

CAMBRIDGE

本书由大连市人民政府资助出版

Synchronization
A Universal Concept in Nonlinear Sciences

同步——非线性
科学中的通用概念

[德] Arkady Pikovsky
Michael Rosenblum Jürgen Kurths / 著

高 宏 等 / 译



科学出版社

本书由大连市人民政府资助出版

同步——非线性科学中的 通用概念

[德] Arkady Pikovsky Michael Rosenblum
Jürgen Kurths 著
高 宏 等 译

科学出版社

北京

图字：01-2018-2937号

内 容 简 介

同步现象普遍存在于科学界、自然界、工程科学及社会生活中，它最早于1655年由惠更斯(Christiaan Huygens)发现。各种完全不同的系统都有趋向同步的性质，如钟表、鸣叫的蟋蟀、心脏起搏器、放电神经元和观众的鼓掌声等。基于现代非线性动力学理论，我们可以给出一个统一的框架来描述这些现象。在这本书的第一部分，我们首先对同步现象以定性直觉的方法进行介绍，没有借用复杂的数学知识。这一部分大体是以代表性的实验案例和图表进行陈述的，历史发展脉络也依时间顺序依次进行介绍。第二部分以严谨、系统的研究方法给出相关结果：作为经典结果的周期谐振子同步，最近才取得进展的混沌系统的同步，大量个体构成的集群的同步和振动媒介的同步。

这是一本交叉学科的书籍，广泛适用于各种读者群体：从高年级本科生、研究生到研究物理学、应用数学、工程学和其他诸多科学领域的专家学者。

Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences (978-0-521-53352-2) by Arkady Pikovsky Michael Rosenblum Jürgen Kurths first published by Cambridge University Press 2001

All rights reserved.

This simplified Chinese edition for the People's Republic of China is published by arrangement with the Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge, United Kingdom.

© Cambridge University Press & Science Press Ltd. 2018

This book is in copyright. No reproduction of any part may take place without the written permission of Cambridge University Press and Science Press Ltd.

This edition is for sale in the People's Republic of China (excluding Hong Kong SAR, Macau SAR and Taiwan Province) only.

此版本仅限在中华人民共和国境内（不包括香港、澳门特别行政区及台湾地区）销售。

图书在版编目(CIP)数据

同步：非线性科学中的通用概念/(德)阿尔卡季·皮科瓦夫斯基(Arkady Pikovsky), (德)迈克尔·罗森布拉姆(Michael Rosenblum), (德)于尔根·库尔特斯(Jürgen Kurths)著；高宏等译。—北京：科学出版社, 2018.5

书名原文：Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences

ISBN 978-7-03-057368-1

I. ①同… II. ①阿…②迈…③于…④高… III. ①非线性科学-研究 IV. ①N93

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 094567 号

责任编辑：刘凤娟 / 责任校对：杨然

责任印制：张伟 / 封面设计：无极书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京教圆印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年5月第一版 开本：720×1000 B5

2018年5月第一次印刷 印张：24 1/4

字数：450 000

定价：168.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

作 者 简 介

Arkady Pikovsky 德国波茨坦大学统计物理和混沌理论 C3 教授, 曾是马克斯-普朗克 (Max-Planck, 简称马普) 非线性动力学研究团队中的一员, 德国和美国物理学会会员, *PHYSICAL REVIEW E* 编委 (2000—2002). 此前, 他是伍珀塔尔大学的一名洪堡学者. 他在高尔基大学攻读博士期间的工作集中在混沌和非线性动力学方向, 毕业后就职于苏联科学院应用物理研究所. 更此前, Arkady Pikovsky 在高尔基大学学习无线电物理并于 1976 年开始进行混沌的相关研究工作, 他的“文凭”学位 (相当于硕士 —— 译者注) 论文中理论研究了电子设备生成混沌, 并随后在实验上重现了这一研究结果.

