



普通高等教育“十三五”规划教材

微积分练习册

Calculus

主 编 马 军 许成锋
副主编 孔祥文



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com



普通高等教育“十三五”规划教材

微积分练习册

主 编 马 军 许成锋

副主编 孔祥文

北京邮电大学出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

微积分练习册



本书是与《微积分》配套使用的练习册. 内容包括第1章函数的极限与连续, 第2章导数与微分, 第3章中值定理与导数的应用, 第4章不定积分, 第5章定积分, 第6章空间解析几何与向量代数, 第7章多元函数微分学及其应用, 第8章多元函数积分学, 第9章无穷级数, 第10章微分方程与差分方程简介的配套习题, 题型包括判断题、选择题、填空题, 计算题等, 每章都配有测试题, 供学生进行阶段性测验.

图书在版编目(CIP)数据

微积分练习册/马军, 许成锋主编. -- 北京: 北京邮电大学出版社, 2018. 8

ISBN 978-7-5635-5507-9

I. ①微… II. ①马… ②许… III. ①微积分—高等学校—习题集 IV. ①O172-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 167202 号

-
- | | |
|------|--|
| 书 名 | 微积分练习册 |
| 主 编 | 马军 许成锋 |
| 责任编辑 | 沙一飞 |
| 出版发行 | 北京邮电大学出版社 |
| 社 址 | 北京市海淀区西土城路 10 号(100876) |
| 电话传真 | 010-82333010 62282185(发行部) 010-82333009 62283578(传真) |
| 网 址 | www.buptpress3.com |
| 电子信箱 | ctrd@buptpress.com |
| 经 销 | 各地新华书店 |
| 印 刷 | 北京泽宇印刷有限公司 |
| 开 本 | 787 mm×1 092 mm 1/16 |
| 印 张 | 10.5 |
| 字 数 | 264 千字 |
| 版 次 | 2018 年 8 月第 1 版 2018 年 8 月第 1 次印刷 |

ISBN 978-7-5635-5507-9

定价: 23.00 元

如有质量问题请与发行部联系

版权所有 侵权必究

前 言

CONTENTS 目录

教材改革作为我国高等学校改革的一项重要内容正在不断深入,《微积分》是“互联网+”视角下的创新型立体化教材,借助于 APP 平台提供的微课、交互动画等资源有助于“微积分”课程的教与学。

针对国家教育部提出的部分高等院校向应用型高校转型,重点培养“地方性、应用型、高素质”人才的精神,《微积分》在“理论够用,适度延展”的前提下,内容深度、广度适中,符合新的应用型人才培养方案和教学需求;结合与当前高中新课程衔接及高等学校目前微积分教学的现状和教学对象,由教学经验丰富,多年从事本课程教学的一线教师进行编写的。

本书是与《微积分》配套使用的练习册,在编写过程中,我们认真分析研究了高中新课程的相关内容,参照历年来我们使用过的各种教材,结合自己的教学体会,反复推敲,始终贯彻与高中新课程衔接这一条主线,根据教学实际需求,每章精选了部分练习题,供学生巩固练习之用,以提高学生的学习。

本书由马军、许成锋担任主编,孔祥文担任副主编,第一章、第八章由许成锋编写,第二章、第三章由孔祥文编写,第四章、第五章由马军、李琦编写,第六章、第七章由杨曲编写,第九章由尹志刚编写,第十章由付香英编写,本书由周金贵教授担任主审,由于编者水平有限,书中难免出现不妥、错漏之处,恳请专家、同行与广大读者提出宝贵意见。

