

变截面工程结构稳定问题 算法研究与应用

侯祥林 卢宏峰 著

BIANJIEMIAN GONGCHENG JIEBIAO WENDING WENTI
SUANFA YANJIU YU YINGYONG

非
外
借



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

变截面工程结构稳定问题 算法研究与应用

侯祥林 卢宏峰 著



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书是作者近年来在变截面工程结构稳定问题求解算法方面的研究成果。本书以典型变截面结构临界载荷求解算法为主线,以解决复杂工程结构稳定问题为目标,阐述了变截面工程结构临界载荷求解的力学原理、算法原理和程序设计方法,编制相应的算法求解程序,完成典型算例分析。主要内容包括绪论、常截面结构临界载荷的计算方法、变截面轴心承压构件弯曲屈曲的临界载荷算法与应用、变截面受压杆件扭转屈曲和弯扭屈曲临界载荷算法与应用、变截面刚架弯曲屈曲临界载荷的算法与应用、基于非线性微分方程边值问题的变截面结构临界载荷优化算法和结论,并在附录中给出了几种结构临界载荷求解程序。

本书可以作为机械工程、土木工程和工程力学等专业研究生和工程技术人员的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

变截面工程结构稳定问题算法研究与应用 / 侯祥林, 卢宏峰著. —北京: 中国电力出版社, 2019. 1

ISBN 978-7-5198-2139-5

I. ①变… II. ①侯…②卢… III. ①建筑结构—变截面构件—工程结构—结构稳定性—算法分析 IV. ①TU311.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 136111 号

出版发行: 中国电力出版社

地 址: 北京市东城区北京站西街 19 号 (邮政编码 100005)

网 址: <http://www.cepp.sgcc.com.cn>

责任编辑: 熊荣华 (010-63412543 124372496 @ qq.com)

责任校对: 黄蓓 李楠

装帧设计: 郝晓燕

责任印制: 钱兴根

印 刷: 三河市航远印刷有限公司

版 次: 2019 年 1 月第一版

印 次: 2019 年 1 月北京第一次印刷

开 本: 710 毫米×980 毫米 16 开本

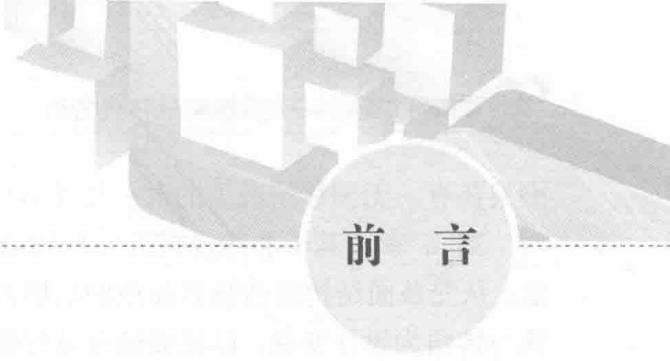
印 张: 13.25

字 数: 138 千字

定 价: 60.00 元

版 权 专 有 侵 权 必 究

本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换



前 言

本书针对变截面工程结构稳定问题,综合运用数学理论、力学原理、最优化方法和程序设计方法,探讨了变截面梁和刚架结构的临界载荷求解算法与工程应用问题。全书共分7章。

第1章 绪论:概述了结构稳定问题的分类、临界载荷求解基本方法、变截面稳定问题的研究现状与成果,描述了本书所做研究工作内容。

第2章 常截面结构临界载荷的计算方法:引入结构力学原理,概述了梁结构和简单刚架结构的临界载荷求解的静力法和能量法,给出多自由度结构、无限自由度结构、具有弹性支座结构和简单变截面结构的临界载荷的求解算例。

第3章 变截面轴心承压构件弯曲屈曲的临界载荷算法与应用:基于差分原理,建立变截面压杆临界力和屈曲平衡条件下结构变形量关系,提出求解临界载荷的迭代算法,编程求解典型临界载荷求解计算问题。在此基础上,提出了以离散点的未知挠度和压杆临界载荷为动态设计变量,以非线性差分方程组构建目标函数的变截面压杆临界载荷求解的无约束优化算法,编制优化求解程序,分析了典型静定和超静定约束变截面压杆临界载荷求解算例。

