全国高等农林院校“十二五”规划教材

高等数学

学习指导

王玉民 刘建慧◎主编

中国农业出版社

全国高等农林院校“十二五”规划教材

高等数学学习指导

Advanced Mathematics Learning Instruction

王玉民　刘建慧　主编

中国农业出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学学习指导／王玉民，刘建慧主编．—北京：中国农业出版社，2015.8（2017.7 重印）

全国高等农林院校“十二五”规划教材

ISBN 978-7-109-20690-8

Ⅰ.①高…　Ⅱ.①王…　②刘…　Ⅲ.①高等数学-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 163788 号

中国农业出版社出版

（北京市朝阳区麦子店街 18 号楼）

（邮政编码 100125）

策划编辑　魏明龙

文字编辑　魏明龙

北京通州皇家印刷厂印刷　　新华书店北京发行所发行

2015 年 8 月第 1 版　　2017 年 7 月北京第 2 次印刷

开本：787mm×1092mm　1/16　　印张：12.5

字数：295 千字

定价：26.00 元

编审人员名单

主　编　王玉民　刘建慧

副主编　颜亭玉　张俊芳　陈晓昕

参　编　于景华　孔素然　张艳芳

　　　　史　帆　蒋文国

主　审　杜晓林

前言

Preface

《高等数学》是高等农林院校各个专业的一门重要的公共基础课，它不仅是学习后续专业基础和专业课程不可或缺的先导课程，而且它本身的方法和结论在工农业生产、科学研究和企业的经营管理中都具有非常广泛的应用，因而本课程中介绍的知识和技能也是农林高校学生必须具有的基本素质。

在全国高校扩招以后，农林院校学生的入学成绩相对于扩招以前普遍有所降低。随着中学课程改革，部分高等数学的内容被下放到中学，但难度和深度却达不到高校课程的要求。这些都给高校的数学教学造成了很大影响。

为了帮助高等农林院校的教师和学生尽快适应这些变化，本书针对近年来学生在学习过程中经常遇到的一些问题，例如，如何准确理解题意、如何寻找解题的思路和方法、怎样完成求解过程等，精心挑选了一些既符合课程要求，又具有代表性的典型例题，进行了详细地分析和解答，借以向那些在学习中遇到困难的同学展示解决各类问题的一般途径和方法。本书还通过一些思考、讨论题，帮助学生澄清一些容易混淆和误解的概念，帮助他们正确理解利用微积分解决理论和实际问题时的指导思想以及经常采用的处理手法。

为了拓宽学生的视野，提高他们解决复杂问题的能力，同时也为满足不同层次的需要，本书还挑选了一些历年的研究生入学考试题作为选学与提高内容，以此对有志于考研或提高自己解题能力的同学提供实实在在的帮助。

本书是由中国农业出版社于2013年8月出版的普通高等教育农业部“十二五”规划教材、全国高等农林院校“十二五”规划教材《高等数学》（综合类）的配套教材，与原教材配合使用，效果更佳。

本教材主要内容包括：函数、极限与连续、一元函数微分学及其应用、一元函数积分学及其应用、空间解析几何、多元函数微分及其应用、重积分、无穷级数、常微分方程和差分方程等十二章。其中，第一、二章由王玉民编写，第三章由张艳芳编写，第四章由孔素然编写，第五章由颜亭玉编写，第六章由刘建慧编写，第七、八章由陈晓昕编写，第九章由史帆编写，第十章由张俊芳编写，第十一章由于景华编写，第十二章由蒋文国编写。王玉民完成了全书的通稿工作，并

