



岩土塑性理论

Plasticity and Geotechnics

〔英〕 Hai-Sui Yu 著

周国庆 刘恩龙 商翔宇 译



科学出版社

岩土塑性理论

〔英〕 Hai-Sui Yu 著

周国庆 刘恩龙 商翔宇 译



科学出版社

北 京

图字: 01-2018-2371 号

内 容 简 介

本书对从早期经典到新近发展的岩土介质塑性理论及相应分析方法进行了全面、深入的总结。首先,介绍了连续介质力学与经典弹塑性理论的基础知识;其次,论述了理想塑性、硬化塑性与临界状态塑性、多重屈服面与边界面塑性、非共轴塑性以及无屈服面塑性等系列非线性岩土材料塑性理论模型;最后,呈现了岩土工程边值问题的系列求解方法,包括弹塑性严格解析、滑移线场极限分析和有限元数值分析等方法及实现要点。

本书是土木、岩土、机械、采矿、连续介质力学以及关注颗粒材料的化学工程领域内的工程技术人员、研究人员关于塑性理论及分析的一本有益的参考书,也可作为相关领域内研究生和高年级本科生塑性理论课程的教材。

Translation from English language edition:

Plasticity and Geotechnics

by Hai-Sui Yu

Copyright © Springer-Verlag US 2006

This Springer imprint is published by Springer Nature

The registered company is Springer Science + Business Media, LLC

All Rights Reserved

图书在版编目(CIP)数据

岩土塑性理论 / (英)余海岁(Hai-Sui Yu)著;周国庆,刘恩龙,商翔宇译.
—北京:科学出版社,2018.3

书名原文:Plasticity and Geotechnics

ISBN 978-7-03-057061-1

I. ①岩… II. ①余… ②周… ③刘… ④商… III. 岩土力学-塑性力学 IV. ①TU4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 056497 号

责任编辑:周 丹 沈 旭/责任校对:彭 涛

责任印制:师艳茹/封面设计:许 瑞

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

河北鹏润印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年3月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2018年3月第一次印刷 印张:24 1/4

字数:575 000

定价:169.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序

岩土介质非常复杂，为对其进行分析，理论土力学和岩石力学需要对真实材料进行简化。此分析过程可视为关于模拟的一个练习，分析执行的复杂度取决于问题本身，变化范围可以从纯粹的直觉到极其的复杂。

工程模拟的成功关键在于对所采取简化的本质及其对计算结果的影响有一个明确的把握。一类众所周知的理想材料是多孔弹性固体，用其来模拟地层也可能求得很多实际问题的解。好的工程师不会相信土体真是弹性的，但是采用这样的理想简化，通常可能获得关于真实材料行为有价值的近似和洞察。

相较于弹性材料，塑性材料是一类范围甚广、在行为上更像土或岩石的理想材料。应用于金属的塑性理论已臻于成熟，且有不少指导实际工程师和学生运用这些理论的书籍。近年来，塑性理论在岩土介质中的应用发展迅速。即便是一个塑性理论领域的专家，也难以跟上许多已经和正在发生的研究进展。现场的岩土工程师、研究者和学生对目前已有模型的范围及其主张感到困惑不解也情有可原。

余教授在《岩土塑性理论》一书中提供的关于岩土材料塑性理论及其在岩土模拟中应用的详尽讨论，实在是非常及时。该书的第一部分涉及塑性理论的基础，尤其是一般的弹塑性定理和原理。用余教授的话来说：“无论如何强调一般性定理和原理对发展和应用塑性理论的重要性都不为过。”该书给出了所有定理和原理的正式证明，而这些定理和原理支撑起了包括虚功原理、唯一性原理、极小值和变分原理、极限分析的塑性破坏原理以及安定理论等在内的诸多理论。数学基础相对薄弱的读者也不应因这些严格的数学处理而推迟阅读该书的计划，这是因为该书给出了相应结果的物理含义的解释，而且还融入了一些宝贵的历史洞见。