第4章 变截面受压杆件扭转屈曲和弯扭屈曲临界荷载算法与应用:应用离散差分原理和最优化原理,提出了变截面受压杆件扭转屈曲和变截面受压杆件弯扭屈曲条件下的杆件临界荷载的优化算法,并编程进行箱型构件扭转屈曲和弯扭屈曲临界荷载实例求解。

第5章 变截面刚架弯曲屈曲临界荷载算法与应用:针对以弯曲屈曲为主的刚架结构,运用差分原理和最优化方法,建立以梁、柱的屈曲挠度、临界载荷、附加内力为设计变量,以离散结点所满足的屈曲平衡条件构建目标函数的变截面刚架结构临界荷载的优化求解算法,编程分析了变截面对称



刚架在有、无偏移情况下的对称与非对称临界载荷的实例求解。

第 6 章 基于非线性微分方程边值问题的变截面结构临界载荷优化算法：从变截面结构屈曲临界荷载的求解问题出发，以临界载荷和未知边界位移与转角为设计变量，以屈曲微分方程数值算法按步表达位移与转角，以结构结点位移和转角满足的条件建立目标函数，提出了基于非线性微分方程边值问题求解的临界载荷优化算法。编制了通用求解程序，求解了变截面梁和刚架临界载荷实例，实现以较少设计变量快速精确求解临界载荷的目的。

本书所有算例均为笔者编程真实计算，并通过与精确值对照，应用 Ansys 有限元计算对比和精度逼近条件确定。本书为解决复杂工程结构的稳定问题和临界载荷计算分析提供可行方法。

本书以典型变截面梁和刚架类结构的临界载荷求解算法为主线，以解决大型工程结构稳定问题的分析为目标，结合力学分析、算法原理、程序设计、实例分析、结果对比等思路，提出了有效、可行、快速地解决变截面结构临界载荷计算问题，可为复杂工程结构问题分析提供途径。本书部分成果已经刊登在工程数学学报、计算力学学报、应用力学学报等期刊上，为理论研究和工程应用提供依据。

本书受辽宁省自然科学基金项目：大型建筑机械变截面薄壁钢结构体系稳定问题的研究与应用（2015020129）资助。

限于作者水平，书中提出的方法和观点难免存在差错，恳请读者批评指正。

侯祥林

2018.03

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 构件稳定问题分类	1
1.1.1 平衡分岔失稳	1
1.1.2 极值点失稳	3
1.1.3 跃越失稳	4
1.2 稳定问题常用的计算方法	5
1.2.1 平衡法	6
1.2.2 能量法	6
1.2.3 动力法	7
1.2.4 其他方法	7
1.3 变截面稳定问题的研究现状	8
1.4 变截面结构临界载荷优化算法概述	10
本章参考文献	11
第 2 章 常截面结构临界载荷的计算方法	13
2.1 临界载荷求解的静力法	13
2.1.1 多自由度结构	13
2.1.2 无限自由度结构	14
2.1.3 具有弹性支座压杆稳定问题	18
2.1.4 柱脚铰接刚架结构稳定问题	20



2.1.5	柱脚固定刚架结构稳定问题	22
2.2	能量法确定临界载荷	26
2.2.1	能量法确定临界载荷原理	26
2.2.2	多自由度结构临界载荷	27
2.2.3	无限自由度结构临界载荷	28
2.2.4	瑞利—李兹法	29
2.3	简单变截面结构稳定计算	30
2.3.1	第一种类型：阶型杆	30
2.3.2	第二种类型：截面惯性矩按指数分布	33
2.4	本章小结	36
	本章参考文献	36

