中華大典

中華大典

二

二

盈不足總部

面積總部

體積總部

盈不足總部

主編 劉飛

盈不足術部

題解

《九章算術》卷七《盈不足》 盈不足 三國魏・劉徽注 以御隱雜互見。

三國魏・劉徽《九章算術注》卷七《盈不足》 按：盈者，謂之朓。不足者，謂之朒。所出率，謂之假令。

唐・李籍《九章算術音義》第四 盈不足，以成切。盈者，滿也。不足者，虛也。滿虛相推，以求其適，故曰盈不足。朒，女六切，不足也。

又 適足，施隻切。恰也。

元・舒天民《六藝綱目》卷下 七曰盈朒，隱雜互見，㠯此御之。數之顯者，可得而知。隱者難究，㠯至於雜，尤不可攷。遂由其顯，㠯求其隱。或各盈朒，又曰盈不足，其義並同。盈朒者，推其或多或少之奇數而知其共數也。

明・柯尚遷《數學通軌・盈朒》 今註：盈是多朒少，數之顯者可見，隱者不可見，至於雜，則不可見。由其顯以推其隱，如人有財物，失一半，或少半，或大半，（尖）[失]物者，道多無可考究。隐雜互見，是因其所存，以驗其所失之多少也。

明・程大位《算法統宗》卷一〇《盈朒》 盈，多也。朒，少也。此是假設，有餘不足者，以求隱雜之数也。隱雜者，不見之数。顯者，可角之数，故以顯者推隱雜者，且如数人。共買物，出錢多則有餘，少則不足。無可考究者，故以有餘、不足数求之，則人数、物價可知矣。

清・梅瑴成《增删算法統宗》卷七《盈朒》 朒，女六切。賓渠子曰：盈，多也。朒，縮也，少也。設有餘不足者，以求隱雜之數也。隱雜之數不可見，故設顯者推隱雜者。

清・梅啓照《學彊恕齋筆算》卷二《盈朒》 盈朒，以御隱雜互見。盈，有餘也。朒，不足也。設有餘、不足以求適中，亦因較得數之法。

又 一盈一朒，以兩數相加爲相較之率。

又 雙套盈朒。幾人幾何而盈而朒，首數不同，必先用互乘以齊之而後可比。

清・屈曾發《九數通考》卷八《盈朒》 盈朒説 盈，有餘也，朒，不足也，借有餘、不足，以求隱雜之數也。

清・彭竹陽《彭氏啓蒙數學談理》卷八《盈朒術》 盈，有餘也。朒，不足也。持有餘與不足，以求適中之數，故曰盈朒術。

綜論

明・周述學《曆宗算會》卷九《分法》 差分、方程之所不能盡，於是有盈朒。盈者，有餘。朒者，不足。盈朒者，因其外露畸零可見之数，而推知其中藏隱雜不可見之数，以攟末顯而窺全錐也。假令物共若干兩，價共若干兩，兩物混雜而法有不盡於差分也，於是而盈朒之。假令總是貴物，則原總價不足若干，總是賤物，則原總價有餘若干。於是維乘以齊其数，以不足之数乘賤物，以有餘之数乘貴物，兩物各得其所乘之数以為實，而併有餘、不足。

又 卷一〇《總分》 盈不足求總

若盈、不足與出率維乘，併為物實，併盈不足為人實。若兩盈、兩不足與出率維乘相減，餘為物實，以兩盈、兩不足自相減為人實，皆以所出率相減餘為法，實各如法而一，即得總人與總價。