Michael Rosenblum 1997 年起担任波茨坦大学物理系副研究员. 他主要的研究领域是振动理论和非线性动力学在生物系统的应用及时间序列分析. 之前他以洪堡学者的身份在马普非线性动力学研究团队工作并担任波士顿大学的访问学者. Michael Rosenblum 大学就读于莫斯科师范大学物理系, 后在苏联科学院机械工程研究所从事研究工作, 并在那里获得了物理学和数学博士学位.

Jürgen Kurths 1994 年起担任复杂动力系统交叉学科中心主任、欧洲地球物理学会副主席、美国学会和德国夫琅禾费学会会员. 曾任波茨坦大学非线性动力学教授. 他是期刊 *International Journal of Bifurcation and Chaos* 的编委. Kurths 教授在 1992—1996 年间任马普非线性动力学研究组主任. 他大学就读于罗斯托克大学数学专业, 后就职于民主德国科学院太阳-地球物理研究所及天体物理研究所. 他于 1984 年开始研究混沌, 并获得物理学博士学位. 主要研究兴趣在非线性动力学及其在地球物理、生理学和时间序列分析上的应用.

译 者 序

在国内，非线性动力学的书籍虽然已经很多，但就译者所知，专门讨论同步的专著确是未曾见到。Pikovsky 教授的这本专著出版于 2001 年，距此已经十几年了。就一门快速发展的学科而言，翻译这样一本书似乎“不太合时宜”。然而，我们并未在其出版后十几年中发现更好的关于同步相关研究的专著，并且在这十几年中，并没有巨大的革命性进步出现；这本专著至今仍然保持着本学科领域排名前几位的年引用量，因而，翻译这样一本基础而翔实并且在国际上有很大影响力的基础书籍，用作国内本领域学生的教材以及相关研究人员的日常参考书，也就显得很有意义了。

除我们理想中的实验以外，多体存在的现实世界并不存在单纯的简单运动——最基本的三体问题已经达到我们数学能力的极限——因而我们的世界运行模式在本质上是复杂的。并且，显而易见的，与快速达到热平衡由随机性主导的世界不一样，我们的世界最有趣的部分是：它自一次热均匀性完美的大爆炸开始到现在，却是处处充满与热平衡违背的秩序。想象一下我们面对的这个复杂的世界（不是完全由随机性掌控）：我们知道物质的极化可以富集（如矿物的生成），但是物质的极化无法解释如我们这样“活的”物质的复杂性，如果我们考虑什么是复杂性的来源，什么是秩序生于混沌的原动力，那么我们必须考虑两种基本运动形式：转动和振动——而这两种运动都可以归纳为“往复运动”或“与周期有关的运动”。

考虑一下物质的基本运动方式：静止、平动、转动和振动，我们想不到还有其他的运动方式。静止可以看成平动的一个特例；而转动和振动的共同特点就是：它们都是周期的或者准周期的。因而，我们可以给运动重新分类：周期相关运动和非周期运动。对于物理学来说，与运动无关的静止系统，不可能是“复杂系统”，所有我们认为“复杂的”系统都是动态的，时刻变化的。因而，研究运动给系统带来复杂性，是我们研究复杂性的一个非常好的视角。而这种导致复杂性的、抵抗随机运动的物理过程，同步是可想象得到的一个根本性力量。

同步是一个非常广泛的概念，了解和学习这个概念以及区分其与“共振”的区别，是这本专著集中讨论的内容。在原作者的序言以及正文中，会给出详尽的描述，此处不再赘言。

关于同步的研究已经有非常长的历史，甚至希腊文明早期神话中创世神的名字都与此有关。孔颖达说：“太极谓天地未分之前，元气混而为一，即是太初、太一

也。”《易经》说：“是故易有太极，是生两仪”，并且“道生一，一生二，二生三，三生万物”，我们自古就深深地为混沌如何产生秩序这一未解的第一推动力所着迷。就目前的同步研究而言，主体学者为应用数学家和理论物理学家，虽然已经取得了非常多的研究成果，但是现象和模型的直接关联度非常弱：观察到的现象和数学模型看到的现象非常类似，但是无法把两者直接联系在一起。相信这个学科还有非常长的路需要走，并且，其深远的意义在未来才能够被充分发现。因而，年轻学者和学生在目前的阶段进入这个领域，还是非常恰当其时的。