第3章 变截面轴心承压构件弯曲屈曲的临界载荷算法与应用 37

3.1	变截面轴心受压构件的弯曲屈曲模型	37
3.2	变截面压杆临界载荷的迭代算法	39
3.2.1	变截面压杆临界力所满足的非线性方程组	39
3.2.2	临界力求解的迭代算法	40
3.2.3	临界力求解算例分析	41
3.3	变截面压杆临界载荷的优化算法	46
3.3.1	优化算法原理	46
3.3.2	Powell 法优化搜索原理和程序框图	48
3.3.3	计算精度判定条件	49
3.3.4	算例分析	50
3.4	超静定变截面压杆临界载荷最优化求解原理	55
3.4.1	超静定变截面压杆临界载荷求解问题分析	55
3.4.2	临界载荷求解的最优化问题	56

3.4.3 算例分析	57
3.5 本章小结	62
本章参考文献	63
第4章 变截面受压杆件扭转屈曲和弯扭屈曲临界荷载算法与应用	64
4.1 双轴对称杆件的扭转屈曲	64
4.1.1 双轴对称杆件的扭转屈曲模型与等截面临界载荷求解	64
4.1.2 变截面双轴对称杆件的扭转屈曲临界载荷求解	69
4.2 压弯构件弯扭屈曲临界载荷	75
4.2.1 等截面压弯构件弯扭屈曲临界载荷求解	75
4.2.2 变截面弯扭屈曲的临界荷载优化算法	80
4.3 本章小结	88
本章参考文献	88
第5章 变截面刚架弯曲屈曲临界荷载算法与应用	89
5.1 常截面刚架稳定问题解析求解	89
5.1.1 具有固定约束刚架对称载荷对称屈曲临界载荷计算	89
5.1.2 具有固定约束刚架对称载荷反对称屈曲临界载荷计算	92
5.2 无侧移变截面刚架对称屈曲临界荷载优化算法与应用	95
5.2.1 无侧移变截面刚架对称屈曲微分方程转化	95
5.2.2 无侧移变截面刚架临界荷载优化求解原理	99
5.2.3 临界荷载精度准则	100
5.2.4 无侧移刚架对称屈曲优化程序结构	101
5.2.5 无侧移常截面刚架临界荷载算例	101
5.2.6 无侧移变截面刚架临界荷载求解	107
5.3 有侧移变截面刚架反对称屈曲临界荷载优化算法与应用	110
5.3.1 有侧移变截面刚架屈曲稳定条件下的临界载荷求解算法原理	110



5.3.2	有侧移变截面刚架临界荷载优化求解原理	112
5.3.3	有侧移常截面刚架临界荷载算例	114
5.3.4	有侧移变截面刚架临界荷载算例	115
5.4	变截面刚架非对称临界载荷优化算法与应用	117
5.4.1	刚架非对称临界载荷求解问题分析	117
5.4.2	临界载荷的优化求解模型	122
5.4.3	刚架优化程序结构	123
5.4.4	临界荷载精度准则	123
5.4.5	算例分析	123
5.4	本章小结	129
	本章参考文献	129

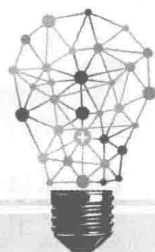
第 6 章 基于非线性微分方程边值问题的变截面结构临界载荷优化算法 131

6.1	微分方程数值算法基本原理	131
6.1.1	欧拉法	131
6.1.2	后退欧拉法	132
6.1.3	梯形法	132
6.1.4	θ 方法	133
6.1.5	Runge-Kutta 方法	133
6.2	非线性常微分方程边值问题的优化算法	135
6.2.1	研究意义	135
6.2.2	微分方程边值问题的最优化算法原理与程序设计	136
6.2.3	算例分析	138
6.3	基于微分方程初边值问题的变截面压杆临界载荷的优化算法	141
6.3.1	变截面压杆屈曲稳定条件下的临界载荷求解算法原理	142