该书的第二部分追踪了塑性模型的发展。从经典的 Mohr-Coulomb、Tresca 和 von Mises 理想塑性模型到一系列的临界状态等向硬化塑性模型、多面和边界面模型，再到最新的应力和应变增量非共轴以及无屈服准则的塑性模型，尤其是余教授的统一临界状态模型 CASM 的系列深入发展令人兴趣盎然。

该书的第三部分涉及求解技术。从一些弹塑性问题的严格分析、滑移线分析和极限分析开始，到鲜为人知的安定分析，最后以一个整章篇幅来阐述有限元分析的应用。最后一章着重介绍了余教授发展的有限元新型位移插值函数，利用其可以显著提升有限元分析的精度，而且很容易嵌入标准有限元程序之中。

前面曾提及目前可用于分析岩土问题的塑性模型的数量令人犯难。该书用一种统一而严格的方式来描述这些模型，而且公允地、客观地强调了它们各自的优势、不足和应用。因此，该书将是关于这些模型最有价值的一个参考资源，而且对广大工作在这个具有挑战性和使人兴奋的领域的工程师、教师和学生而言，该书也必将证明它极其宝贵的价值。

John B. Burland CBE, FRS, FREng

帝国理工学院 土力学荣休教授

前 言

塑性理论关注塑性变形材料中应力应变的数学研究。Peter Wroth 和 Andrew Palmer 在他们为 1973 年 12 月 13~15 日于剑桥举办的塑性与土力学研讨会的论文集所写的前言中说：“塑性理论是由研究金属的学者提出的，而土力学领域的研究人员更像是局外人，在差不多 20 年时间内一直关注这个理论并不断在问它是否能够提供给他们什么东西。”

然而自那时起，基于精心的试验，朝着塑性理论缜密且精确的应用和发展方向，岩土工程领域已经取得了非常大的进展。尽管更多的进展依旧值得期待，但岩土介质塑性理论的整体框架可能已经发展至相当成熟的水平。目前，如果有，也只是很少的人会怀疑塑性理论在岩土分析和设计中的用处和重要性。

本书源于我的一个信念，即现今岩土工程界迫切需要一个关于岩土介质塑性理论及其在岩土分析中应用的统一、一致的介绍。基于此，本书尝试在一本书的体量内总结并呈现截至目前塑性理论领域取得的主要进展及其在岩土工程中的应用。本书涵盖了适合于岩土材料应力-应变关系的本构理论的经典、近代和现代的发展，以及可用于求解岩土工程设计问题的一系列解析和计算技术。我写本书的主要关注点是阐明最有用理论发展背后的核心概念、这些概念之间的内在联系，以及它们在解决岩土工程实际问题所必需的解析和数值研究中的应用及实现方法。

本书主要目的是成为关注塑性理论及其工程应用的土木、岩土和采矿工程师、研究者和学生们的一本参考书。它也可以作为研究生和高年级本科生塑性理论课程的教材。考虑到塑性理论已在许多学科有广泛的应用，特别是连续介质力学、机械工程以及关注颗粒材料的化学工程领域的研究者们对本书也应感兴趣。

如目录所示，本书分为三个部分：第一部分，即第 1~4 章，包含了连续介质力学和经典塑性理论的基础要素。第二部分，即第 5~9 章，描述了所有用于导出岩土材料非线性应力应变关系的主要理论发展。第三部分，即第 10~14 章，给出了可用于求解岩土工程边值问题的系列求解技术。

本书是多年学习、研究、教学和思考的结果。我从与许多同事和学生的合作中受益良多，他们的贡献是不言而喻的。相关人士会知道我十分感激他们的支持和帮助。其中，我要特别感谢已故的 Peter Wroth, Jim Mitchell, John Burland, Mike Jamiolkowski, Tony Spencer, Kerry Rowe, Mark Randolph, Ted Brown, Steve Brown, John Carter, Ian Collins, Scott Sloan, Guy Houlsby, Brian Simpson, Robert Mair, Antonio Gens, Harry Poulos, Wai-Fai Chen 以及 Malcolm Bolton，他们个人的影响塑造了我在塑性理论和岩土工程领域的研究和教学方法。我也在跟以下各位进行的关于塑性理论各个方面的讨论中受教许多，他们是已故的 John Booker, Chandra Desai, Poul Lade, Yannis Dafalias, Roberto Nova, Gerd Gudehus, Alan Ponter, Peter Kleeman, Andrew Whittle, Pieter Vermeer, David Harries, Fernando Schnaid, Wei Wu, Glenn McDowell, Rodrigo Salgado, Len Herrmann, Colin