最初翻译这本书的冲动来自于 2015 年笔者在 Pikovsky 教授研究组访问期间，深感如果有一本关于同步的中文教科书可以随时查阅，对刚入行的学者和学生都将是非常幸运的事。于是打算自己着手翻译这本书，不过翻阅后觉得这本书的难度不大，自己阅读起来也非常容易，如果进行翻译，更多的时间是花在中文语言的修饰上而非对科学意义的理解上，在研究项目的驱赶下，这种最初的翻译冲动不了了之。

再次燃起翻译这本书的想法是一年后在国内给物理系的本科生上分析力学课程，期间演示了一些非线性动力学方面的结果，有几个同学非常感兴趣，恰逢本系开始实行“本科生科研导师”制度，这几个同学就希望能够做一些这方面的研究工作。对我而言这真是一个很为难的事情——对于理论物理而言，本科生能做的工作实在寥寥无几。就笔者最初从事的聚变物理学理论研究工作而言，几年基础知识学下来，笔者和周边研究生同学的第一篇科研论文往往在研四或者研五才发表。如何找到能够适合本科生的理论科研工作——尤其在他们物理知识还不完备，计算技巧也很贫乏，而且对阅读英语文献也很恐惧的情况下，这件事确实耗费了我好多天来思考。最终的结果就是：翻译这本专著——既不很难，需要的物理基础知识也不是很艰深，而且本科生可以在学习专业术语的同时锻炼英语文献的阅读能力，也为他们将来能在同步研究方面打下非常好的基础。于是，共同展开这本书的翻译工作的意向就这样达成了。

翻译过程采用学生翻译初稿、教师校正、共同讨论统一释义校稿的工作方式。在此，感谢参与此书翻译组的胡琦琳、李思衡和奚柳三位同学以及张朋波、赵琪和刘伟三位老师付出的辛勤劳动。翻译组成员参与章节工作情况如下：高宏（序言, 1, 3, 6, 9, 14, 15, 附录），胡琦琳（4, 5, 6, 8, 12, 13, 15），张朋波（4, 5, 8, 11, 12, 13），李思衡（2, 7, 10, 11, 14），赵琪（2, 7），奚柳（3），刘伟（3）。

感谢科学出版社同仁的协助，特别感谢刘凤娟和赵彦超两位编辑及本书编辑组各位同事为提高译稿质量不辞辛苦的工作。

最后,感谢国家自然科学基金(11375035)及海事大学科技处的鼎力支持.
本书由大连市人民政府资助出版.

高 宏

2017年12月28日于海大东山

序 言

同步一词经常能够在科学的研究或日常生活中遇到。该词最早出自希腊语 *χρόνος* (Chronos/Khronos, 古希腊神话中的超原始神, 意为“时间”, 创造了混沌和秩序, 世界的第一因, 和他的妻子必然定数女神 *Ανάγκη*(Ananke) 一样, 是神话中超越一切的存在。——译者注) 和词汇 *σύν*(syn, 译为同样的, 通常的)。同步可以据字面意思理解为“共同度过一段时间”或“同时发生的”。这里, 词汇“同步”和“同步化的”指代自然科学、工程科学和生命科学几乎所有分支领域中属于同一类型的等各种各样的现象, 这些现象虽然表现方式不一, 但是遵循统一的规律。

在任一科学数据库中搜索词根 *synchro*, 会得到几百或者几千个相关词目。最开始, 同步是在人造系统上被发现和研究的——从钟摆到乐器、电子振荡器、电力系统和激光。并且, 在电力和机械工程上已经有很多实际应用。当代研究的重点集中在生命系统上, 同步现象能在不同层面上被观察到: 细胞核的同步变异, 神经元的同步激发, 心跳频率在呼吸和(或)运动节奏下调节, 不同形式的昆虫、动物甚至人类的合作行为——这些仅是本书关于同步这个研究课题的一些基础自然现象中的例子。