提供了第一至六章的两份综合测试题，刘建慧审阅了全书，并提供了第七至十二章的两份综合测试题。杜晓林教授审阅了全书，并提出了修改意见。

由于作者水平所限，书中出现疏漏与不妥之处在所难免，恳请同行、专家和读者们批评指正。

编　者

2015年5月

目录

Contents

第一章 PART 1 函数及其应用

函数是高等数学的主要研究对象，函数的概念、性质及运算也是高等数学中最常用到的知识．熟练掌握这些知识可以为学习高等数学奠定牢固的基础．

一、内容提要

定义 1.1 设 X，Y 是两个非空集合，如果按照某种法则 f，使得对于集合 X 中的每一个元素 x，在集合 Y 中都有唯一确定的元素 y 与之对应，则称此对应法则 f 是由集合 X 到集合 Y 的一个**映射**，记为

$$f：X\to Y \text{ 或 } x\to y=f(x)，x\in X，$$

其中，y 称为在映射 f 之下 x 的像，x 称为在映射 f 之下 y 的原像．集合 X 称为映射 f 的定义域(domain)，记为 $D_f=X$. 而在映射 f 之下，X 的元素 x 的像 y 的全体构成的集合称为映射 f 的值域(range)，记为 R_f，即

$$R_f=\{y\,|\,y\in Y，\text{且 } y=f(x)，x\in X\}.$$

定义 1.2 若 $X\subset\mathbf{R}$，$Y\subset\mathbf{R}$ 都是实数集合，则称映射

$$f：X\to Y，x\to y=f(x)，x\in X$$

为一元函数，简称函数(function). 其定义域为 $D_f=X$.

定义 1.2′ 设 x，y 是两个变量，D 是一个实数集合．如果对于任意的 $x\in D$，按照某种法则 f，都有唯一确定的实数 y 与之对应，则称 y 是 x 的函数，记为 $y=f(x)$，其中，x 称为自变量，y 称为因变量，数集 $D_f=D$ 称为函数的定义域，其值域为 $R_f=\{y\,|\,y=f(x)，x\in X\}$.

定义 1.3 设函数 $f(x)$的定义域为 D，如果对于数集 $X\subset D$，存在确定的 $M>0$，使得对于一切 $x\in X$，都满足 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $f(x)$在数集 X 上有界(bounded)，否则，称 $f(x)$在数集 X 上无界(unbounded). 若函数 $f(x)$在其定义域内(上)有界，则称 $f(x)$为有界函数．

定义 1.4 设函数 $f(x)$在区间 I 上有定义，如果对于任意的 x_1，$x_2\in I$，当 $x_1<x_2$ 时，总有

(1) $f(x_1)<f(x_2)$成立，则称 $f(x)$在区间 I 上单调增(monotony increasing)；

(2) $f(x_1)>f(x_2)$成立，则称 $f(x)$在区间 I 上单调减(monotony decreasing).

单调增、单调减统称为单调．

定义 1.5 设函数 $f(x)$在对称区间$(-l，l)$内有定义，如果对于任意的 $x\in(-l，l)$，总有

(1) $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$在区间$(-l，l)$内为偶函数(even function)；

(2) $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 在区间 $(-l,\ l)$ 内为奇函数(odd function).

从几何图形上看，偶函数的图形关于 y 轴对称，而奇函数的图形关于坐标原点对称.

定义 1.6 设函数的定义域为 D，如果存在正数 T，使得对于任意的 $x\in D$，$x+T\in D$，总有 $f(x+T)=f(x)$，则称 $f(x)$ 在 D 上(内)是以 T 为周期的周期函数(periodic function).

定义 1.7 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 W. 如果对于任意的 $y\in W$，根据 $y=f(x)$，都有唯一确定的 $x\in D$ 与之对应，由此确定一个定义在数集 W 上的函数，称为函数 $y=f(x)$ 的反函数，记为 $x=f^{-1}(y)$，而原来的函数 $y=f(x)$ 称为直接函数.

定理 1.1 若函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上单调(单调增或单调减)，则它在区间 I 上必有反函数.

幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为基本初等函数.

定义 1.8 设函数 $u=\varphi(x)$ 的定义域为 D_φ，值域为 R_φ，函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_f，且 $R_\varphi\cap D_f\neq\varnothing$. 对于任意的 $x\in D_\varphi$，通过 $u=\varphi(x)$ 都有确定的 $u\in R_\varphi$ 与之对应；当 $u\in R_\varphi\cap D_f$ 时，通过 $y=f(u)$ 又有确定的 y 与之对应，由此确定 y 是 x 的函数，称为复合函数(composite function)，记为 $y=f[\varphi(x)]$，其中，x 为自变量，y 为因变量，u 称为中间变量，$u=\varphi(x)$ 称为内层函数，$y=f(u)$ 称为外层函数.