Thornton, Ken Been, Radoslaw Michalowski, Patrick Selvadurai, Ian Moore, Harvey Burd 以及 Andrew Abbo。

应该提及的是,拜读于 1953~1962 年在诺丁汉大学任职的 Rodney Hill 教授关于塑性理论的经典著作,对我而言一直是富有成效和启发意义的经验。我非常感谢 Tony Spencer, Antonio Gens, Glenn McDowell, Nick Thom, Wei Wu, Rodrigo Salgado 以及 Fernando Schnaid 通读了本书的早期版本并给出了宝贵意见。我的学生 Cuong Khong, Huaxiang Li, Xun Yuan, Yunming Yang, Jun Wang 以及 Ringo Tan 也提出了有益的建议。我要感谢诺丁汉岩土力学中心(NCG)所有的教职员工和学生,包括过去的和现在的,是他们造就了 NCG 鼓励性、学术性和创造性的环境。身处其中,本书方能得以诞生。特别感谢 David Gao 的鼓励和 Springer 出版社的 John Martindale 和 Robert Saley 对本书出版的大力支持。

最后,很高兴表达我对 John Burland 教授的感激之情,感谢他为本书作序以及多年来的支持和鼓励。

余海岁

West Bridgford 诺丁汉

目 录

序

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 目的与范围	1
1.2 历史简顾	1
1.2.1 弹塑性应力-应变关系	1
1.2.2 塑性求解方法	2
1.3 连续与离散的方法	3
1.4 符号约定	3
参考文献	4
第 2 章 连续介质力学基础	7
2.1 引言	7
2.2 应力状态与平衡	7
2.2.1 二维单元	7
2.2.2 三维应力单元	10
2.3 应变和相容性	13
2.3.1 二维单元	13
2.3.2 三维单元	13
2.4 弹性应力-应变关系	14
2.4.1 平面应力条件	14
2.4.2 平面应变条件	15
2.4.3 三维条件	15
2.5 小结	15
参考文献	16
第 3 章 塑性理论基础	17
3.1 引言	17
3.2 屈服准则	17
3.3 塑性势和塑性流动法则	17
3.4 最大塑性功原理	18
3.5 应变硬化和理想塑性	19
3.6 德鲁克稳定性公设	20
3.7 等向硬化和随动硬化	21
3.7.1 等向硬化	22

3.7.2 随动硬化	22
3.7.3 混合硬化	23
3.8 一般的应力-应变关系	24
3.8.1 等向硬化	24
3.8.2 随动硬化	25
3.9 历史评述	27
参考文献	28
第4章 弹塑性问题的一般性定理	30
4.1 引言	30
4.2 虚功原理	30
4.3 唯一性原理	32
4.3.1 应力率和应变率的唯一性	32
4.3.2 应力唯一性	33
4.4 最小值和变分原理	34
4.4.1 弹性材料	34
4.4.2 弹塑性材料	36
4.5 极限分析的塑性破坏理论	38
4.5.1 引言	38
4.5.2 塑性破坏的恒应力理论	39
4.5.3 塑性破坏的下限定理	40
4.5.4 塑性破坏的上限定理	40
4.5.5 拓展至非关联塑性流动	41
4.5.6 历史简评	43
4.6 安定定理	43
4.6.1 Melan 下限安定定理	44
4.6.2 Koiter 上限安定定理	45
4.6.3 历史简评及展望	46
参考文献	46
第5章 理想塑性理论	48
5.1 引言	48
5.2 弹性模型	49
5.2.1 线弹性	49
5.2.2 非线性弹性	49
5.3 黏性土的塑性模型	50
5.3.1 Tresca 模型	50
5.3.2 von Mises 模型	52
5.4 摩擦材料的塑性模型	52
5.4.1 莫尔-库仑模型	53