又法：盈、不足併為實。若兩盈、兩不足相減，餘為實。俱以所出率，以少減多，餘為法，除之，得人數。又以所出率乘人，或減盈，或增不足，亦得物價也。如盈不足與買物之率，同列其位者，□□率□率與盈不足，以户率為母，出率為子，以□□□為所求得户率。若盈與不足，則併而乘之，或兩盈、兩不足以減餘乘之，[各]得為户實。以母互乘子為所求得出率，以盈不足令維乘，併為物實，或兩盈、兩不足，令維乘相減，餘為物實。以所求得出率，以少減多，餘為法，實各如法而一。有分者通之。若非盈不足而惟各餘率者，或以三五七或以七八九条伍之餘。欲求其總，則視其所餘而布例下之数，如滿會数去之餘為得所求總也。若以二三四条伍之而無餘率者，須有一總以求之。假令各幾人共一物，又令各幾人共一物，更露物總以求總人，即以各人数為分母，各共物為分子，以分母相乘，乘總物為實，以子互乘母，併以為法，除之，為得所求總人也。若有總

價而又有餘率者,以餘價乘總價,以餘物除之為實,開方除之得價率,以除總價為得總物也。稅率求總。若以所稅分母相乘,以乘共稅為實,以稅剩餘分相乘,減所稅分母相乘,餘為法,除之。若以所稅分母相乘,乘存物為實,以稅剩餘分相乘為法,除之,俱得總物。互工求總。以各物為分母,工匠為分子,以母互乘子,併之為法,母相乘為實,實如法而一,得總。貸息求總。以求得貸息[月][日]為實,以原鈔與月利相乘為法,乘之為得所求總息也。遲疾求合之法,有追合、回合、冲合之殊。追合以遲日行乘先行為實,以遲疾二行減餘為法,除之,得追合日数。如以追及日數除總程,得疾日行里数,如併已去追及,除總程,得遲日行里数。若以疾日行乘共日為實,以二行減餘,除之為遲行日數,以減共日,餘為疾行日数,如併二行而半之,以除總程,得回迎總實,以疾日行里數乘之,用減總程,餘得回迎里数,如併二行以除總程,為得冲合日數也。

明・程大位《筭法統宗》卷一〇《盈朒》 今述盈朒雙套釋義于左,《盈朒章》: 盈不足、盈適足、(雨)[兩]盈、兩不足、不足適足,三宗皆先賢立法,正律格式。自劉氏通明,吴氏比類,始增雙套者,用分母子者,皆存于後,以便學者。

明・柯尚遷《數學通軌・盈朒》 唐氏曰: 差分方程之所不能盡,於是有盈朒焉。盈者有餘,朒者不足。盈朒者,因其外露畸零可見之數,而推知其中藏隱雜不可見之數,以據末顯而窮全錐也。假令物共若干兩,價共若干兩,兩物混雜而瀀有不盡於差分也,於是有盈朒之。假令總是貴物,則原總價不足若干,總是賤物,則原總價有餘若干。於是維乘以齊其數,以不足之數乘賤物,以有餘之數乘貴物,兩物各得其所乘之數以為實,而併其有餘、不足之數以為瀀,而各歸之,則物之多寡得矣,此差分之盈朒也。未知兩物之孰貴孰賤,而但知此三而彼五,則價共增若干;此五而彼三,則價共減若干。兩價混雜而瀀有不盡於方程也,於是而盈朒之。假令此賤若干,彼貴若干,則原總價有餘幾何。此貴若干,彼賤若干,則原總價不足幾何。於是而維乘以齊其數,以有餘乘此貴彼賤,亦以不足乘此貴(比)[彼]賤,令兩賤自相減為實,有餘、不足亦自相減為瀀,則價之貴賤可得矣。此方程之盈朒也。差分以價權物,方程以物權價,差分露價而混物,方程露物而混價。露價而混物,故以價而相轄。露物而混價,故以物相参而盈朒通乎其間矣。故盈朒者,差分方程之所不能盡者也。