编 者
2018 年 4 月

CONTENTS 目录



| | |
|---|----|
| 第 1 章 函数的极限与连续 | 1 |
| § 1.1 函数 | 1 |
| § 1.2 数列的极限 | 3 |
| § 1.3 函数的极限 | 5 |
| § 1.4 无穷小量与无穷大量 | 7 |
| § 1.5 函数极限的性质及运算法则 | 8 |
| § 1.6 两个极限判定准则和两个重要极限 | 9 |
| § 1.7 函数的连续性 | 12 |
| 第 1 章测试题 | 15 |
| 第 2 章 导数与微分 | 18 |
| § 2.1 导数的概念 | 18 |
| § 2.2 函数的求导法则 | 21 |
| § 2.3 高阶导数 | 24 |
| § 2.4 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数 | 26 |
| § 2.5 函数的微分 | 27 |
| 第 2 章测试题 | 29 |
| 第 3 章 中值定理与导数的应用 | 32 |
| § 3.1 微分中值定理 | 32 |
| § 3.2 洛必达法则 | 34 |
| § 3.3 函数的增减性 | 36 |
| § 3.4 函数的极值 | 37 |
| § 3.5 最大值与最小值, 极值的应用问题 | 39 |
| § 3.6 曲线的凹向与拐点 | 41 |
| § 3.7 函数图形的作法 | 42 |
| § 3.8 曲率 | 43 |
| * § 3.9 变化率及相对变化率在经济中的应用——边际分析与弹性分析介绍 | 44 |

| | |
|------------------------|------------|
| 第3章测试题 | 46 |
| 第4章 不定积分 | 48 |
| § 4.1 不定积分的概念与性质 | 48 |
| § 4.2 换元积分法(1) | 50 |
| § 4.2 换元积分法(2) | 52 |
| § 4.3 分部积分法 | 53 |
| § 4.4 有理函数的积分 | 54 |
| 第4章测试题 | 56 |
| 第5章 定积分 | 58 |
| § 5.1 定积分的概念与性质 | 58 |
| § 5.2 微积分基本公式 | 59 |
| § 5.3 定积分的换元积分法和分部积分法 | 60 |
| § 5.4 广义积分 | 62 |
| § 5.5 定积分的应用 | 63 |
| 第5章测试题 | 66 |
| 第6章 空间解析几何与向量代数 | 69 |
| § 6.1 空间直角坐标系 | 69 |
| § 6.2 向量及其线性运算 | 71 |
| § 6.3 向量的数量积与向量积 | 73 |
| § 6.4 平面及其方程 | 75 |
| § 6.5 空间直线及其方程 | 77 |
| § 6.6 曲面及其方程 | 79 |
| § 6.7 空间曲线及其方程 | 81 |
| 第6章测试题 | 83 |
| 第7章 多元函数微分学及其应用 | 85 |
| § 7.1 多元函数的基本概念 | 85 |
| § 7.2 偏导数 | 87 |
| § 7.3 全微分及其应用 | 89 |
| § 7.4 复合函数的微分法与隐函数的微分法 | 90 |
| § 7.5 微分法在几何上的应用 | 94 |
| § 7.6 方向导数与梯度 | 96 |
| § 7.7 二元函数的极值 | 97 |
| 第7章测试题 | 99 |
| 第8章 多元函数积分学 | 101 |
| § 8.1 二重积分的概念与性质 | 101 |
| § 8.2 二重积分的计算 | 103 |

| | |
|---------------------------|------------|
| * § 8.3 第一型曲线积分 | 108 |
| * § 8.4 第二型曲线积分 | 109 |
| * § 8.5 格林公式及其应用 | 112 |
| 第 8 章测试题 | 115 |
| 第 9 章 无穷级数 | 118 |
| § 9.1 常数项级数的概念和性质 | 118 |
| § 9.2 正项级数的审敛法 | 121 |
| § 9.3 任意项级数及其审敛法 | 125 |
| § 9.4 幂级数 | 127 |
| § 9.5 函数展开成幂级数 | 131 |
| * § 9.6 函数的幂级数展开式的应用 | 133 |
| * § 9.7 傅里叶级数 | 134 |
| 第 9 章测试题 | 136 |
| 第 10 章 微分方程与差分方程简介 | 140 |
| § 10.1 微分方程的基本概念 | 140 |
| § 10.2 一阶微分方程 | 142 |
| § 10.3 可降阶的高阶微分方程 | 146 |
| § 10.4 二阶常系数线性微分方程 | 149 |
| * § 10.5 欧拉方程 | 151 |
| * § 10.6 差分方程简介 | 152 |
| 第 10 章测试题 | 157 |