6.3.2	稳定临界载荷与位型求解的优化程序组成与精度判定	144
6.3.3	算例分析	145
6.4	基于微分方程初边值问题的变截面刚架的临界载荷优化算法	152
6.4.1	无侧移对称变截面刚架屈曲稳定条件下的临界载荷求解算法原理	152
6.4.2	有侧移对称变截面刚架屈曲稳定条件下的临界载荷求解算法原理	158
6.5	有侧移非对称变截面刚架屈曲稳定条件下的临界载荷求解算法原理	163
6.5.1	变截面刚架屈曲稳定条件下所满足二阶非线性微分方程	163
6.5.2	无量纲化简化	164
6.5.3	按无量纲的非对称变截面刚架临界载荷优化求解算法原理	167
6.5.4	目标函数程式化	167
6.5.5	稳定临界载荷与位型求解的优化程序组成与精度判定	168
6.5.6	算例分析	168
6.6	本章小结	171
	本章参考文献	172
第 7 章	结论	173
附录 1	变截面压杆临界荷载迭代算法源程序	175
附录 2	一端固定一端链杆约束变截面压杆临界荷载优化算法源程序	178



附录 3	有侧移的对称刚架结构的临界载荷算法程序的主程序和目标函数段	186
附录 4	变截面弯扭屈曲的临界载荷优化算法的主程序和目标函数段	189
附录 5	变截面刚架非对称屈曲临界载荷优化算法源程序	192



绪 论

伴随着现代科学与技术发展,工程结构体系日益走向大型化、高耸化、轻柔化。混凝土泵车臂架体系、起重机吊臂结构、大型钻杆等变截面机械结构被广泛应用,变截面结构具有自身重量小、省材、受力特性和满足较高审美要求等优点。由于高强度钢材的使用,提高了结构件强度和刚度,而稳定问题日显突出。临界载荷的计算求解成为最为重要的问题。

针对常截面结构的临界载荷,结构力学、材料力学和机械设计手册已有精确解法^[1-2]。针对变截面构件临界载荷计算问题,理论分析和求解方法均不够完善,研究变截面结构临界载荷求解方法具有理论和实际意义。

1.1 构件稳定问题分类

结构构件中失稳现象是多种多样的,按其性质可分为三类^[3]:

1.1.1 平衡分岔失稳

平衡分岔失稳问题包括构件轴心承压失稳和压弯失稳等问题。

以构件轴心承压稳定问题为例说明。构件端部的轴心压力 F 未达到临界载荷 F_{cr} 时,构件处于图 1.1 (a) 所示挺直状态的稳定平衡,构件截面所承受的压力是均匀的,此时,沿构件轴线方向的压缩变形为 Δ 。当有微小横向扰动作用于构件时,构件会出现微小变形,但扰动撤去时,构件恢复原来的平衡状态。当作用于杆端的载荷达到临界载荷 F_{cr} , 构件将会突然发生弯曲,这种现象称为屈曲,或者称为丧失稳定。此时,承压构件从原本的挺直状态变为具有微小变形的弯曲状态,由原来的平衡状态转为另外一种平衡状态如



图 1.1 (b) 所示, 随着载荷的增加, 当载荷值到达 A 点时, 出现了两种平衡方式, 其载荷—挠度曲线出现了 AC 和 AB 两种平衡途径, 载荷—挠度曲线如图 1.1 (c) 所示。承压构件的载荷—挠度曲线出现分岔点所对应的载荷值为载荷限值 F_{cr} , 称为屈曲载荷或临界载荷, 所发生的这类失稳形式称为平衡分岔失稳, 也可称为第一类失稳。平衡分岔失稳可分为稳定分岔失稳和不稳定分岔失稳。

