0 + h_1)} \right) \sin\phi \quad (1-32) \end{aligned}$$

式中  $T_0$ ——后张力；

$T_1$ ——前张力；

$A_0$ ——入口截面面积；

$A_1$ ——出口截面面积。

稳态轧制时轧制力、驱动力矩和轧辊水平力处于稳定状态。当轧制过程出现振动时，轧机处于非稳态工作状态，将引起轧制力、驱动力矩和轧辊水平力发生波动。

### 1.2.2 轧制力增量计算公式

考虑轧机系统的垂直振动、水平振动和扭转振动（图 1-4），研究轧制变形区动力学参数变化规律。

将热轧轧制力公式（1-26）化简为

$$P = (2k - 0.5\sigma_0 - 0.5\sigma_1) B Q_p l \quad (1-33)$$

式中  $Q_p$ ——应力状态系数， $Q_p = \frac{\pi}{4} + \frac{l}{2(h_0 + h_1)}$ ；

$l = \sqrt{\frac{D_w}{2} h_0 \varepsilon}$ ， $D_w$  为工作辊直径；

$\varepsilon$ ——压下率， $\varepsilon = \frac{h_0 - h_1}{h_0}$ ；

$\sigma_0$ ——后张应力。

由式（1-33）可知，当轧机振动产生各方向位移时，前张应力  $\sigma_1$ 、后张应力  $\sigma_0$ 、压下率  $\varepsilon$  也是变化的，从而引起了轧制力的波动。



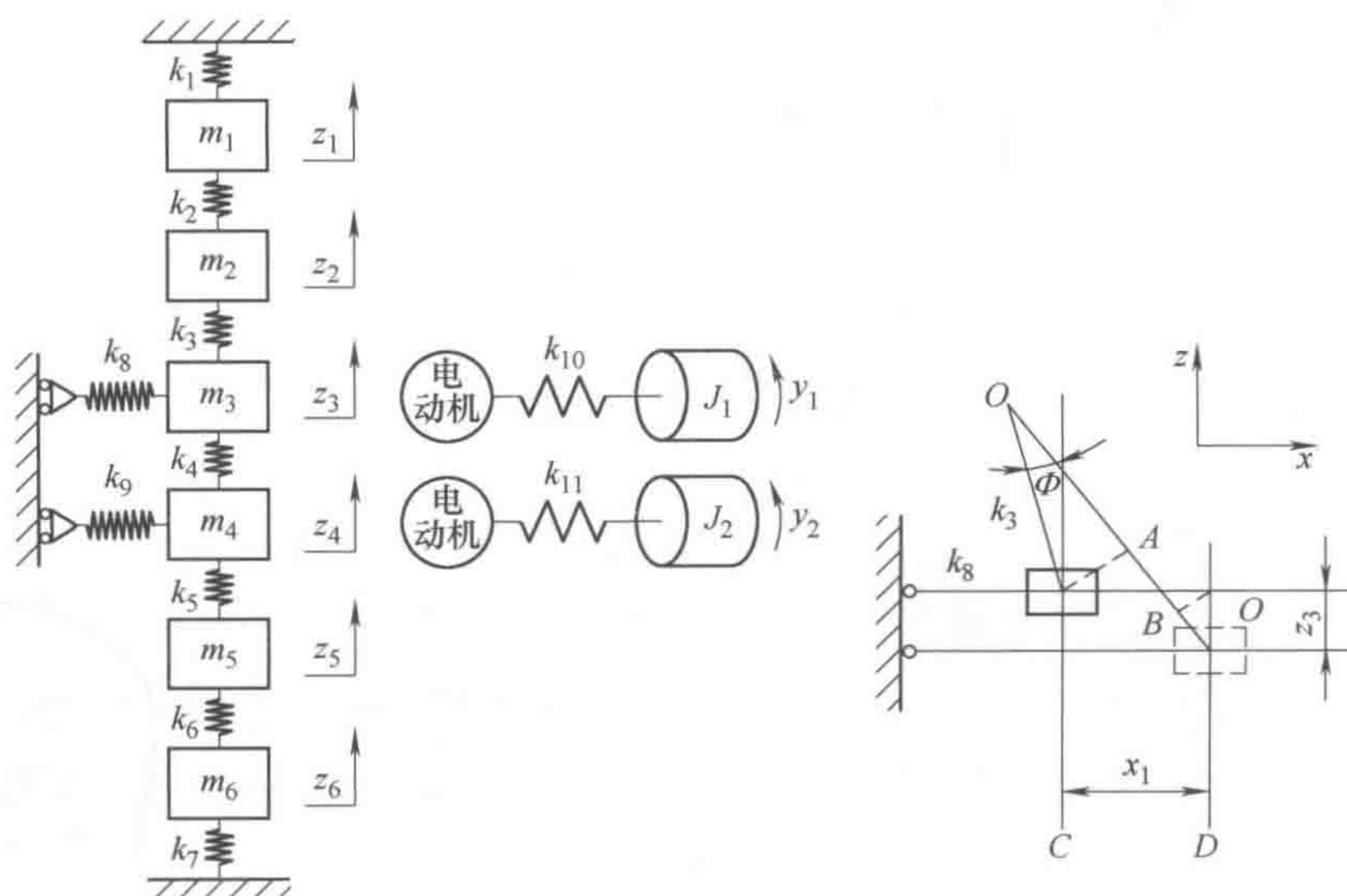


图 1-4 轧机结构耦合振动示意图

### 1.2.2.1 工作辊垂直方向振动位移对压下率的影响

式 (1-33) 中压下率  $\varepsilon$ 、接触弧长  $l$  与轧辊的振动位移直接相关, 有

$$\varepsilon = \frac{h_0 - h_1}{h_0} = \frac{h_0 - (h_c + z_3 - z_4)}{h_0} \quad (1-34)$$

式中  $h_c$ ——初始设定辊缝。

$$\Delta\varepsilon = \frac{\partial\varepsilon}{\partial z_3} z_3 + \frac{\partial\varepsilon}{\partial z_4} z_4 = -\frac{z_3 - z_4}{h_0} \quad (1-35)$$

### 1.2.2.2 工作辊垂直方向振动位移对张应力的影响

假设轧制前滑率基本不变, 可将出口速度  $v_1$  近似为常数。考虑到来料厚度  $h_0$  恒定, 当工作辊发生振动时将引起带钢入口速度  $v_0$  发生波动, 即

$$\Delta v_0 = \frac{v_1 \Delta h_1}{h_0} = \frac{v_1 (z_3 - z_4)}{h_0} \quad (1-36)$$

带钢入口速度的波动将引起后张应力发生变化, 即

$$\Delta\sigma_{0z} = \frac{\Delta L_s}{L_s} E = \frac{\int \Delta v_0 dt}{L_s} E = -\frac{E v_1 (z_3 - z_4)}{h_0 L_s \omega^2} \quad (1-37)$$

式中  $L_s$ ——机架间距;

$\omega$ ——系统角频率。

前张应力增量为

$$\Delta\sigma_{1z} = -\frac{T_1}{B h_1^2} (z_3 - z_4) \quad (1-38)$$

### 1.2.2.3 工作辊水平方向振动位移对张应力的影响

轧辊的水平位移直接引起板带的前后张应力增量