第1章 函数的极限与连续

§ 1.1 函 数

一、选择题

1. 设函数 $f(x-1)$ 的定义域为 $[0, a]$ ($a > 0$), 则 $f(x)$ 的定义域为().
(A) $[1, a+1]$ (B) $[-1, a-1]$
(C) $[a-1, a]$ (D) $[a, a+1]$
2. 函数 $y = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 是().
(A) 偶函数 (B) 奇函数
(C) 非奇非偶函数 (D) 既是奇函数又是偶函数
3. 若 $f(x-1) = x(x-1)$, 则 $f(x) =$ ().
(A) $x(x+1)$ (B) $(x-1)(x-2)$
(C) $x(x-1)$ (D) 不存在
4. 函数 $y = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 是().
(A) 偶函数 (B) 奇函数
(C) 非奇非偶函数 (D) 既是奇函数又是偶函数
5. 下列函数对中, 函数相同的是().
(A) $f(x) = \lg x^2, g(x) = 2\lg x$
(B) $f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$
(C) $f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}, g(x) = x \sqrt[3]{x-1}$
(D) $f(x) = x+1, g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

二、填空

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$ 则 $f[f(x)] =$ _____.
2. 函数 $f(x) = \ln(x+5) - \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ 的定义域是 _____.
3. 若 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 3$, 则 $f(x) =$ _____.
4. 若 $f(x) = \frac{1}{1-x}$, 则 $f[f(x)] =$ _____, $f\{f[f(x)]\} =$ _____.

5. 设 $f(x) = ax + b$, 则 $\varphi(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、设 $f(x) = e^{x^2}$, $f[\varphi(x)] = 1 - x$, 且 $\varphi(x) \geq 0$, 求 $\varphi(x)$ 并写出它的定义域.

四、有一边长为 l 的正方形铁皮, 从它的四角剪去相等的四个小正方形, 然后折各边成一个无盖的铁盒, 求这盒子的容积与所截小正方形边长之间的函数关系.

五、设有 xOy 平面上的正方形 $D: \begin{cases} 0 \leq x \leq a, \\ 0 \leq y \leq a \end{cases}$ 及一直线 $l: x + y = t$, 用 S 表示正方形 D 位于直线下方的面积, 试将 S 表示为 t 的函数, 其中 $t \geq 0$.

六、收音机每台售价为 90 元, 成本为 60 元, 厂方为鼓励销售商大量采购, 决定凡是订购量超过 100 台以上的, 每多订购一台, 售价就降低 1 分, 但最低价为每台 75 元,

- (1) 试将每台的实际售价 P 表示为订购量 x 的函数;
- (2) 试将厂方所获的利润 L 表示成订购量 x 的函数;
- (3) 某一商行订购了 1 000 台, 厂方可获利润多少?

§ 1.2 数列的极限

一、选择题

1. 下列数列发散的是().

(A) $0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, \dots$

(B) $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

(C) $f(n) = \begin{cases} \frac{2^n + 1}{2^n}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{2^n - 1}{2^n}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$

(D) $f(n) = \begin{cases} \frac{n}{n+1}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{n}{1-n}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$

2. 数列 $0, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \dots$ ().

(A) 以 0 为极限

(B) 以 1 为极限

(C) 以 $\frac{n-2}{n}$ 为极限

(D) 不存在极限

3. 下列数列中发散是().

(A) $x_n = \frac{1}{n}$

(B) $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$

(C) $x_n = \frac{1 + (-1)^n}{n}$

(D) $x_n = 1 + (-1)^n$

4. 数列有界是数列收敛的().

(A) 充分条件

(B) 必要条件

(C) 充分必要

(D) 既非充分也非必要

* 5. 设数列 $\{u_n\}$ 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} |u_n| = A$, 则().

(A) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = A$

(B) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -A$

(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \pm A$

(D) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ 不一定存在

二、填空题

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \sqrt{n-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 5}{3n + 2} = 2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、求下列各极限

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1)}{n^2}.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} \right).$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}).$$

$$* 4. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n + 3\sqrt{n}} - \sqrt{n - \sqrt{n}}).$$

* 六、设数列 $\{x_n\}$ 有界, 又 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$, 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$.