由常数和基本初等函数，经过有限次四则运算或有限次复合，并且能够用一个数学式子表示的函数称为初等函数(elementary function).

所谓数学模型(mathematical model)，简单地用一句话概括就是：对于现实世界中的一个特定对象，为了某个特定目的，通过一些必要的假设和简化，运用适当的数学工具，得到的一个数学结构. 这个数学结构可以用来描述和解释特定对象的现状，或者用来分析和预测对象的未来发展趋势，或者为解决问题提供可行方案或最佳途径.

二、学习目的与要求

1. 理解函数的概念，掌握决定确定关系的两个要素，并会求函数的定义域和函数值.
2. 了解函数的四个特性，即有界性、单调性、奇偶性和周期性.
3. 了解反函数与复合函数的概念.
4. 熟悉基本初等函数的性质和图形.
5. 能够建立简单实际问题中的函数关系.

三、典型例题分析

例 1.1 讨论下列函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否相同，并说明理由.

(1) $f(x)=\dfrac{x}{x}$，$g(x)=1$；　　(2) $f(x)=\ln x^2$，$g(x)=2\ln x$；

(3) $f(x)=x$，$g(x)=\sqrt{x^2}$；　　(4) $f(x)=\cos 2x$，$g(x)=1-2\sin^2 x$.

分析 根据定义，只有定义域和变量之间的对应法则都相同的函数才是同一个函数.

解 (1) 不同，因为 $f(x)=\dfrac{x}{x}$ 在点 $x=0$ 无定义，但 $g(x)=1$ 却在此点有定义. 当

$x\neq 0$时，两者相同．

(2) 不同，因为 $f(x)=\ln x^2$ 的定义域是 $x\neq 0$，而 $g(x)=2\ln x$ 的定义域是 $x>0$. 当$x>0$时，两者相同．

(3) 不同，因为当 $x<0$ 时，$g(x)=\sqrt{x^2}>0$，但 $f(x)=x<0$，对应规则不同．当$x\geqslant 0$时，两者相同．

(4) 因为对于任意实数 x，均有 $\cos 2x=1-2\sin^2 x$，所以两者完全相同．

例 1.2　求下列函数的定义域．

(1) $y=\dfrac{\sqrt{3x-2}}{x^2+3x-4}$；　　(2) $y=\ln\dfrac{x}{x-3}$；

(3) $y=\sqrt{\sin x}+\ln(25-x^2)$；　　(4) $y=\arcsin\dfrac{3x+1}{2}$.

分析　求有实际意义函数的定义域，需依据自变量的意义以及满足的条件确定．而对纯数学(无从知晓其实际背景的)函数，其定义域只能依据数学运算的规则来确定．

解　(1) 由于当 $x^2+3x-4\neq 0$，且 $3x-2\geqslant 0$ 时，$y=\dfrac{\sqrt{3x-2}}{x^2+3x-4}$才有意义，因此其定义域为 $x\geqslant\dfrac{2}{3}$，$x\neq -4$、1，即$\left[\dfrac{2}{3},1\right)\cup(1,+\infty)$.

(2) 由 $\dfrac{x}{x-3}>0$，即 $\begin{cases}x>0,\\x-3>0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<0,\\x-3<0,\end{cases}$ 解得 $x>3$ 或 $x<0$，所以定义域为$(-\infty,0)\cup(3,+\infty)$.

(3) 由 $\begin{cases}\sin x\geqslant 0,\\25-x^2>0,\end{cases}$ 解得 $2k\pi\leqslant x\leqslant(2k+1)\pi\ (k\in\mathbf{Z})$，$-5<x<5$，故定义域为$(-5,-\pi]\cup[0,\pi]$.

(4) 由$-1\leqslant\dfrac{3x+1}{2}\leqslant 1$，解得$-1\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{3}$，故定义域为$\left[-1,\dfrac{1}{3}\right]$.

例 1.3　设函数 $f(x)$的定义域为$[0,1]$，求下列函数的定义域．

(1) $y=f(\cos x)$；　　(2) $y=f(a^x)\ (a>0)$；

(3) $y=f(x+a)+f(x-a)\ (a>0)$.