我们的身边充满同步中的个体: 无线电通信、电器设备、管弦乐队的多个小提琴、萤火虫发出一系列光脉冲、蟋蟀发出的鸣叫、鸟儿扇动它们的翅膀、化学反应中不同反应物的浓度呈现出振荡变化、一个神经中枢控制人类心脏收缩和心脏本身, 帕金森病引起四肢无意识颤抖的病理行为, 这些和其他这样的系统有着共同的特征: 它们产生节律 (rhythm)。通常这些个体不会与它们的环境分离开, 并且与其他(类似)个体相互作用, 换句话说, 它们是开放系统。确实, 生物钟显现每天(24小时)周期归因于日-夜间的照明改变和季节的温度变化, 小提琴家听到他/她的邻居演奏, 萤火虫被整个种群的光亮所影响, 不同脑活动的节律中心可能会受到其他中心的影响等。这些相互作用可能非常弱, 甚至难以察觉, 但是无疑都会引起一些定性的变化: 个体根据其他个体的节律而对本身节律进行调整。最终, 小提琴家演奏出和谐的音律, 昆虫以一个整体发出相同节律的声音或者光脉冲, 鸟儿协调一致地扇动翅膀, 奔跑的马的心脏在每一次奔跑运动周期内进行一次收缩。

这些调整归因于个体间的相互作用, 是同步现象的本质, 本书将会系统地对这种现象进行研究。

这本书的目标读者群非常广泛：物理学家、化学家、生物学家、工程师以及其他研究交叉学科的科学家^①，并且同时适用于研究理论和实验的专家学者。因而，实验结果的呈现、主要理论框架的提出及数学工具的使用并不是整齐划一的，有时还是多样（不同学科间）的。本书的结构也体现出了适用读者的多样化。

本书的第一部分不涉及复杂的数学知识，无微积分数学基础的读者也可阅读。尽管这部分没有复杂的公式，但是在定性上解释了最主要的几个概念^②，还在那里给出了几个科学实验和自然观察的案例。如果读者具有物理学和非线性动力学的专业理论知识，可以略过这一部分。

第二部分和第三部分以定量的形式阐述同步理论，阅读这部分的读者默认已经具备基础的非线性动力学知识。我们将这本书的难度控制在研究生可以理解的程度上。这两部分回顾了含有和不含有噪声的经典周期谐振子的同步研究，考察了大量个体谐振子的同步现象以及空间分布系统的同步，给出混沌系统相互作用引发的多种现象，并给读者提供了进一步阅读所需的文献资料。

我们希望这本书能够填补一个文献资料方面的空白：近乎所有振动理论的书籍（或者用现代语言说，非线性动力学）都把同步放在其他非线性现象中一起来讨论，只有写在“前混沌时代”的书籍（Blekhman (1971, 1981) 的文献）专门讨论了同步问题。已有的这些书籍主要讨论机电系统，同时扩展到理论研究、自然现象以及各个应用领域。本书我们结合经典理论，对近年来重要的成果进行总结，并着眼于其他多学科交叉领域的应用。

致谢：

在同步研究过程中，我们很高兴能与以下学者合作并讨论：V. S. Afraimovich, V. S. Anishchenko, B. Blasius, I. I. Blekhman, H. Chaté, U. Feudel, P. Glendinning, P. Grassberger, C. Grebogi, J. Hudson, S. P. Kuznetsov, P. S. Landa, A. Lichtenberg, R. Livi, Ph. Marcq, Yu. Maistrenko, E. Mosekilde, F. Moss, A. B. Neiman, G. V. Osipov, E.-H. Park, U. Parlitz, K. Piragas, A. Politi, O. Popovich, R. Roy, O. Rudnick, S. Ruffo, N. Rulkov, C. Schäfer, L. Schimansky-Geier, L. Stone, H. Swinney, P. Tass, E. Toledo 和 A. Zaikin.