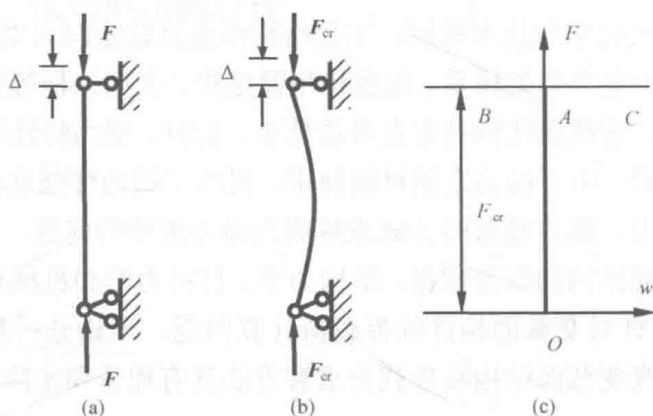


图 1.1 轴心受压构件弯曲屈曲

(1) 稳定分岔失稳

载荷—挠度曲线在发生失稳后, 基本不继续上升的情况是按小挠度理论分析得到的, 如图 1.1 (c) 所示。当按大挠度理论分析时, 承压构件发生屈

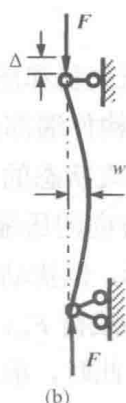
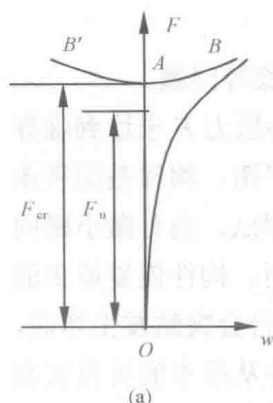


图 1.2 稳定分岔失稳

曲后的载荷—挠度曲线是略有增加的, 如图 1.2 (a) 所示, 载荷—挠度曲线为 AB 或 AB' , 构件处于这种平衡状态下是稳定的, 称为稳定分岔失稳。在大挠度理论分析中发现, 当载荷有小的增加量时, 挠度就会有很大的变化, 构件在压力和由于弯曲产生的弯矩共同作用下, 从截面边缘的纤维开始出现塑性区域, 构件顺次达到极限状态, 从而可知, 轴心承压构件发生屈曲后的强度几乎不

能再利用。上面的失稳现象是理想状态下发生的，实际中的轴心承压构件并非是完全笔直的，初始的弯曲和几何缺陷使得构件和薄板的极限载荷 F_u 有所降低，对应载荷—挠度如图 1.2 (a) 和图 1.2 (b) 中的虚线所示，不出现分岔。对于稳定分岔失稳的构件，初始的缺陷对临界载荷的影响不大。

(2) 不稳定分岔失稳

除了上述构件的挠度曲线外，还有一类载荷—挠度曲线如图 1.3 (a) 的 OAB 或 OAB' 所示，其极限载荷小于构件发生屈曲时对应的载荷值，这类失稳形式称为不稳定分岔失稳，或称为有限干扰屈曲。例如承受均匀压力的圆柱壳，在微小干扰力作用下，达到平衡分岔失稳之前，很有可能从发生屈曲前的稳定平衡状态跳跃到非相邻的平衡状态，载荷—挠度曲线如图 1.3 (a) 中的 $OA'CB$ 所示，不经过理想的分岔点 A 。对于此类结构，初始缺陷对其临界载荷的影响很大，实际的极限载荷 F_u 远小于理论上的发生屈曲载荷 F_{cr} ，其载荷—挠度曲线如图 1.3 (a) 中虚线所示。这类问题的重点不是计算屈曲载荷，而是求得小于屈曲载荷的极限载荷值。

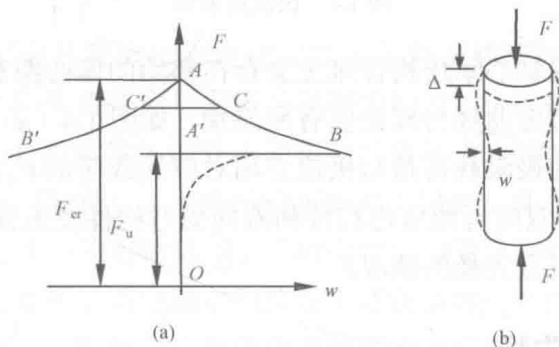


图 1.3 不稳定分岔失稳

1.1.2 极值点失稳^[3-5]