5.4.2	Drucker-Prager 模型	55
5.4.3	Lade-Duncan 和 Matsuoka-Nakai 模型	56
5.4.4	Hoek-Brown 模型	58
	参考文献	58
第 6 章	等向硬化与临界状态塑性理论	61
6.1	引言	61
6.2	临界状态概念	61
6.3	剑桥黏土模型和修正剑桥黏土模型	62
6.3.1	剑桥黏土模型	63
6.3.2	修正剑桥黏土模型	66
6.3.3	剑桥黏土模型和修正剑桥黏土模型的局限性	66
6.4	状态参数说明	67
6.4.1	状态参数概念	67
6.4.2	由状态参数表示的剑桥黏土模型和修正剑桥黏土模型	68
6.5	余氏统一临界状态模型	70
6.5.1	黏土和砂土的一般应力-状态关系	70
6.5.2	状态参数模型的增量应力-应变关系	73
6.5.3	统一状态参数模型——CASM	74
6.5.4	模型常数和识别	78
6.5.5	预测和验证	79
6.5.6	评论	89
6.6	包含剪切硬化的扩展 CASM	90
6.7	包含黏塑性的扩展 CASM	92
6.8	非饱和土的扩展 CASM	93
6.8.1	弹性应变	94
6.8.2	屈服面	94
6.8.3	应力-剪胀关系和塑性势	96
6.8.4	塑性应变	96
6.8.5	硬化定律	97
6.9	胶结岩土材料的扩展 CASM	97
6.10	一般应力状态的表述	99
	参考文献	102
第 7 章	多面和边界面塑性理论	108
7.1	引言	108
7.2	多面塑性概念	108
7.2.1	一维加载和卸载	108
7.2.2	一般加载	110
7.3	土的多面塑性模型	113

7.3.1	不排水黏土的总应力多面模拟	113
7.3.2	摩擦土的多面模拟	116
7.4	边界面概念	119
7.5	土的边界面模型	120
7.5.1	黏土的两面随动硬化公式	120
7.5.2	边界面塑性的径向映射形式	126
7.5.3	三面的黏土边界面公式	129
7.6	统一边界面模型	130
7.6.1	单调加载的边界面形式——CASM-b	131
7.6.2	循环加载的边界面模型——CASM-c	133
7.6.3	CASM-c 模拟循环三轴试验	135
	参考文献	140
第8章	非共轴塑性理论	142
8.1	引言	142
8.2	土的非共轴行为的证据	142
8.2.1	单剪试验	142
8.2.2	空心圆柱扭剪试验	143
8.2.3	颗粒散体单剪试验的 DEM 模拟	145
8.3	屈服顶点(yield vertex)非共轴理论	146
8.4	基于双剪的非共轴理论	147
8.4.1	平面应变条件下的一类非共轴塑性理论	148
8.4.2	增量非共轴应力-应变关系	150
8.4.3	轴对称条件下的非共轴塑性	151
8.5	顶点和双剪理论的对比	152
8.6	单剪试验的数值模拟	153
8.6.1	广义双剪理论的莫尔-库仑模型	153
8.6.2	考虑屈服顶点流动规则的临界状态模型 CASM	160
	参考文献	164
第9章	无预先屈服准则的塑性理论	167
9.1	引言	167
9.2	包络面数学理论	167
9.2.1	应力和应变变量	167
9.2.2	能量平衡、屈服函数和流动法则	168
9.2.3	例子	168
9.3	内蕴时间理论(内时理论)	171
9.3.1	不排水条件下黏性土的一般形式	171
9.3.2	无黏性土的形式	173
9.4	亚塑性	174