非常感谢 A. Nepomnyashchy, A. A. Pikovski, A. Politi 和 C. Ziehmann 阅读了本书部分内容并对其进行评论。

^① 作者是物理学家，所以本书不可避免地从物理学的视角来讨论自然现象。

^② 为了简化阐述，我们略去第一部分所用材料出处的最初原始文献资料引用。读者可以在第一～三部分的参考文献列表中查找相关引用出处。

O. Futer, N. B. Igosheva 和 R. Mrowka 非常耐心地帮我们回答了很多关于医学和生物学的问题.

特别感谢 Michael Zaks, 他在本书出版的各个阶段都给予了鼎力支持.

同样感谢荷兰埃因霍温飞利浦国际 B.V. 公司档案馆藏为我们提供了 Balthasar van der Pol 的图片和简历, 也感谢 A. Kurths 帮忙整理了简历.

最后, 感谢剑桥大学出版社员工的协助, 特别感谢 S. Capelin 的鼓励和耐心以及 F. Chapman 为提高手稿质量所做的杰出工作.

本书主页:

我们欢迎所有对于本书的评论, 请发 email 到:

pikovsky@stat.physik.uni-potsdam.de

mros@agnld.uni-potsdam.de

jkurths@agnld.uni-potsdam.de

所有后期发现的错误将在网页 URL: <http://www.agnld.uni-potsdam.de/> 中加以订正.

目 录

第 1 章 同步现象介绍	1
1.1 同步的历史发展	1
1.2 同步的简单介绍	6
1.2.1 什么是同步?	6
1.2.2 什么不是同步?	12
1.3 结合各种实例对同步做出综述	15
1.3.1 术语附注	19
1.4 主要参考文献	20

第一部分 非公式化同步

第 2 章 基本概念: 自持谐振子及其相位	25
2.1 自持谐振子: 自然系统中的数学模型	25
2.1.1 自持谐振子是自然界中的典型代表	25
2.1.2 周期自持谐振子的几何图像: 极限环	26
2.2 相位的定义及其性质	28
2.2.1 准线性谐振子的相位及振幅	28
2.2.2 振幅恒定, 相位不受限制	28
2.2.3 一般情况: 任意形状的极限环	30
2.3 自持谐振子的主要特征	31
2.3.1 耗散、稳定性及非线性	32
2.3.2 自治的受迫系统: 受迫系统的相位不是自由的	34
2.4 关于自持谐振子更进一步的例子及讨论	35
2.4.1 典型的自持系统: 内部的反馈回路	35
2.4.2 张弛振荡器	36
第 3 章 外力下的周期谐振子的同步	40
3.1 弱受迫的准线性谐振子	40
3.1.1 自治谐振子与在旋转参照系下的力	41
3.1.2 锁频和锁相	43

3.1.3 同步相变	46
3.1.4 例子：机械呼吸机的呼吸夹带	48
3.2 外力下的同步：拓展讨论	51
3.2.1 频闪观测	51
3.2.2 例子：受周期性刺激的萤火虫	53
3.2.3 脉冲序列的夹带	54
3.2.4 高阶同步：阿诺舌	56
3.2.5 例子：受周期性刺激的心房起搏细胞	58
3.2.6 锁相和锁频：一般表述	58
3.2.7 例子：激光器的同步	60
3.3 张弛谐振子的同步：特殊特性	61
3.3.1 外部脉冲的重置（以心脏起搏器为例）	62
3.3.2 van der Pol 和 van der Mark 的电子心脏模型	63
3.3.3 阈值变化（以电子张弛谐振子为例）	64
3.3.4 固有频率变化	66
3.3.5 调制与同步	67
3.3.6 例子：雪白树蟋歌声的同步	67
3.4 噪声存在下的同步	69
3.4.1 噪声谐振子中的相位扩散	69
3.4.2 受迫噪声谐振子与相滑移	70
3.4.3 例子：机械通气下呼吸的夹带	73
3.4.4 例子：非常弱的外部刺激下心率的夹带	73
3.5 各式各样的例子	75
3.5.1 昼夜节律	75
3.5.2 月经周期	76
3.5.3 振荡葡萄糖输液条件对胰岛素的脉动分泌的夹带	77
3.5.4 绒泡菌属的原生质丝的同步	77
3.6 同步周边现象	79
3.6.1 外力的相关影响	79
3.6.2 可激系统的激励	80
3.6.3 从同步角度看随机共振	81
3.6.4 同一驱动下的多个振子的夹带	85

