高中物理

经典问题

25讲

(0,1)

O

谷明杰 著

哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

高中物理经典问题25讲

谷明杰 著

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书主要介绍高中物理中的经典问题,共分25讲,每讲中着重介绍重点题型的解法和解题思路,涵盖面广,内容丰富,对高中师生更好地教与学会有很好的帮助.

本书适合高中学生、教师以及物理爱好者阅读参考.

图书在版编目(CIP)数据

高中物理经典问题25讲/谷明杰著.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2017.5

ISBN 978-7-5603-6569-5

Ⅰ.①高… Ⅱ.①谷… Ⅲ.①中学物理课-高中-题解 Ⅳ.①G634.75

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第079957号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 钱辰琛
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编150006
传　　真 0451-86414749
网　　址 http://hitpress.hit.edu.cn
印　　刷 哈尔滨市工大节能印刷厂
开　　本 880mm×1230mm 1/32 印张7.5 字数198千字
版　　次 2017年5月第1版 2017年5月第1次印刷
书　　号 ISBN 978-7-5603-6569-5
定　　价 28.00元

编者的话

首先请允许我做一点自我介绍. 我自 1967 年从天津师范大学物理系毕业后,一直在教学一线从事高中物理教学. 2009 年从天津市南开中学(简称南开中学)退休,之后又受聘在南开中学教学指导小组工作至今. 算来已结缘物理 49 年,我热爱物理教学,为南开中学的物理教学奉献毕生,它也慷慨地回馈给我所有的一切和荣誉. 我感谢它,却难以回报. 唯一的方法就是认真总结、感悟物理,让更多的人懂物理、爱物理. 2005 年之前我曾主编或合编多本物理书籍,但多属于教辅一类. 2005 年在我 60 岁之际,我许下一愿,在我有生之年要完成三本书的编写. 第一本:《高中物理解题思路 16 讲》,已于 2006 年出版,今年还要再版;第二本(即本书):《高中物理经典问题 25 讲》正准备出版;第三本(暂定名):《高中物理基本问题解惑 60 篇》. 第一本旨在提高思维能力;第二本(即本书)旨在提高对高中物理主干内容的理解及对内在联系的认识;第三本则着眼于使用中的常见问题. 若苍天眷顾,能再给我三年时间,我的写作计划是能完成的. 我三年磨一书,慢是慢了点,但绝对是平生感悟,真材实料. 我希望它能成为精品:“为自己画句号,不留半点遗憾;为后人留念想,焉能敷衍了事”. 心虽如此,但毕竟水平有限,错误及不足可能俯首皆是,敬请斧正. 不过我确已尽力,望读者鉴之,谅之.

谷明杰

2017 年 3 月 1 日

目　录

第1讲　静摩擦问题面面谈

受力分析中关于静摩擦力历来是个难点，发生静摩擦作用的物体间，仅具有相对运动趋势并无直观的运动现象，而运动趋势存在与否，其方向如何，以及涉及静摩擦的临界问题都是较难驾驭的问题.

本讲将从多方面对静摩擦力进行研究.

一、静摩擦力的判定

静摩擦力的判定有两方面：存在与否及其方向. 该问题可以从如下两方面进行：1. 静摩擦力的产生条件；2. 假设法（平衡法）.

1. 静摩擦力的产生条件

如图 1.1 所示，将一条粗糙的绳子绕在圆柱 O 上，尽管绳 A 端施力 T_A 大于 B 端施力 T_B，但绳子却不会被拉动. 这是一个常见的现象，其原因就在于绳和圆柱之间产生了静摩擦作用. 由此实例可以得知，静摩擦力产生的条件应为：接触面粗糙，物体沿垂直接触面方向有相互挤压作用，沿接触面有相对运动趋势. 三个条件缺一不可，从产生条件入手，是判定静摩擦力的重要依据. 先看两个简单实验. 如图 1.2 所示，四块完全相同的物块，用两侧夹板挤住竖直放置. A，B 两物块之间是否存在静摩擦力呢？结论是不存在. 原因在于它们之间不存在相对运动趋势. 如图 1.3 所示，一个无底的圆筒水平放置，其内放有三个完全相同的小球，三个小球