清・李長茂《算海説詳》卷九《匿覆章》 此章備齊一零褋之法,推隐微難測之数,闡幽探赜,盡乎變通,極深研幾,達於神明,誠数理之玄閡,為筭家之上術也。

清・屈曾發《九數通考》卷八《盈朒》 蓋隱雜者不見之數,有盈朒則有可見矣,故即此而求之。亦爲因較而得正數之法,此固比例法也。但比例以實數求實數,而盈朒則以虚數求實數,然虚數皆與實數相較,而生盈朒之差,則虚數亦實數也。其間有一盈一朒者,則以兩數相加,爲相較之率。有兩盈或兩朒者,則以兩數相減,爲相較之率。有一盈一適足,或一朒一適足者,則無可加減,而或盈或朒之數,即其較也。法不一致,惟在相較以得其差,理本一原,惟在互比以得其實,錯綜變幻,其用不窮,所謂以實御虚、和較互見者,庶幾盡於此矣。

又 雙套一盈一朒法。盈朒之法,皆以每人幾何而盈幾何,每人幾何而朒幾何爲問。其首數皆爲一,故以一人之較,與共較爲比例,而得人數。即欲先求共數,不過用一互乘以齊其分而已,故爲單法。若雙套,則以幾人幾何而盈幾何,幾人幾何而朒幾何爲問。其首數已不同,故必先用一互乘以齊之,而後可以爲比。若欲先求共數,則用兩互乘,是以謂之雙套。至於比例相求之理,則仍與單法同也。

清・王鑒《筭學啓蒙述義》卷下《盈不足術門》 鑒案:《九章・盈不足》,以御隱褋互見。是盈不足術實於諸法之外獨立一幟。究其立筭之妙,已具幾何之義理、代數之條段。《九章》一書作者不傳,其書蓋保氏之遺經,漢張蒼刪補校正,其出於漢以前,可知爾時距泰西通中國尚千餘歲,是古人實開其先也。然古人第示其法,未言其理,故學者習焉不察耳。今於逐問之下,附以圖説,治西學者當不河漢斯言。

清・華蘅芳《算草叢存》卷三《盈朒廣義》 積較之術,其意與盈朒相似,惟盈朒祇能馭法實之題,積較則能馭諸乘方,故比盈朒之所賅者廣也。

又 前人算學書中未有將句股之題馭以盈朒者,非但因不能開方即法實之題,亦非尋常之假令所能通也。茲取數題以積較之術演之,以推廣盈朒之意。

又 觀以上各題算草,可見積較之術,其意實無異於盈朒,惟布算之法不同,故其所馭之題能比盈朒更廣。又可見積較之馭題,其蹊徑實與天元相同。天元則以一箇所求之數如題之曲折,求其如積之兩式,彼此相消。積較之術則屢設各數如題之曲折,以課之,其如積相消之理,實與天元無異也,惟因屢設各數,故其草必比天元多數倍,迴不及天元之簡。然其所用者,皆爲實數,能使人易明,初學易於入手。

余謂盈朒之後、天元之前,古人必更有一術與余之積較術相似,以開天元之

路，及至繁者漸簡，紛者漸約，而天元之術生焉。不然茫無頭緒之中，何能忽然創出天元一術，能使用之者不疑，習之者不倦，傳之千百年而不廢哉？

數學中最覺費手者，分數也。積較之術均用加減，凡遇分數之題，須處處通分，殊覺不便。天元則不除此而乘彼，故於分數之題，亦能馭之，然尚不及代數之便也。天元寄母，須處處説明，一有遺漏，便致謬誤。代數則書其分母於本數之上，不致遺忘，且其分母有時可以消去，似比天元之必用通分者便也。誠如前論，則天元不如代數，積較不如天元，然亦有天元、代數所難，而積較獨易者，如垜積之題是也。每種垜積各有本術，不得其術，雖天元、代數亦無所施。惟積較則用眞數入算，苟有階級可循，即可由小知大，不必先知其如何加減、如何乘除，而後能算也。所最奇者，非但能求其積，並可由此以得其加減乘除之法，此亦借徑於代數，故能如此，但用積較亦不能也。