解　(1) 注意到 $\cos x\leqslant 1$ 始终成立，由 $\cos x\geqslant 0$，解得 $2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\ (k\in\mathbf{Z})$.

(2) 因为 $a^x>0$，所以由 $a^x\leqslant 1$，解得：当 $a>1$ 时，$x\leqslant 0$；当 $0<a<1$ 时，$x\geqslant 0$.

(3) 由 $\begin{cases}0\leqslant x+a\leqslant 1,\\0\leqslant x-a\leqslant 1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}-a\leqslant x\leqslant 1-a,\\a\leqslant x\leqslant 1+a,\end{cases}$ 所以，当 $a\leqslant\dfrac{1}{2}$时，定义域为 $a\leqslant x\leqslant 1-a$；当 $a>\dfrac{1}{2}$时，因 $a>1-a$，故定义域为空集$\varnothing$.

例 1.4　讨论下列函数的有界性．

(1) $y=\mathrm{e}^{-x^2}$；　　(2) $y=\dfrac{x}{1+x^2}$；

(3) $y=x\sin x$；　　(4) $y=\arctan\dfrac{1}{x}$.

解 (1) 因为 $0<e^{-x^2}\leqslant 1$，所以此函数是有界函数．

(2) 由于 $2|x|\leqslant 1+x^2$，所以 $\left|\dfrac{x}{1+x^2}\right|=\dfrac{|x|}{1+x^2}\leqslant\dfrac{1}{2}$，因而此函数是有界函数．

(3) 因为对任意的 $M>0$，取 $x=\left(k+\dfrac{1}{2}\right)\pi(k\in\mathbf{N})$，要使

$$|x\sin x|=\left|\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi\cdot(-1)^k\right|=k\pi+\frac{\pi}{2}>k\pi>M,$$

只要 $k>\dfrac{M}{\pi}$ 即可，所以此函数是无界函数．

(4) 由于 $-\dfrac{\pi}{2}<\arctan\dfrac{1}{x}<\dfrac{\pi}{2}$，所以此函数是有界函数．

例 1.5 讨论下列函数的奇偶性．

(1) $f(x)=\dfrac{a^x-1}{a^x+1}$； (2) $f(x)=(2+\sqrt{3})^x+(2-\sqrt{3})^x$；

(3) $f(x)=1+\ln^2 x$； (4) $f(x)=\sin x-\cos x$.

解 (1) 定义域为 $(-\infty,+\infty)$，因为 $f(-x)=\dfrac{a^{-x}-1}{a^{-x}+1}=\dfrac{1-a^x}{1+a^x}=-f(x)$，所以此函数是奇函数．

(2) 定义域为 $(-\infty,+\infty)$，因为

$$f(-x)=(2+\sqrt{3})^{-x}+(2-\sqrt{3})^{-x}=\left(\frac{1}{2+\sqrt{3}}\right)^x+\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^x$$

$$=(2-\sqrt{3})^x+(2+\sqrt{3})^x=f(x),$$

所以此函数是偶函数．

(3) 因为定义域为 $(0,+\infty)$，不是关于坐标原点对称的区间，所以没有奇偶性的问题，当然是非奇非偶函数．

(4) 定义域为 $(-\infty,+\infty)$，因为

$$f(-x)=\sin(-x)-\cos(-x)=-\sin x-\cos x\neq f(x)，且 f(-x)\neq -f(x),$$

所以是非奇非偶函数．

例 1.6 下列函数中哪些是周期函数，求出周期函数的周期．

(1) $f(x)=\sin^2(x-1)$； (2) $f(x)=3\cos\left(\dfrac{x}{2}+1\right)$；

(3) $f(x)=x\sin x$.

解 (1) 因为 $f(x)=\sin^2(x-1)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\cos(2x-2)$，令 $2T=2\pi$，得 $T=\pi$.