偏心受压构件发生弯曲变形的载荷—挠度曲线如图 1.4 所示，其中 OAB 段为稳定平衡状态，在截面纤维开始屈服之前，即 A 点之前，挠度随载荷的增加而增加。当载荷不断增加，随着塑性向内的扩展，弯曲变形速度加快，若继续维持平衡，需要减小构件的端部压力，即出现图 1.4 (a) 中曲线所示下降段 BC ，此时构件处于不稳定平衡状态。点 B 对应的载荷 F_u 为构件的极



限载荷, 此时的偏心承压构件已经达到弯矩作用平面内的极限状态。具有极值点的偏心承压构件的载荷—挠度曲线, 不会出现如理想轴心承压构件在同一点发生两种不同变形状态的分岔点, 在载荷增加过程中构件弯曲变形的基本特点没有变化, 这种失稳形式称为极值点失稳, 或称为第二类失稳, 其载荷—挠度曲线如图 1.4 (b) 所示。

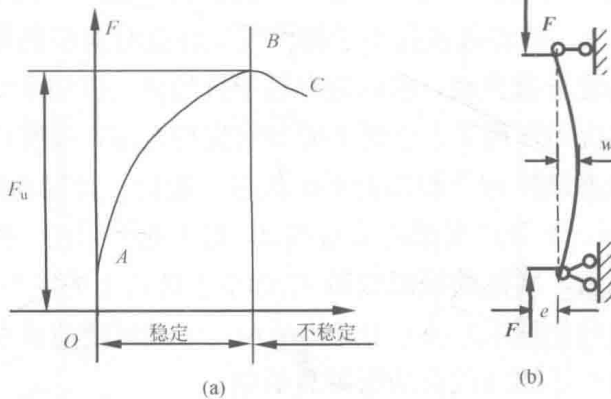


图 1.4 极值点失稳

实际工程中的轴心承压构件难免会存在初始的偏心距和初始的弯曲, 实验测得的载荷—挠度曲线与理论值有所差别, 如图 1.4 (a) 所示, 图中实际的轴心承压构件的极限载荷是与极值点对应的载荷值 F_u , 这种失稳形式是十分常见的, 其中双向弯曲压弯构件和双向受弯构件发生弹塑性弯扭失稳时的形式都属于极值点失稳的情况。

1.1.3 跃越失稳

如图 1.5 (a) 所示拱在结构两端铰接, 在均布载荷 q 的作用下, 其载荷—挠度曲线如图 1.5 (b) 所示, 其中 OA 段是稳定的, 当曲线达最高点 A 后瞬间跳跃到 C 点, 该点是一个与 A 点非邻近的点, 同时挠度 w 也会很快增加, 拱结构迅速下垂。如图 1.5 (b) 所示的载荷—挠度曲线, BC 段是稳定上升的, 但此时结构已经被破坏, 故不能继续承受压力, 虚线所示的 AB 段处于不稳定的状态, 其中, A 点所对应的载荷就是坦拱的临界载荷值 q_{cr} , 这种失稳现象就称为跃越失稳, 这种失稳形式与不稳定分岔失稳存在某些共同

点,就是在失稳之后又跳跃到另一个平衡状态,但是,它不存在平衡分岔带和极值点。常发生跃越失稳的有扁壳和扁平的网壳结构。

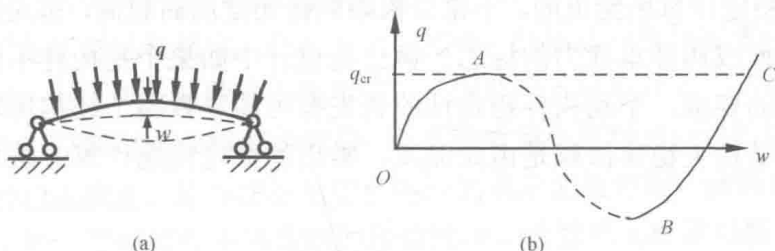


图 1.5 跃越失稳

求解结构的临界载荷,首先要正确分析结构失稳形式,对符合平衡分岔失稳特征的结构。主要分为三种类型:①临界载荷与极限载荷比较接近;②临界载荷大于极限载荷;③临界载荷小于极限载荷。

