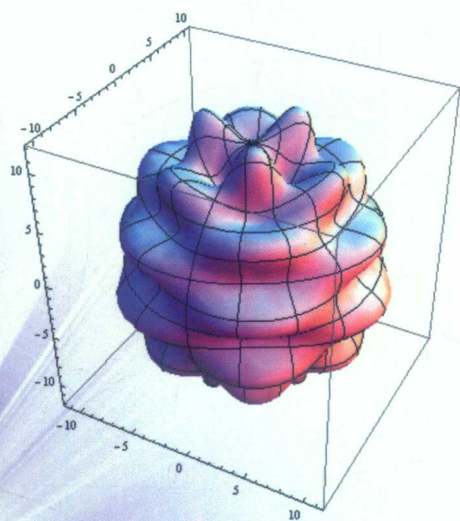


大地测量 计算机代数分析

边少锋 李厚朴 著



科学出版社

大地测量计算机代数分析

Computer Algebra Analysis on Geodesy

边少锋 李厚朴 著

国家自然科学基金项目（批准号：41631072、41471387、41571441）

中国人民解放军海军工程大学科研发展基金自主立项项目（批准号：2016136）

资助出版



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书将计算机代数分析方法应用于大地测量数学分析,借助具有强大符号运算功能的计算机代数系统,导出了一些理论上更为严密、形式上更为简单、精度上更为精确的符号形式的公式和算法,一定程度上革新了大地测量数学分析理论和算法。本书主要内容包括绪论,椭球大地测量计算机代数分析,地图投影计算机代数分析,大地测量数据处理计算机代数分析,物理大地测量计算机代数分析,卫星大地测量计算机代数分析。

本书可作为大地测量、地理信息系统、地图制图、导航、遥感等相关专业高等院校师生、科研人员、工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大地测量计算机代数分析/边少锋,李厚朴著. —北京:科学出版社,2018.8
ISBN 978-7-03-055852-7

I. ①大… II. ①边… ②李… III. ①大地测量-计算机代数-数值分析
IV. ①P22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 304565 号

责任编辑:杨光华/责任校对:董艳辉

责任印制:彭超/封面设计:苏波

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉市首壹印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本:787×1092 1/16

2018年8月第 一 版 印张:15 1/2

2018年8月第一次印刷 字数:364 500

定价:98.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

大地测量需要处理涉及椭球偏心率的幂级数展开、椭圆积分、隐函数高阶导数求取等大量的复杂数学分析问题。限于历史条件,以往主要依靠人工推导完成,导出的公式形式较为复杂烦琐;采取的近似处理影响了公式的精度;有的公式表现为具体的数值形式,仅适用于我国 1954 年北京坐标系和 1980 年西安坐标系下的解算,难以满足我国已经启用的三维地心坐标系 2000 国家大地坐标系下的计算需求。

计算机代数是计算机科学与数学分析和代数推理相结合的产物。计算机代数系统在一定程度上可以使科学研究和工程技术人员从枯燥烦琐的数学分析和代数推理中解放出来,从而有效地提高工作效率,所以得到了比较广泛的应用。目前流行的计算机代数系统有 Mathematica, Maple, Mathcad 等。借助计算机代数系统研究人员的注意力可着重放在解决问题的本质方面,并且计算机代数系统强大的可视化功能还会使枯燥的数学分析问题变得更生动有趣,也使研究人员更容易发现大量数据背后隐藏的规律。

作者近几年在使用计算机代数分析方法和计算机代数系统从事大地测量和导航定位技术方面的研究工作中,深感计算机代数分析方法和计算机代数系统是解决有关数学分析问题强有力的手段之一。许多数学问题用计算机代数系统来解决,效率就会提高许多倍。计算机代数系统与一般的计算机程序设计语言有一定联系,但两者的应用领域有所不同。计算机程序设计语言只适合于数值计算和软件开发,而 Mathematica, Maple 等计算机代数系统则可以直接用于数学分析、代数运算、数据分析和拟合、科学计算可视化等方面。因此,我们认为,为推广计算机代数和计算机代数系统这种解决数学分析问题的高效率手段和工具在大地测量领域的应用,有必要总结作者近年来使用计算机代数和计算机代数系统取得的研究成果和经验,以期能对同行和广大读者有所启迪和参考。相信读者通过阅读,可以体会出计算机代数和计算机代数系统在解决某些大地测量数学分析问题时所表现出来的无与伦比的魅力。