第 4 章 两个及以上谐振子的同步	88
4.1 自持谐振子的互同步	88
4.1.1 两个相互作用的谐振子	88
4.1.2 事例：三极管振荡器同步	90
4.1.3 事例：自由飞行中黑雁的呼吸与翅膀的拍频	92
4.1.4 事例：同相运动与反相运动之间的相变	93
4.1.5 结论与相关影响	94
4.1.6 张弛谐振子（以窦房结中显性和隐性起搏细胞为例）	95
4.1.7 噪声系统的同步（以帕金森患者的大脑和肌肉活动为例）	96
4.1.8 转子同步（以约瑟夫森结为例）	99
4.1.9 多个谐振子	101
4.2 链式、点阵和振动介质	102
4.2.1 点阵中的同步（以激光器阵列为例）	103
4.2.2 集群的形成（以哺乳动物肠道的电活动为例）	104
4.2.3 介质中的集群和节拍：延伸讨论	105
4.2.4 周期性受迫振荡介质（以受迫 BZ 反应为例）	106
4.3 全局耦合谐振子	108
4.3.1 Kuramoto 自同步相变	108
4.3.2 事例：月经周期同步	111
4.3.3 事例：酵母细胞种群中糖酵解振荡的同步	111
4.3.4 有节奏鼓掌的实验研究	112
4.4 各式各样的事例	112
4.4.1 哺乳动物的跑步和呼吸	113
4.4.2 两盐水谐振子的同步	114
4.4.3 肾小管压力谐振子的夹带	114
4.4.4 细胞群	114
4.4.5 捕食者—被捕食者周期的同步	115
4.4.6 神经系统的同步	115
第 5 章 混沌系统的同步	118
5.1 混沌谐振子	118
5.1.1 事例：Lorenz 模型	118
5.1.2 对初始条件的敏感依赖性	120
5.2 混沌谐振子的相位同步	122

5.2.1 混沌谐振子的相位和平均频率	122
5.2.2 周期性强迫夹带 (以受迫混沌等离子放电为例)	124
5.3 混沌谐振子的完全同步	127
5.3.1 全同系统的完全同步 (以两个激光器的同步为例)	127
5.3.2 不全同系统的同步	129
5.3.3 一般情况下的完全同步 (以全局耦合的电化学谐振子集群和 同步为例)	129
5.3.4 混沌破坏同步	130
第 6 章 实验检测同步	132
6.1 从数据中获取相位和频率	132
6.1.1 脉冲序列的相位 (以心电图为例)	132
6.1.2 窄带信号的相位 (以呼吸作用为例)	133
6.1.3 一些实用的提示	133
6.2 “主动”和“被动”实验中的数据分析	134
6.2.1 “主动”实验	134
6.2.2 “被动”实验	135
6.3 分析相位间的关系	137
6.3.1 相位差简单的分析 (以人类姿势控制为例)	137
6.3.2 高度的噪声	140
6.3.3 频闪技术	140
6.3.4 $n\Omega_1 \approx m\Omega_2$ 情况下的相位频闪 (以心肺相互作用为例)	141
6.3.5 强调制下的相位关系 (以白鲟电感受器的峰值为例)	143
6.4 总结备注及文献附注	145
6.4.1 “被动”实验的几个评价	145
6.4.2 量化和相位关系分析的意义	147
6.4.3 一些相关的文献	147
第二部分 锁相与频率捕捉	
第 7 章 受到周期性外力作用的周期谐振子同步	151
7.1 相位动力学	151
7.1.1 极限环与振荡的相位	151
7.1.2 微小扰动与等时线	153
7.1.3 举例: 复振幅方程	154