§ 1.3 函数的极限

一、选择题

1. $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处有定义是当 $x \rightarrow x_0$ 时 $f(x)$ 有极限的().
 (A) 必要条件 (B) 充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 无关条件
2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 1, \\ 0, & x = 1, \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ()$.
 (A) 0 (B) 1 (C) ∞ (D) 不存在
3. 设 $f(x) = \begin{cases} x-1, & -1 < x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ()$.
 (A) -1 (B) 0 (C) 不存在 (D) 1
4. 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $\arctan x$ 的极限为().
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $-\frac{\pi}{2}$ (C) ∞ (D) 不存在, 但有界
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x-1} = ()$.
 (A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) 不存在

二、求下列各极限

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1}$.

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{2x^4 - 3x^2 - 1}$.

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right).$$

三、设 $f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0, \\ x+1, & x \geq 0, \end{cases}$ 分别讨论 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ 的极限.

四、分别求 $f(x) = \frac{x}{x}$, $\varphi(x) = \frac{|x|}{x}$ 当 $x \rightarrow 0$ 时的左、右极限, 并说明它们在 $x \rightarrow 0$ 时的极限是否存在?

* 五、判断 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}}$ 是否存在, 若将极限过程改为 $x \rightarrow 0$ 呢?

§ 1.4 无穷小量与无穷大量

一、判断题

1. 非常小的数是无穷小. ()
2. 零是无穷小. ()
3. 两个无穷小的商是无穷小. ()
4. 两个无穷大的和一定是无穷大. ()
5. 两个无穷小的和一定是无穷小. ()
6. 若 $f(x)$ 是无穷小, 则 $\frac{1}{f(x)}$ 为无穷大. ()
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$. ()
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$. ()

二、选择题

1. 无穷小量是().
 (A) 比 0 稍大一点的一个数 (B) 一个很小很小的数
 (C) 以 0 为极限的一个变量 (D) 数 0
2. 无穷大量与有界量的关系是().
 (A) 无穷大量可能是有界量 (B) 无穷大量一定不是有界量
 (C) 有界量可能是无穷大量 (D) 不是有界量就一定是无穷大量
3. “当 $x \rightarrow x_0$ 时, $f(x) - A$ 是无穷小”是“ $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ ”的().
 (A) 必要条件 (B) 充分条件
 (C) 充要条件 (D) 无关条件
4. 无穷多个无穷小量之和().
 (A) 必是无穷小量
 (B) 必是无穷大量
 (C) 必是有界量
 (D) 是无穷小, 或是无穷大, 或有可能是有界量
5. $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处有定义是 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在的().
 (A) 必要条件 (B) 充分条件
 (C) 充要条件 (D) 无关条件

三、填空题

1. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} x \arctan \frac{1 + \sin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

§ 1.5 函数极限的性质及运算法则

一、求下列极限

1. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$.

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + 4x}{x^2 + 2x}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{1+x^2}}$.

5. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$.

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{3x^2 + 4}$.

7. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4}$.

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x})$.

二、已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - ax - b \right) = 0$, 其中 a, b 为常数, 求 a, b 的值.三、求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{2}{x}}} + \frac{x}{|x|} \right)$.

§ 1.6 两个极限判定准则和两个重要极限

一、选择题

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$ 的值为().
 (A) 1 (B) ∞ (C) 不存在 (D) 0
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} =$ ().
 (A) ∞ (B) 不存在 (C) 1 (D) 0
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^2(1-x)}{(x-1)^2(x+2)} =$ ().
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) 0 (D) $\frac{2}{3}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^{2x} =$ ().
 (A) e^{-2} (B) ∞ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$
5. 下列极限计算正确的是().
 (A) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{1}{x})^x = e$ (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$
 (C) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$ (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

二、求下列极限

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x - 1}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$.
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \sin \frac{x}{2^n}$ (x 为不等于零的常数).

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x \sin x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^2} - 1}{1 - \cos x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\sqrt{x} - 1)}{x - 1}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 3x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin \frac{2}{x^2}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{x+1}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}.$$