与筒壁恰好相切. 已知各接触面均粗糙,实验 ①:将圆筒竖直向上缓慢提起;实验 ②:在原有三个小球顶部再放一个小球后,再将圆筒向上缓慢提起. 实验发现,实验 ①:三个小球均竖直下落;实验 ②:只要第四个小球半径、质量选择合适,球与筒可保持相对静止. 不少人对实验现象不理解,特别是实验 ② 为什么放上第四个小球后,球的总质量更大了,反而能相对静止呢? 有此质疑,根本原因还是在于对静摩擦力产生条件不清楚. 实验 ① 中球与筒之间只接触无挤压,不具备产生静摩擦力的条件. 实验 ② 第四个小球放上后,三个小球与筒壁间产生相互挤压的弹力作用. 当向上提筒时,小球相对圆筒将具有竖直向下的运动趋势,因此完全具备静摩擦力产生的条件.

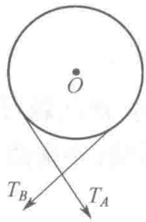

图 1.1

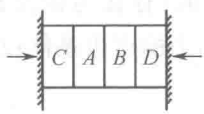

图 1.2

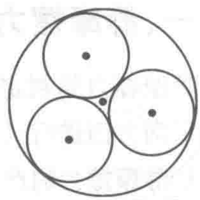
图 1.3　俯视图

2. 假设法

这是判定物体间有无摩擦作用及其方向时极常用的一种分析方法. 有些问题中单凭静摩擦力产生的条件,物体间的运动趋势常难有明确结论. 在此情况下我们常可假设接触面光滑即物体间无摩擦作用,看物体是否会发生相对运动,以及相对运动方向. 再依据静摩擦力的被动性(只要静摩擦力不出现,物体仍能平衡,静摩擦力就不会出现)即可进行正确判定. 先通过一个例子看一下该方法的作用.

如图 1.4 所示,物块 A 在斜面体 B 上匀速下滑,B 在水平桌面

上始终静止. 试分析 B 与桌面间是否存在摩擦力及其方向. 按假设法,设 B 与桌面间接触光滑,则由受力分析知 B 共受四个力. 如图 1.5,其中 P_{AB}:A 对 B 的正压力;f_{AB}:A 对 B 的滑动摩擦力;G_B:B 的重力;N: 桌面对 B 竖直向上的支持力. 分析易得,$P_{AB} = m_A g\cos\alpha$,$f_{AB} = m_A g\sin\alpha$. 在 x 方向上,P_{AB} 与 f_{AB} 的分力恰等大反向,即不考虑 B 与桌面的摩擦作用,B 已达平衡(与桌面不存在相对运动趋势),故 B 与桌面间不存在摩擦作用. 假设法既可如上正向使用,也可逆向使用,即在本不具备摩擦力的条件下,人为加入静摩擦力使之平衡,再依据所加入的静摩擦力的方向来判定在没有摩擦作用时物体应具有的运动方向. 请看下面的例题.

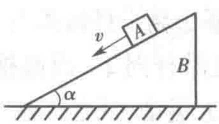

图 1.4

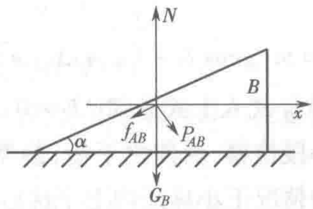

图 1.5

例 1　一光滑杆 OA 可绕竖直轴 OO' 做匀速转动,如图 1.6 所示. 在杆上距 O 点 l_0 处套着一小球 P,且恰与杆相对静止. 试判定小球在该处的平衡是否是稳定平衡.