又華蘅芳《學算筆談》卷五　論盈朒之術與天元相似。《九章》中《盈朒》一章其馭題之法與別章迥不相同，其下半章之題則本無盈朒之形，而可强改爲盈朒以馭之者也。余謂盈朒之術與天元甚相近，而其理比天元爲淺。學算之人有不通天元者，然未有不能通盈朒者也。能知盈朒之理與天元之意相同，即可從盈朒以通天元。

又　將以上各題之天元草，與盈朒之本術合而觀之，知盈者當減去之，故其數爲負。不足者當加之，故其數爲正。適足者不必加亦不必減，故其數爲〇。

元草中寄左之數，即爲題之上半節數。其與左相消之數，即爲題之下半節數。其消得之數，即爲盈朒術中法實之數。惟以盈朒之本術馭題，必先辨其題爲一盈一不足，或兩盈兩不足，或盈與適足，不足與適足，而各以其本術馭之。若用天元，祇須知：盈者當減之，不足者當加之，適足者當爲空位，不必問其題之在盈朒中爲何類也，此天元之術所以能勝於他術也。

又《九章》中算題，凡爲天元所能馭者，若其寄左之術與相消之數，僅爲元太兩層，則亦爲盈朒之類，故皆可改其題爲盈朒之形。

惟古人造盈朒之術，其時尚未有天元，而其用盈朒術以馭各題，已駸駸乎有天元之意。故有題之面目並非盈朒，可以改其形爲盈朒，而以盈朒之術馭之。

又　或有問者曰：《九章》中盈朒之題，每種各有二術，其第一術用維乘，其又一術不用維乘，似不用維乘者爲簡。然其上半卷之題，兩術皆能馭之，其下半卷之題，則非又術所能馭，此何故也？

答之曰：其又術乃簡捷之術，其第一術乃完全之術也。凡所出之率，若只爲一物者，可以簡捷之術馭之。若其題本爲方程之形，而强改爲盈朒，則其所出之率有兩物，而必用第一術馭之。如大器五小器一、與漆三油四等題，皆此類也。

又　或又問曰：子謂盈朒之術略似天元，豈以其有盈朒即有正負而加減之用，遂因此而異乎？然方程亦以正負異加減，何獨謂盈朒之似天元也？

答之曰：非獨取其能分正負而已。凡能以我法馭題而將題中之各數一綫貫穿者，《九章》之中惟盈朒能之，此實天元之濫觴也。即如欲改他章之題爲盈朒，則可將所求之數姑作若干，如其題之曲折，以核其是否而盈不足之數，以出其斯時所用之心思，實與立天元之理無殊。所稍異者，盈朒必用兩數相核。而天元之術則不必先作若干、後作若干，而竟將所求之數以爲即是一箇天元，故可將天元與題之各數相核。惟因天元與所求之數爲眞相等，則核之題中之數無有或盈、或不足，所以能得相等之兩式以相消。

蓋盈朒術中所出之率皆爲實數，其實數若不能與所求之數相合，則如題理以核之，必不能無差，而盈不足之數出焉。天元之一，非謂其所求之數即是一也，但以爲天元即是一箇所求之數耳。其所求之數，雖未能知其爲若干，而將此一箇數與題中之某某數如何加減、如何乘除，則與某數相等，此則可從算理知之者也，所以能得相等之式以相消。其相消之意，猶之盈朒術。并減之意，惟盈朒并減，祇能得法實，而天元相消，則能得諸乘方式，所以天元之用，能比盈朒爲更廣。