9.4.1 亚塑性的基本方程	174
9.4.2 确定模型参数	175
9.4.3 改进的亚塑性方程	176
9.5 超塑性	176
9.5.1 von Mises 塑性的推导	177
9.5.2 剑桥黏土(Cam clay) 塑性的推导	178
9.5.3 小结	179
参考文献	179
第 10 章 弹塑性问题的严格解析分析	181
10.1 引言	181
10.2 无限介质中的小孔扩张	181
10.3 Tresca 材料中小孔扩张解	187
10.3.1 有限介质中球形小孔扩张	187
10.3.2 无限介质中小孔扩张的自相似解	190
10.4 莫尔-库仑材料的自相似性解	191
10.4.1 土体性质	191
10.4.2 外部弹性区域的弹性解	192
10.4.3 塑性区域中应力解	192
10.4.4 弹塑性位移分析	193
10.4.5 忽略应力速率的随体部分	196
10.4.6 结果与讨论	196
10.5 平面应变楔体的弹塑性加载	199
10.5.1 楔体问题和控制方程	199
10.5.2 完全弹性解	200
10.5.3 初始屈服和弹塑性界面	201
10.5.4 弹塑性解	202
10.6 经过光滑圆锥体的塑性流动	203
10.6.1 运动场确定条件下的轴对称应力和变形场	203
10.6.2 球面极坐标下的控制方程	205
10.6.3 一类精确解	207
10.6.4 经过无限圆锥体的塑性流动	209
参考文献	211
第 11 章 滑移线分析	213
11.1 引言	213
11.2 塑性区的应力场	213
11.2.1 应力基本方程	213
11.2.2 使用特征线法求解	215
11.2.3 简单情况的滑移线解	215

11.2.4	应力边界条件	216
11.2.5	简单滑移线场	217
11.2.6	边值问题和滑移线场的构建	218
11.3	塑性区域的速度场	219
11.3.1	关联流动法则条件下的速度场	220
11.3.2	非关联流动法则条件下的速度场	221
11.3.3	速度间断线	223
11.3.4	速度特征线上的应力条件	224
11.4	岩土稳定性示例	225
11.4.1	路堤承载力——应力场	225
11.4.2	路堤承载力——速度场	226
11.4.3	路堤承载力——Hill 机制	227
11.4.4	作用在黏聚-摩擦型土上的浅基础	229
11.4.5	黏聚-摩擦型土上的挡土墙	230
11.4.6	黏聚-摩擦型土的准稳态楔形贯入	231
11.4.7	考虑非关联流动法则的解	233
11.4.8	纯黏性土的特殊解	234
11.5	塑性各向异性	235
11.5.1	一般各向异性黏聚-摩擦型材料的解	235
11.5.2	纯黏性材料的解	237
11.6	轴对称问题	237
11.6.1	应力基本方程	238
11.6.2	特征线法求解	239
	参考文献	239
第 12 章	极限分析	241
12.1	前言	241
12.2	极限分析的基本步骤	241
12.2.1	极限分析中的下限分析法	242
12.2.2	极限分析中的上限分析法	243
12.2.3	上限极限分析和极限平衡分析	245
12.2.4	小结	246
12.3	使用线性规划的下限分析	247
12.3.1	平面应变有限元公式	247
12.3.2	轴对称有限元公式	251
12.3.3	节理介质的平面应变有限元公式	256
12.3.4	各向异性土的平面应变有限元公式	261
12.3.5	加筋土的平面应变有限元公式	262
12.4	使用线性规划的上限分析	265