事实上，由

$$f(x+\pi)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(2x+2\pi-2)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(2x-2)=f(x)$$

可知，$f(x)$ 是以 $T=\pi$ 为周期的周期函数．

(2) 令 $\dfrac{T}{2}=2\pi$，得 $T=4\pi$. 由

$$f(x+4\pi)=3\cos\left(\frac{x+4\pi}{2}+1\right)=3\cos\left(\frac{x}{2}+1+2\pi\right)=3\cos\left(\frac{x}{2}+1\right)=f(x)$$

可知，$f(x)$是以$T=4\pi$为周期的周期函数．

(3) 设T是$f(x)=x\sin x$的周期，于是有

$$\begin{aligned}f(x+T)-f(x)&=(x+T)\sin(x+T)-x\sin x\\&=(x+T)(\sin x\cos T+\cos x\sin T)-x\sin x\\&=(\cos T-1)x\sin x+\sin Tx\cos x+T\cos T\sin x+T\sin T\cos x\\&=0,\end{aligned}$$

可得 $$\cos T-1=0,\ \sin T=0,\ T\cos T=0,\ T\sin T=0,$$

求解得到$T=0$，因此$f(x)$不是周期函数．

例 1.7 设$f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$，求：

(1) $f(x)$的定义域； (2) $f(0)$，$f(-1)$；

(3) $f(\sqrt{x})$，$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$，$f(f(x))$，$f(f(f(x)))$．

解 (1) 定义域为$(-\infty,+\infty)$．

(2) $f(0)=0$，$f(-1)=\dfrac{-1}{\sqrt{1+(-1)^2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$．

(3) $f(\sqrt{x})=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+(\sqrt{x})^2}}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x}}$，

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2}}=\frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}}}=\frac{|x|}{x\sqrt{x^2+1}},$$

$$f(f(x))=\frac{f(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}}=\frac{\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{\sqrt{1+\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)^2}}=\frac{x}{\sqrt{1+2x^2}},$$

$$f(f(f(x)))=\frac{f(f(x))}{\sqrt{1+f^2(f(x))}}=\frac{\frac{x}{\sqrt{1+2x^2}}}{\sqrt{1+\left(\frac{x}{\sqrt{1+2x^2}}\right)^2}}=\frac{x}{\sqrt{1+3x^2}}.$$

例 1.8 设$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+x)}{x}, & x>0,\\ 3x-1, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 求：

(1) $f(x)$的定义域； (2) $f(1)$，$f(-1)$，$f(x^2)$．

解 (1) 定义域为$(-\infty,0]\cup(0,+\infty)=(-\infty,+\infty)$．

(2) $f(1)=\dfrac{\ln(1+1)}{1}=\ln 2$，

$f(-1)=3\times(-1)-1=-4$，

$$f(x^2)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+x^2)}{x^2}, & x\neq 0,\\ -1, & x=0.\end{cases}$$

例 1.9 求 $f(x)$，已知

(1) $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}(x\neq 0)$；

(2) $f(\sin x)=\sin 2x-\tan x+2\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$；

(3) $f(2^x)=4^x-3x+5(x\in\mathbf{R})$.

解 (1) 由于 $$f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2,$$
以 x 代替 $x+\frac{1}{x}$ 可得 $f(x)=x^2-2$.

(2) 由于 $$f(\sin x)=\sin 2x-\tan x+2=2\sin x\cos x-\frac{\sin x}{\cos x}+2$$
$$=2\sin x\sqrt{1-\sin^2 x}-\frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}+2,$$
以 x 代替 $\sin x$ 可得
$$f(x)=2x\sqrt{1-x^2}-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}+2.$$

(3) 由于 $$f(2^x)=4^x-3x+5=(2^x)^2-3\log_2 2^x+5,$$
以 x 代替 2^x 可得
$$f(x)=x^2-3\log_2 x+5.$$

例 1.10 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，证明：

(1) 函数 $\varphi(x)=f(x)+f(-x)$ 是偶函数；

(2) 函数 $\psi(x)=f(x)-f(-x)$ 是奇函数．

并进一步证明，$f(x)$ 能够分解为一个偶函数与一个奇函数之和的形式．

证明 (1) $\varphi(-x)=f(-x)+f(x)=\varphi(x)$；

(2) $\psi(-x)=f(-x)-f(x)=-\psi(x)$.