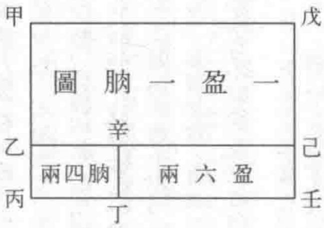
清・勞乃宣《古籌算考釋》卷三《盈朒》　《九章翼・盈不足》術注曰：不足數以負別之。盈不足又名盈朒。古法以下維乘上，加減爲實。副置所出率，相減爲法。除上得物價，除下得人數。其加減也，一盈一不足用加，兩盈兩不足用減。一盈一適足、一不足一適足，必先求人數，端緒頗多。吳氏立負筭以別不足數，加減通爲一術，立法較簡。然以下維乘上，猶不能通之於盈適足不足適足者，今定新法曰：置所出率，盈不足各居其下。盈者置正筭，不足者置負筭。求物價，則以上維乘下，左右相減，上爲法，下爲實。求人數，則不維乘，左右相減，上爲法，下爲實，則各術皆通爲一。且與方程之理相通，與天元之理亦相通，兼可爲天元之先導焉。正負術列後。

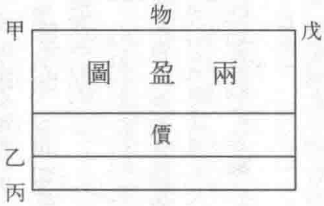
清・彭竹陽《彭氏啓蒙數學談理》卷八《盈朒術》　其類如幾人分錢，然所分之總錢數與人數均不預言其爲若干，但云每人分幾文，則尚餘幾文，若每人多分幾文，則又不足幾文，求人數與所分之總錢數爲若干之類是也。如此者則爲一盈

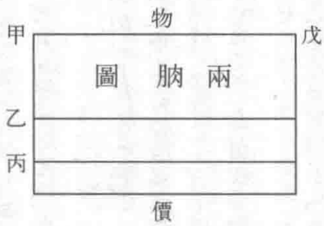
一朒之題。如每人分幾文，則尚餘幾文，若每人少分幾文，則又餘幾文，如此者則爲兩盈之題。如每人分幾文，則不足幾文，若每人多分幾文，則又不足幾文，如此者則爲兩朒之題。如每人分幾文，則尚餘幾文，若每人多分幾文，則恰足，如此者則爲一盈一適足之題。如每人分幾文，則不足幾文，若每人少分幾文，則恰足，如此者則爲一朒一適足之題。然無論如何，盈朒題恒不外盈與朒、與適足三者相間，以求適中之數。此三者相間，只能成題五種，即一盈一朒、與兩盈與兩朒、與一盈一適足、與一朒一適足，五者而已。故盈朒題雖多，只五法也。舊法列入比例，僅有法而無解其實，此類題直可以形狀顯之，乃明立法之源與得數之故。嘗閲《中西算學大成盈朒章》後附載吴縣葉君耀元所作盈朒圖解，甚爲明晰，選入之，以爲初學者導，圖解如後。

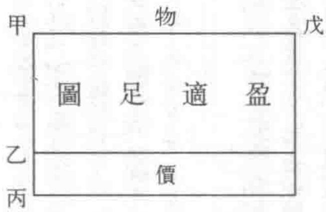
又 盈朒各術

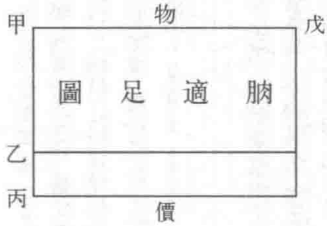
無論單套盈朒與雙套盈朒，如以兩面積相減之法證之，則其理易明。如盈朒等題云：衆人買物，每人出銀五兩，則盈六兩。每人出銀三兩，則不足四兩。