12.4.1 恒应变有限元公式	265
12.4.2 线性应变有限元公式	279
12.5 非线性规划极限分析	284
12.5.1 通用屈服准则的极限分析	284
12.5.2 速度场的有限元逼近	287
12.5.3 迭代求解算法	288
参考文献	291
第 13 章 安定分析	295
13.1 引言	295
13.2 安定的概念与定理	295
13.2.1 安定概念的简要说明	295
13.2.2 安定的上限与下限定理	298
13.3 滚动与滑动线接触的安定	299
13.3.1 弹性应力场	300
13.3.2 Tresca 材料中的安定解	301
13.3.3 莫尔-库仑材料中的安定解	303
13.4 滚动与滑动点接触的安定	305
13.4.1 点接触问题定义	305
13.4.2 赫兹(Hertz)应力分布引起的弹性应力场	306
13.4.3 残余应力场与静力安定条件	307
13.4.4 数值分析结果与讨论	308
13.5 利用线性规划的安定分析	310
13.5.1 有限元公式	310
13.5.2 路面安定分析的数值应用	315
13.6 利用非线性规划的安定分析	321
13.6.1 通用屈服准则的安定分析	321
13.6.2 速度场的有限元近似法	325
13.6.3 迭代算法	326
参考文献	329
第 14 章 有限元分析	332
14.1 引言	332
14.2 非线性有限元分析基本方法	332
14.3 用于土塑性分析的精确有限单元	333
14.3.1 引言	333
14.3.2 理论	335
14.3.3 新位移插值函数的应用	338
14.3.4 有限元计算格式	340
14.3.5 在标准有限元代码中的编程实现	343

14.3.6 数值计算实例	345
14.3.7 结论	350
14.4 荷载-位移方程的求解方法	351
14.4.1 增量求解策略	351
14.4.2 迭代求解策略	352
14.4.3 基于自动步长控制的增量求解策略	353
14.5 应力-应变方程的积分	355
14.5.1 弹塑性应力-应变关系	355
14.5.2 显式积分方法	355
14.5.3 隐式积分方法	358
14.6 大变形分析	359
14.6.1 引言	359
14.6.2 大变形问题的有限元公式	360
14.7 数值算例	362
14.7.1 岩土材料的临界状态有限元分析	362
14.7.2 非共轴岩土材料的有限元分析	369
14.7.3 胶结岩土材料的有限元分析	371
参考文献	372

第 1 章 绪 论

1.1 目的与范围

本书主要关注黏土、砂、粉土和岩石等各种岩土材料的塑性理论及其在岩土工程设计和分析中的应用。Hill(1950)在其经典著作中,给出了塑性理论的精准定义:“塑性理论系指用数学方法研究塑性变形固体中应力-应变关系的理论。该理论以均匀复合受力状态下塑性固体的宏观行为的实验观测为研究基点,以如下两个任务为研究目标:第一,建立广泛条件下尽可能逼近实验观测的显式应力-应变关系;第二,发展用于计算在任何条件下产生永久变形固体中非均匀应力应变分布的数学技术。”

本书遵循上述定义,着重阐述这两方面的进展,也即适用岩土材料的应力-应变关系的本构理论,以及可用于求解岩土工程设计中涉及塑性变形问题的各种解析与数值计算方法。

由于上述领域十分广泛且仍在不断扩大,很难在一本书中覆盖该领域各个方面的研究进展,因此,本书并不打算对整个岩土塑性理论领域泛泛而谈,而是旨在集中介绍目前岩土塑性理论中最有用的进展,支撑其发展的关键概念,以及其在岩土工程分析中的应用;重点介绍最新的研究进展,关键概念之间的内在联系,它们与经典金属塑性理论之间的关联,还有笔者过去二十年的研究工作。如上所述,尽管本书内容有所选裁,但仍然试图对岩土塑性理论进行全面统一的论述,希望本书的出版对塑性理论在岩土工程中的进一步发展应用有所裨益。

1.2 历史简顾

本节将对岩土塑性理论的发展进行简要回顾。为便于学习,根据上节讨论,下面分开阐述弹塑性应力-应变关系和塑性理论的求解方法。

1.2.1 弹塑性应力-应变关系

20 世纪 50 和 60 年代,研究人员通过对金属塑性行为数十年的理论和试验研究成果的总结,奠定了经典塑性理论的基础。Nadai(1950)、Hill(1950)、Drucker(1950)、Prager(1955)和 Naghdi(1960)对该理论早期的发展进行了综述。其中关键概念包括,de Saint-Venant(1870)提出的主应力和应变率张量的共轴假设,von Mises(1928)与 Melan(1938)提出的塑性位势理论,Hill 的最大塑性功原理(1948),Drucker(1952, 1958)的稳定性公设以及 Prager(1955)与 Ziegler(1959)的随动硬化准则。