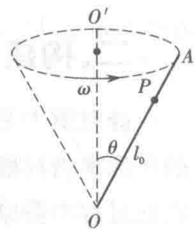

图 1.6

【分析和解】　本题即可逆向使用假设法: 将小球 P 向 A 端移动一很小距离 Δl,进而研究为使小球能在 $l_0 + \Delta l$ 处相对杆平衡所需人为加入的静摩擦力的方向. 再进一步判定小球 P 在 l_0 处稍有扰动,会向什么方向运动. 具体求解如下:

小球 P 在原位置时应满足

$$N \cdot \cos\theta = m\omega^2 l_0 \sin\theta \text{（}N\text{为杆对小球的弹力）}$$

$$N\sin\theta - mg = 0$$

解得

$$l_0 = \frac{g\cos\theta}{\omega^2 \cdot \sin^2\theta}$$

当小球 P 向 A 端移动一很小距离 Δl 时，为使之仍能相对静止（如图1.7），引入静摩擦力 f（设沿 OA 向上）

$$N\cos\theta - f \cdot \sin\theta = m\omega^2(l_0 + \Delta l)\sin\theta$$

$$N\sin\theta + f\cos\theta - mg = 0$$

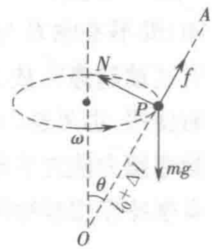

图 1.7

解得

$$f = m[g\cos\theta - (l_0 + \Delta l)\omega^2 \cdot \sin^2\theta]$$

将 l_0 代入上式易知 $\Delta l > 0$，$f < 0$，即小球沿杆远离 O 点向上有一小段位移，为使之平衡，静摩擦力应沿杆向下. 因此推知：无摩擦力情况下小球受向上干扰后将会向上运动，反之亦然.

从而得知小球在 l_0 处平衡是非稳定平衡.

二、构建静摩擦力动态变化的图景

静摩擦力是被动力，当物体的平衡态即将被破坏，静摩擦力的出现挽救局面，使物体间即将发生的相对运动变成相对静止. 在此过程中静摩擦力的方向随着运动趋势变，其大小随物体平衡变. 理解静摩擦力动态变化的图景，这是研究静摩擦力的又一难点. 下面通过例题进行研究.

例2 如图1.8所示的转盘上两个质量均为 m 的小球 A 和 B. 穿在水平杆上，并用轻绳约束. 杆与球之间最大静摩擦力均为 f_m. A 球距转轴为 r，B 球距转轴为 $2r$，试分析随角速度 ω 逐渐增大直

至 A,B 与杆发生相对运动的过程中,A 球所受静摩擦力变化的情景.

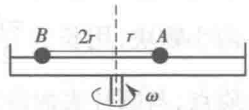

图 1.8

【分析和解】　本题是经典例题之一.在题目中小球 A 和 B 与杆之间始终处于相对静止,但由于角速度 ω 不断增大,A 球和 B 球所受静摩擦力会不断依据平衡所需发生变化(大小和方向).具体分析可分三个阶段.

(1)$0 < \omega \leqslant \omega_1$ 的过程.A,B 之间轻绳没有拉力,A,B 均以静摩擦力提供向心力.当 $\omega = \omega_1$ 时,有

$$f_m = m_B\omega_1^2 2r,\quad \omega_1 = \sqrt{\frac{f_m}{2mr}}$$

此过程中 $f_A = m_A\omega^2 r$,方向指向转轴(显然 $f_A < f_m$).

(2)$\omega_1 < \omega \leqslant \omega_2$ 的过程.A,B 通过绳的拉力 T 发生作用.受力情况如下

$$B:T + f_m = m_B\omega^2 2r,\quad A:T + f_A = m_A\omega^2 r$$

随着 ω 增大,拉力 T 不断增大.f_A 如何变化是个难点.求解分析可知:f_A 将不断减小,方向仍指向圆心.当 $\omega = \omega_2$ 时,f_A 减小至0.解方程 $\omega_2 = \sqrt{\frac{f_m}{rm}}$.