1.2 稳定问题常用的计算方法

结构的稳定问题计算方法都是建立在由于外部载荷作用使得结构产生变形的基础上,结构失稳变形与上述所说变形相同。结构稳定计算之初要绘制计算简图,包含有结构发生的变形和作用的内外力。例如在求解轴心承压构件的弯曲屈曲临界载荷中,当两端约束均为铰接时,轴心承受的压力对发生弯曲变形的弯矩作用应有所体现。当两端约束为固定端时,除了上述弯矩作用要记录外,还要考虑固定端对构件发生弯曲变形约束的作用。当构件发生扭转屈曲时,记录扭矩对构件扭转变形的影响求解扭转屈曲临界载荷。解决结构失稳问题,由于与构件相连的构件或者整个结构变形的影响,要综合考虑整个结构的稳定性。结构变形和载荷之间的关系为非线性,应用二阶分析方法解几何非线性的稳定问题。与传统的结构力学中的内力计算相比,二阶分析方法有所不同。静定结构中,结构的变形与内力的计算无关,属于一阶分析;超静定结构中,虽然结构变形协调在确定其中赘余力的过程中要计及,但是在赘余力确定之后,还是在原来未变形结构的基础上来计算各部分的内力,结构的变形没有再被考虑,此时还是回到了一阶分析的计算方法。计算所得内力,如压力、拉力、弯矩或剪力都属于结构的载荷效应。稳定计



算将涉及结构或构件的一系列初始条件,如构件的几何长度、连接条件、结构体系、尺寸、形状、残余应力分布和截面的组成,以及外载荷作用和钢材性能等。稳定计算所给出的,不论是极限载荷还是屈曲载荷,都是所计算结构的稳定性或构件承载力的标志。钢结构设计中如果个别构件不能符合稳定承载力的要求,个别构件稳定性的丧失有可能导致整个结构垮塌,很多重大的钢结构失稳事故就是由此而发。常用的稳定问题计算方法包括以下几种。

1.2.1 平衡法

平衡法,又称为静力平衡法或中性平衡法,是求解结构的稳定极限载荷的一种基本方法。当弹性稳定问题具有平衡分岔点时,位于平衡分岔点附近存在原有结构与已产生微小变形结构的两种平衡状态。平衡法就是根据后者结构的受力条件建立平衡方程,从而求解临界载荷。往往所得到的符合平衡方程的解有不止一个,其中最小者是该结构的分岔屈曲载荷。平衡法的局限性在于只能求解屈曲载荷,却不能判断结构处于平衡状态的稳定性。在很多机械工程结构中,常常需要得到结构的屈曲载荷,无须判断稳定性,所以平衡法得以广泛应用。平衡法的优点在于很多情况下可以获得精确解。当用此方法解阶梯形变截面压杆临界载荷时,首先按构件变截面的段数进行划分,根据挠曲线的连续条件,分别列出弯曲平衡方程,从而解得积分常数,应用已知条件解得弯曲屈曲临界载荷值。应用上述计算过程,可以获得较为精确的临界载荷值,对于较多段变截面杆件的求解,很难建立微分方程。同时,此种方法对于截面沿杆件轴线变化的受压杆件,只能求解少数几种特定边界条件的临界载荷值,很多时候,即使已经建立了微分方程,求解过程依然十分繁琐,很难实际应用。

1.2.2 能量法

能量法,作为一种主要的求解稳定性临界力的一种近似方法,求解思想为能量守恒原理和势能驻值原理。如果所求结构处于平衡状态,对于保守体系,总的势能必定存在驻值。总的势能可根据已经发生变形结构的受力条件