岩土塑性理论的早期发展建立于上述金属塑性理论基础之上,与之不同的是,体积

变化在岩土材料塑性行为模型中的作用至关重要。Drucker 等(1957)关于土体硬化的工作以及 Roscoe 等(1958)关于土体屈服的工作为临界状态理论奠定了基础,支撑了岩土材料塑性理论的诸多后续发展(Schofield and Wroth, 1968; Roscoe and Burland, 1968; Wroth and Houlsby, 1985; Yu, 1998)。

金属塑性理论的最新进展包括边界面塑性(Dafalias and Popov, 1975; Krieg, 1975)、多重屈服面塑性理论(Mroz, 1967; Iwan, 1967)和内蕴时间理论(Valanis, 1971)。

在过去的二十多年,这些概念已成功应用于岩土材料的建模,并取得了很大成功。其他一些主要概念也已用来发展岩土材料的塑性应力-应变关系,如岩土材料的双剪理论(Spencer, 1964; de Josselin de Jong, 1971; Harris, 1995; Yu and Yuan, 2005, 2006)、屈服顶点理论(Rudnicki and Rice, 1975; Yang and Yu, 2006a, 2006b)、热力学方法(Houlsby, 1982; Maugin, 1992; Collins and Houlsby, 1997)、数学包络理论(Chandler, 1985)和亚塑性理论(Green, 1956; Kolymbas, 1991)。除基于应力空间的公式表述外, Naghdi 和 Trapp(1975)与 Yoder 和 Iwan(1981)研究表明,塑性模型也可在应变空间内描述,尽管有少数研究人员采用了应变空间的方法(Zheng et al., 1986; Simpson, 1992; Einav, 2004),但在岩土工程中的应用至今仍不多见。

目前,大多数研究中使用的应力-应变关系是以室内实验观测到的均匀组合应力状态下岩土材料的宏观行为为基础的(Jamiolkowski et al., 1985; Mitchell, 1993)。由于能验证连续塑性理论,或为之提供物理解释,近年来微观力学和离散单元法(DEM)也日益得到广泛应用(Cundall and Strack, 1979; Thornton, 2000; McDowell and Bolton, 1998; McDowell and Harireche, 2002; Jiang et al., 2005; Jiang and Yu, 2006)。

1.2.2 塑性求解方法

一旦建立了合适的应力-应变关系,再结合必要的平衡方程和协调条件,即可求解岩土边值问题。这些控制方程过于复杂,通常情况下,无法解析求解,仅对于非常简单的几何和边界条件问题才有可能,如 Hill(1950)和 Yu(2000a)解决的小孔扩张问题。

因此,对于大多数实际问题的求解,不得不采用数值方法,如有限元法、有限差分方法、边界元方法和离散元方法(Sloan and Randolph, 1982; Brown, 1987; Gens and Potts, 1988; Zienkiewicz et al., 1998; Carter et al., 2000; Yu, 2000b)。

许多岩土工程设计依赖两类关键计算:稳定性分析和变形分析(Terzaghi, 1943; Wroth and Houlsby, 1985),前者确保岩土结构的安全和稳定,后者确保在工作荷载作用下岩土结构的变形不致过大。过去,岩土工程的稳定性分析通常以理想塑性材料模型为基础,这是因为对于理想塑性行为,滑移线法、极限分析中的界限定理与安定分析让破坏和稳定性计算变得相对简单(Hill, 1950; Sokolovski, 1965; Koiter, 1960; Davis, 1968; Chen, 1975; Salencon, 1977)。

对于变形分析,过去通常的做法是采用弹性分析(Poulos and Davis, 1974)。然而实验研究表明,即使在很小的应变条件下,许多情况中岩土材料表现出高度的非线性和塑性(Burland, 1989)。因此,弹性分析结果不够准确,可靠的变形分析通常需要使用非线性弹性或更为精准的塑性应力-应变关系。