7.1.4 相位动力学方程	156
7.1.5 例子：受迫复振幅方程	156
7.1.6 慢速相位动力学	157
7.1.7 慢相位动力学：锁相及同步区域	159
7.1.8 相位动力学小结	161
7.2 弱非线性谐振子	163
7.2.1 振幅方程	163
7.2.2 等时情形的同步属性	166
7.2.3 同步属性：非等时情形	172
7.3 圆环映射与圆映射	173
7.3.1 圆映射：推导及例子	173
7.3.2 圆映射：性质	176
7.3.3 圆环映射	181
7.3.4 强外力与混沌转变	184
7.4 转子同步与约瑟夫森结	186
7.4.1 转子的动力学及约瑟夫森结	186
7.4.2 外场中的过阻尼转子	187
7.5 锁相环	189
7.6 参考文献	190
第 8 章 两个相互作用周期性谐振子的互同步	192
8.1 相位动力学	192
8.1.1 相位的平均方程组	193
8.1.2 圆映射	195
8.2 弱非线性谐振子	196
8.2.1 一般方程	196
8.2.2 振荡停止或猝熄	198
8.2.3 吸引和排斥的相互作用	199
8.3 张弛谐振子	201
8.4 文献附注	204
第 9 章 存在噪声的同步	205
9.1 噪声存在下的自持谐振子同步	205
9.2 在噪声下的同步	206
9.2.1 朗之万动力学的定性描述	206

9.2.2 白噪声的定量描述	209
9.2.3 准谐振波动力学的同步	212
9.2.4 噪声谐振子的互同步	213
9.3 文献说明	214
第 10 章 混沌系统中的相位同步	215
10.1 混沌谐振子的相位	215
10.1.1 相位的概念	215
10.1.2 混沌谐振子的相位动力学	220
10.2 混沌谐振子的同步	222
10.2.1 受外力作用的相位同步	222
10.2.2 同步的间接表征	225
10.2.3 不稳定周期轨道中的同步	227
10.2.4 两个耦合谐振子之间的互同步	227
10.3 文献书目说明	230
第 11 章 振动介质中的同步	231
11.1 谐振子点阵	231
11.2 空间上连续相位的轮廓	233
11.2.1 平面波和靶	234
11.2.2 噪声效应：粗化与同步	236
11.3 弱非线性振动介质	237
11.3.1 复 Ginzburg-Landau 方程	237
11.3.2 强迫振动介质	240
11.4 参考书目	242
第 12 章 全局耦合谐振子群	243
12.1 Kuramoto 相变	243
12.2 噪声谐振子	247
12.3 一般化	250
12.3.1 基于相位近似的模型	250
12.3.2 全局弱耦合的非线性谐振子	253
12.3.3 耦合张弛谐振子	253
12.3.4 耦合约瑟夫森结	254
12.3.5 有限尺度效应	257
12.3.6 混沌谐振子群	257

12.4 文献附注	259
-----------------	-----

第三部分 混沌系统同步

第 13 章 完全同步 I：基本概念	263
13.1 最简单模型：两个映射的耦合	263
13.2 同步状态的稳定	267
13.3 开始同步：统计理论	268
13.3.1 随机游走过程的扰动	268
13.3.2 有限时间李雅普诺夫指数的统计确定扩散	269
13.3.3 调制间歇：幂律分布	271
13.3.4 调制间歇：相关特性	276
13.4 开始同步：拓扑方面	277
13.4.1 横向分岔的周期性轨迹	278
13.4.2 弱同步与强同步	279
13.4.3 局部和全局筛选	281
13.5 文献附注	282
第 14 章 完全同步 II：一般性及复杂系统	283
14.1 全同映射及一般性耦合算子	283
14.1.1 单向耦合	284
14.1.2 非对称局部耦合	286
14.1.3 全局（平均场）耦合	286
14.2 连续时间系统	288
14.3 空间分布式系统	289
14.3.1 空间均匀的混沌	289
14.3.2 时空混沌中的横向同步	291
14.3.3 耦合细胞自动机的同步	292
14.4 作为一般对称态的同步	293
14.4.1 复制-对称的系统	294
14.5 书目注释	296
第 15 章 存在外力的复杂动力学同步	297
15.1 周期性外力下的同步	297
15.2 噪声强迫下的同步	299
15.2.1 噪声外力的周期性振荡	299