对任意函数 $f(x)$ 分解：
$$f(x)=\frac{1}{2}[(f(x)+f(-x))+(f(x)-f(-x))]=\frac{1}{2}\varphi(x)+\frac{1}{2}\psi(x),$$
根据(1)、(2)的结论可证得．

例 1.11 如图 1.1 所示，$OABC$ 是一个边长为 1 的正方形，$x+y=t$ 是一条直线．设直线左下方区域与正方形的公共部分(图中阴影部分)的面积为 $S(t)$，$t\in(-\infty,+\infty)$，求 $S(t)$ 的表达式．

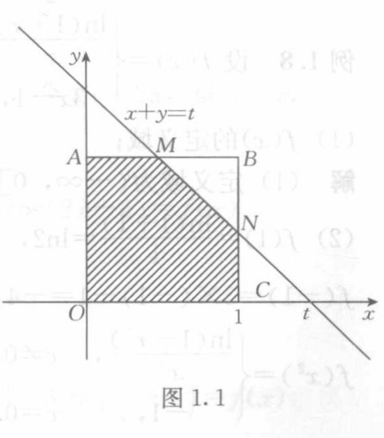

图 1.1

解 由图 1.1 容易看到：

当 $t<0$ 时，直线左下方与正方形无公共部分，所以 $S(t)=0$.

当 $0\leqslant t\leqslant 1$ 时，公共部分是一个等腰直角三角形，其面积 $S(t)=\frac{1}{2}t^2$.

当 $1<t\leqslant 2$ 时，公共部分是正方形去掉右上角的一

个等腰直角三角形，且直角边长 $MB=1-(t-1)=2-t$，故公共部分的面积

$$S(t)=1-\frac{1}{2}(2-t)^2=-\frac{1}{2}t^2+2t-1.$$

当 $t>2$ 时，公共部分是整个正方形，所以其面积 $S(t)=1$.

因此，

$$S(t)=\begin{cases}0, & t<0,\\ \frac{1}{2}t^2, & 0\leqslant t\leqslant 1,\\ -\frac{1}{2}t^2+2t-1, & 1<t\leqslant 2,\\ 1, & t>2.\end{cases}$$

四、思考、讨论题

1. 下列各组函数的定义域是否相同，两个函数是否相等？

(1) $f(x)=\frac{\sin 2x}{\sin x}$与 $g(x)=2\cos x$；

(2) $f(x)=\ln(1-x^2)$与 $g(x)=\ln(1+x)+\ln(1-x)$；

(3) $f(x)=x$ 与 $g(x)=\arctan(\tan x)$；

(4) $f(x)=\frac{1}{2}(3x+\sqrt{x^2})+1$ 与 $g(x)=\begin{cases}x+1, & x<0,\\ 2x+1, & x\geqslant 0.\end{cases}$

2. 设 $f(x)$与 $g(x)$都是单调函数，且 $f[g(x)]$有意义，试讨论 $f[g(x)]$的单调性.

3. 设 $f(x)$与 $u(x)$都是奇函数，$g(x)$与 $v(x)$都是偶函数，且 $f[u(x)]$、$f[v(x)]$、$g[u(x)]$和 $g[v(x)]$都有意义，试讨论 $f[u(x)]$、$f[v(x)]$、$g[u(x)]$和 $g[v(x)]$的奇偶性.

4. 求函数 $y=\frac{cx+d}{ax+b}$的反函数，并讨论在什么条件下，直接函数与其反函数是同一函数.

五、练习、作业题

1. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\arcsin(\ln x)$；　　(2) $y=\frac{1}{\sqrt{2-x}}+\log_3 x-\tan\pi x$；

(3) $y=\frac{3x-1}{\sqrt{2-\log_2 x}}$；　　(4) $y=(\sin 2x)^{\sqrt{x}}$.

2. 设 $f(x)=\frac{x-\log_2 x}{2+\log_2 x}$，求：

(1) $f(x)$的定义域；　　(2) $f(1)$，$f(2)$，$f\left(\frac{1}{x}\right)$，$f(2^x)$.

3. 判断下列函数的奇偶性：