(3)$\omega_2 < \omega \leqslant \omega_3$ 的过程.f_A 将倒向即背向转轴.受力情况如下

$$B:T + f_m = m_B\omega^2 2r,\quad A:T - f_A = m_A\omega^2 r$$

随着 ω 增大,拉力 T 不断增大,f_A 也不断增大.直至 $\omega = \omega_3$ 时,$f_A = f_m$,解之可得 $\omega_3 = \sqrt{\frac{2f_m}{rm}}$.当 $\omega > \omega_3$ 时,球与杆间的相对平衡被破坏.A,B 球将向 B 球一侧甩出.

例 3　半径为 R 的圆柱水平固定在空中.质量为 m_1 与 m_2 的

两小物块,用长为$\frac{\pi R}{2}$的细线相连,物块视为质点,与圆柱表面静摩擦系数$\mu<1$.系统横跨在圆柱上如图1.9所示(已知$m_1=2m_2$).

求①该系统恰无滑动趋势时$\theta=\theta_0=?$ ②从$\theta=\theta_0$位置开始,缓慢转动圆柱,试求出系统恰相对圆柱逆时针滑落时的位置.

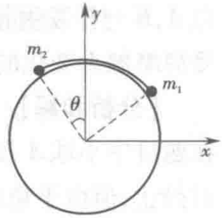

图1.9

【分析和解】①系统恰无滑动趋势,则物块与圆柱间无摩擦作用.受力分析可知

$$m_2g\sin\theta_0=m_1g\cos\theta_0,\quad \tan\theta_0=\frac{m_1}{m_2}=2,\quad \theta_0=\arctan 2$$

②缓慢转动圆柱.当$\theta<\theta_0$时,有$m_2g\sin\theta<m_1g\cos\theta$,系统将有相对圆柱顺时针转动趋势;当$\theta>\theta_0$时,有$m_2g\sin\theta>m_1g\cos\theta$,系统会产生相对圆柱逆时针转动趋势,随着$\theta$不断增大,$m_2$和$m_1$与圆柱之间静摩擦力逐渐增大,恰要逆时针滑落时,静摩擦力为最大静摩擦力.此时满足的条件为

$$m_2g\sin\theta=m_1g\cos\theta+\mu(m_2g\cos\theta+m_1g\sin\theta)$$

解之得$\tan\theta=\frac{2+\mu}{1-2\mu}$,即$\theta=\arctan\frac{2+\mu}{1-2\mu}$.

故向左滑落的具体位置应对$\theta=\arctan\frac{2+\mu}{1-2\mu}$进行讨论.

$\mu<\frac{1}{2}$,$\theta_0<\theta<90°$.

$\mu=\frac{1}{2}$,$\theta=90°$.

$\mu>\frac{1}{2}$,将出现m_2处于悬垂状态,系统才会发生逆时针滑落的图景(图1.10),此时临界条件

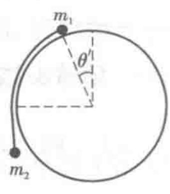

图1.10

是：$m_2g + m_1g\sin\theta' - \mu m_1g\cos\theta' = 0$，得

$$\sin\theta' - \mu\cos\theta' = -\frac{1}{2}$$

令 $\mu = \tan\phi$，上式可写成

$$\sin(\theta' - \phi) = -\frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}$$

故 $\theta' = \arctan\mu - \arcsin\dfrac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}$.