此類題以圖解之，如上。甲乙丙丁辛己戊磬折面積爲物價，甲戊爲人數，甲丙爲五兩，人數與五兩相乘，得甲丙壬戊積。因每人出銀五兩，有若干人，必有若干個五兩，所以銀數與人數相乘也。比物價多，即盈，辛丁壬己積即爲所盈之六兩，甲乙爲三兩，與人數相乘，得甲乙己戊積。比物價少，即朒，乙丙丁辛積即爲所不足之四兩。故法以盈朒相加，得乙丙壬己積，而以甲乙與甲丙，兩出數相較之乙丙，除之，得乙己與甲戊等，爲人數。乃以人數與甲丙五兩相乘，減去所盈之六兩，即辛丁壬己積，餘即物價也。或以人數與甲乙三兩相乘，加所朒之四兩，即乙丙丁辛積，亦得物價也。若兩盈者，則以兩所盈相減爲實。兩朒者，則以兩所朒相減爲實。盈適足者，即以所盈爲實。朒適足者，即以所朒爲實。均以各圖之二銀較乙丙爲法除之，得甲戊人數。審此五圖，則盈朒之理盡於此矣。

又 帶分盈朒術

盈朒之法，皆以每一分得幾何而盈幾何與每一分得幾何而朒幾何爲問，其分數皆爲一，故直以盈與朒相加減，而得適中之數。如幾分共得幾何而盈幾何、幾分共得幾何而朒幾何爲問者，則其兩分數之多寡不等，不能直以盈與朒相加減，而得適中之數，必須用互乘齊分之法，乃能校算。此類題在古人則謂之爲雙套盈朒。謂每一分得幾何而盈幾何或朒幾何者，爲單套盈朒，以示區別之意。陽則謂單套雙套之名，爲名不副義。所謂單套者，乃將一物作幾分，分之尚盈幾與朒幾，此不過其分數與盈朒兩數皆爲整數，謂之爲整盈朒術也。可所謂雙套者，直是帶分盈朒之本相也，何也？如題云：每四人分銀三兩，則盈六兩。每六人分銀九兩，則朒三兩。求人數與銀數各若干？此則直以四人除所分銀三兩，得每一人分銀四分兩之三。直以六人除分銀九兩，得每一人分銀六分兩之九。於是遂變題爲：每一人分銀四分兩之三，則盈四兩。每一人分銀六分兩之九，則朒三兩。如是，則仍依上圖解五法求之，即得人數與銀數。覺如是讀法，其命分兩，加減乘除時，互乘齊母之理，自然一貫，不待思索，即明其所以然也。

清・劉澤楨《中西數學通解》卷七《盈朒》 盈，有餘也。朒，不足也。設有餘不足以求適中，亦為因較而得正數之法，此固比例法也。但比例以實數求實數，而盈朒則以虛數求實數。然虛數皆與實數相較，而生盈朒之差，則虛數亦實數也。比例以所有之三率，求所餘之一率。而盈朒則所有為兩數，且兩數之中各藏一數，其實亦三率也。其間有一盈一朒者，則以兩數相加為相較之率。有兩盈或兩朒者，則以兩數相減為相較之率。有一盈一適足、一朒一適足者，則無

可加減，而或盈或朒之數即其較也。法不一致，惟在相較以得其差。理本一原，惟在互比以得其實。錯綜變幻，其用不窮。所謂以實御虛，和較互見者，庶幾盡於此矣。案盈朒之術，與天代最相近，而其理比天代為淺。學算之人有不通天代者，然未有不通盈朒者也。能知盈朒之理，與天代之意相同，即可從盈朒以通天代。蓋題之上半節，為天元之寄左數，為代數之此邊。題之下半節，為天元之同數，為代數之彼邊。而天元相消，代數移項，即為盈朒中法實之數。惟以盈朒馭題，必先辨其題為一盈一朒，或兩盈兩朒，或盈與適足、朒與適足，而各以其本術馭之。若用天代，只須知盈者當加，朒者當減，適足當為空，不必問其題之在盈朒中為何如也，此天代之便於常法也。

又 案：盈朒之術，在常法須分別各種題問，以為推算之凖，故其法較繁。若用天元代數馭之，不過分別正負，以便加減而已，毋庸另作法式，合觀前草自明。至於雙套盈朒，不過加一帶分，如前算之，自可得數，故不贅。