三、关于摩擦角问题

如果两物体接触面的静摩擦因数为 μ，又 $\tan\phi = \mu(\phi = \arctan\mu)$，则 ϕ 即称为两物体接触面的摩擦角. 其几何意义是：两物体间静摩擦力达到最大值 f_m 时，全反力 R 与接触面的法线之间的夹角如图 1.11 所示，此时是即将发生相对运动的临界状态. 故此时的全反力 R 是 f_m 与支持力 N 的合力. 由于平衡情况下 $f \leqslant f_m$，全反力 R 与法线夹角 α 应满足 $\alpha \leqslant \phi$. 由此便演绎出一种用全反力 R 与法线夹角 $\alpha \leqslant \phi$ 物体才能平衡的分析方法. 用该方法分析问题不仅可使问题求解简捷，而且更加直观和便于理解.

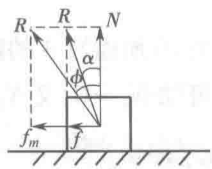

图 1.11

例 4　两个完全相同的圆柱半径为 r. 现将其中一个沿直径分成两个完全相同的半圆柱（A 和 B）放在地面上，再把另一个圆柱（C）叠放在上面如图 1.12 所示. 已知地面与半圆柱间静摩擦因数为 μ，圆柱面之间摩擦不计，求：为使系统能保持平衡状态，半圆柱柱心间最大距离 L =?

【分析和解】　我们先用一般方法求解. 由于对称性，我们只

需分析任意一个半圆柱的受力即可. 设取A为研究对象,其受力如图1.13所示.

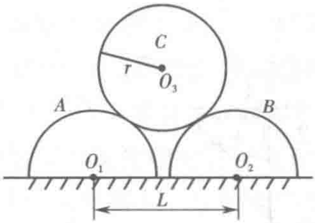

图1.12

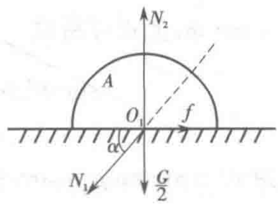

图1.13

N_1:C圆柱对A的压力;N_2:地面对A的支持力;$\frac{G}{2}$:A自身重力;f:地面对A的静摩擦力. 这几个力都通过O_1点. 依整体法分析可知$N_2=G$;又N_1的反作用力是A对C的支持力,故$2N_1\cdot\sin\alpha=G$,$N_1=\frac{G}{2\sin\alpha}$.

依A的平衡知:$N_1\cos\alpha=f\leqslant f_m=\mu N_2$,将$N_1$和$N_2$代入得

$$\frac{G}{2\sin\alpha}\cdot\cos\alpha\leqslant\mu G$$

故$\cot\alpha\leqslant2\mu$. 由图1.13中几何关系,可知

$$\cos\alpha=\frac{\frac{L}{2}}{2r},\quad\sin\alpha=\frac{\sqrt{(2r)^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}}{2r}$$

故
$$\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{(2r)^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}}\leqslant2\mu$$

解之有

$$L^2(1+4\mu^2)\leqslant64\mu^2r^2$$

得 $L \leqslant \dfrac{8\mu r}{\sqrt{1+4\mu^2}}$.

下面我们再用摩擦角来求解该题：半圆柱 A 受力情况如图 1.14 所示. 令 N_2 与 f 的合力为 R. 依平衡条件可知 R 与 N_2 之间夹角 β 的最大值为 ϕ（ϕ 即摩擦角），令 $\dfrac{G}{2}$ 与 N_1 的合力为 F. 依平衡条件：F 与 R 应等大反向沿同一直线，故图中 $\theta=\beta\leqslant\phi$. 可推知 $\mu\geqslant\tan\theta=\dfrac{N_1\cos\alpha}{\dfrac{G}{2}+N_1\sin\alpha}$. 将 $N_1=\dfrac{G}{2\sin\alpha}$ 代入，整理得 $\cot\alpha\leqslant 2\mu$. 后面求解与上面相同.