算法

漢簡《筭數書・分錢》 分錢，人二而多三，人三而少二。問幾何人，錢幾何。

得曰：五人，錢十三。

［術曰］：贏不足互乘母，［并之］爲實，子相從爲法。皆贏若不足，子互乘母而各異直之，以子少者除子多者，餘爲法，以不足爲實。［母以少減多，餘，以約法、實，法爲人，實爲錢。］

《九章筭術》卷七《盈不足》 盈不足術曰：置所出率，盈、不足各居其下。**三國魏・劉徽注** 盈朒維乘兩設者，欲爲同齊之意。據共買物，人出八，盈三。人出七，不足四，齊其假令，同其盈朒，盈朒俱十二。通計齊則不盈不朒之正數，故可并之爲實，并盈、不足爲法。齊之三十二者，是四假令，有盈十二。齊之二十一者，是三假令，亦朒十二。并七假令合爲一實，故并三、四爲法。

【略】令維乘所出率，并以爲實。并盈、不足爲法。實如法而一。有分者，通之。**劉徽注** 注云若兩設有分者，齊其子，同其母。又云令下維乘上，訖，以同約之。

盈不足相與同其買物者，置所出率，以少減多，餘，以約法、實。實為物價，法為人數。**劉徽注** 所出率以少減多者，餘謂之設差。以為少設，則并盈朒，是為定實。故以少設約定實，則法為人數，適足之實故為物價。盈、朒當與少設相通。不可偏約，亦當分母乘，設差為約法實。

宋・賈憲《黄帝九章筭經細草》卷七《盈不足》 法曰：置所出率，盈不足各居其下。所出率 盈 所出率 朒 以盈不足，不足，朒。盈，多也。令維乘四維而乘。所出率，各人出率。併以爲實，併已乘所出率。併盈不足爲法。相併即是人數。實如法而一。所出率爲實，盈朒爲法。有分者通之。有分者通，無分者不用，上文言單徑之題也。盈不足相與同其買物者，盈不足又有買物之率，同列其位也。置位，所出率 人數 盈率 所出率 人數 不足 置所出率，以少減多，副置相減。餘，以約法實，預爲約法求原。實爲物價，法爲人數。

《九章筭術》卷七《盈不足》 其一術曰：并盈、不足為實。以所出率以少減多，餘為法。實如法得一［人］。以所出率乘之，減盈、增不足即物價。**三國魏・劉徽注** 此術意謂盈不足為衆人之差，以所出率以少減多，餘為一人之差。以一人之差約衆人之差，故得人數也。

宋・賈憲《黄帝九章筭經細草》卷七《盈不足》 其一法曰：併盈不足爲實。以所出率以少減多，餘爲法，實如法而一，得人。**宋・楊輝《詳解九章筭法》卷九** 位無互乘。以此術竟求人數。以所出率乘之。乘人數。減盈增不足，即物價也。

宋・楊輝《詳解九章筭法》卷九《盈不足》 解題：以盈朒乘出率者，是假盈朒爲母，出率爲子。互乘，齊其數也。或問先有出率而後有盈朒，今不以所出率乘盈朒，而以盈朒乘出率者何？議曰：上下相乘，其理則一，欲存盈朒，併爲人數，故以盈朒而乘出率，此之謂也。又問併盈朒爲人數者何？議曰：盈數爲母，已乘出率，朒數爲母，已乘出率，二子既併而盈朒者，故亦併之爲人，此作法之意不亦隱乎。

《九章筭術》卷七《盈不足》 今有共買物，人出八，盈三。人出七，不足四。問人數、物價各幾何。

荅曰：七人，物價五十三。

宋・賈憲《黄帝九章筭經細草》卷七《盈不足》 草曰：以盈不足，盈三文，不足四。令維乘所出率，維乘即是互乘。以盈三乘出七爲二十一，不足四乘出八爲三十二。併以爲實，併得五十三。併盈不足爲法，三四得七。實如法而一。實五十三爲物價法，七爲人數。