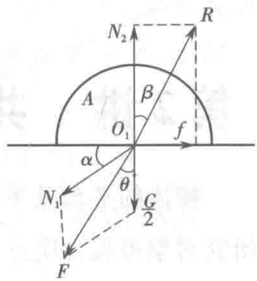

图 1.14

由上述推演可得如下结论：当主动力的合力的作用线与接触面法线的夹角 θ 不大于摩擦角 ϕ 时，无论主动力的合力的值为多大，物体也不会沿接触面滑动，这种现象常称为自锁. 利用此方法解题直观且简捷，请参看第 2 讲的例 3.

第 2 讲　共面汇交力系的平衡问题

物体的平衡及平衡条件是力学中的重要课题. 众所周知,若研究对象可视为质点,则只需要满足 $\sum F=0$ 即可;当研究对象是有固定转轴的物体,则只需要满足 $\sum M=0$ 即可;当物体既非质点又没有固定轴(常称之为一般物体),这类物体的平衡条件应如何研究呢? 为简化这类问题的受力分析,常将其放在某一平面内研究. 即作用于该物体上的力的作用线在同一平面上,所以称这些力为共面力. 当这些力构成的力系平衡时,物体平动状态不改变,转动状态也不会改变,故平衡条件可表述为: $\sum F_x=0$, $\sum F_y=0$, $\sum M=0$. 这便是研究这类问题平衡的基本思路. 对该平衡条件的进一步研究会发现共面力系平衡的一个很有价值的规律,即:共面力系平衡时各力的作用线必汇交于一点且满足 $\sum F=0$. 本讲将围绕该内容展开.

例 1　如图 2.1 所示,重量为 G 的圆柱紧靠在固定台阶的 A 点上. 现在圆柱的最高点 B 对圆柱施加拉力 F_B 恰可使圆柱绕 A 点缓慢向上转动离开地面. 试推证此圆柱所受力必交于一点.

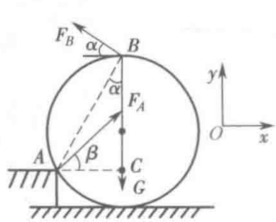

图 2.1

【分析和解】　该问题中圆柱共受三

个共面力作用：自身重力 G，台阶对圆柱作用力 F_A（实际该力是摩擦力与支持力的合力）及拉力 F_B. 显然本题所需要论证的就是圆柱平衡时，上述三力汇交于 B 点. 为简化推论过程，我们假设在 B 点施加拉力 F_B 沿与 AB 垂直方向，即与水平成 α 角. 取 A 点为轴. 依力矩平衡有

$$F_B \cdot AB = G \cdot AC,\quad F_B = G \cdot \frac{AC}{AB} = G \cdot \sin\alpha$$

设此时 F_A 的方向与水平成 β 角. 在图 2.1 所示坐标系中

$$F_{Ax} = F_B \cdot \cos\alpha = G \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$F_{Ay} = G - F_B \cdot \sin\alpha = G \cdot \cos^2\alpha$$

故

$$\tan\beta = \frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \cot\alpha$$

可见角 β 与 α 之和为 90°. 故此 F_A 必过 B 点，即平衡时 F_A, F_B, G 必定汇交于 B 且合力 F 为零.

例 1 虽只是一个特例，其所演绎出的结论却是普适的、肯定的. 由此很容易得出下面的推论：若物体所受共面力不能汇交于一点，则该物体必不能平衡.

例 2　一个匀质矩形物块底面边长为 $2a$，重量为 G，放置在粗糙的水平面上. 现对其施以水平拉力 F，F 的作用线距地面高度为 h. 已知地面与物体间的静摩擦系数为 μ，为使其平衡不被破坏，上述各量之间应满足什么关系？（如图 2.2 所示）

【分析和解】　此题按共点力处理是不妥的. 该物块受力应如图 2.3 所示，支持力 N 与摩擦力 f 的合力可用 R 表示，则物块平衡时必有 R, F, G 三力汇交且合力为零. 由于 R 的作用点不可能在 A 点之外，依几何关系可得 $\frac{F}{G} \leqslant \frac{a}{h}$，即 $h \leqslant \frac{G}{F}a$. 又三力汇交且合力