《大地测量计算机代数分析》共 7 章,第 1 章介绍计算机代数概念、常用的计算机代数系统和本书的研究背景;第 2~6 章分别讨论计算机代数和计算机代数系统在解决椭球大地测量、地图投影、大地测量数据处理、物理大地测量和卫星大地测量数学分析问题中的应用;第 7 章对全书工作进行总结和展望。

本书写作过程中,得到了国家自然科学基金委员会地球科学部于晟处长、冷疏影处长的关心,得到了中国人民解放军海军工程大学导航工程系领导和同事的帮助与支持。甘肃铁道综合工程勘察院有限公司金立新总工、空军指挥学院任留成教授、广西壮族自治区测绘地理信息局钟业勋高工提出了许多有益的意见与建议,海军工程大学纪兵博士、李忠美博士、陈成博士生、李松林博士生、刘佳奇硕士生、张瑞辰硕士生参与了本书的

修改和书稿校对工作，特此表示感谢。本书能够出版，还要特别感谢国家自然科学基金项目（批准号：41631072、41471387、41571441）和中国人民解放军海军工程大学科研发展基金自主立项项目（批准号：2016136）的资助。

由于作者学识水平有限，书中难免有疏漏之处，恳请各位读者同仁批评指正，作者将不胜感激。我们的邮件地址是 sfbian@sina.com, lihoup1985@126.com。

作 者

2018 年 7 月于海军工程大学

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 计算机代数	1
1.2 计算机代数系统	2
1.2.1 Mathematica 计算机代数系统	3
1.2.2 Maple 计算机代数系统	6
1.2.3 Mathcad 计算机代数系统	7
1.2.4 MATLAB 矩阵计算与代数系统	10
1.3 大地测量数学分析研究现状	13
1.3.1 椭球大地测量数学分析	14
1.3.2 物理大地测量数学分析	15
1.3.3 卫星大地测量数学分析	16
1.3.4 小结	18
1.4 计算机代数与计算机代数系统在大地测量中的应用现状	18
1.5 本书的主要内容	19
第 2 章 椭球大地测量计算机代数分析	21
2.1 子午线弧长正解问题	21
2.2 参考椭球上梯形图幅面积计算	23
2.3 幂级数展开法解子午线弧长反问题	24
2.3.1 类纬度变量	24
2.3.2 微分方程展开为变量 x 的正弦的幂级数	25
2.3.3 逐项积分得子午线弧长反解展开式	28
2.4 两点埃尔米特插值法解子午线弧长反问题	29
2.4.1 基本思路分析	29
2.4.2 计算机代数系统下的进一步展开	30
2.5 三点埃尔米特插值法解子午线弧长反问题	31
2.5.1 中点 $x=\pi/4$, $B(x=\pi/4)$ 及其导数的确定	32
2.5.2 利用插值条件确定待定系数	32
2.6 拉格朗日级数法解子午线弧长反问题	34
2.6.1 拉格朗日级数法	34
2.6.2 基于拉格朗日级数法的子午线弧长反解展开式确定	35
2.7 子午线弧长反解展开式的精度分析	37

2.8	大地纬度、地心纬度和归化纬度间的关系式	38
2.8.1	大地纬度、地心纬度和归化纬度间的严密式	38
2.8.2	大地纬度、地心纬度和归化纬度间的展开式	40
2.9	大地线的参数方程	42
2.10	大地线勒让德级数展开和高斯平均引数展开	46
2.11	贝塞尔大地问题解算	47
2.11.1	大地线长与球面大圆弧长微分方程的解	49
2.11.2	椭球面经度与球面经度微分方程的解	50
2.11.3	大地线长与球面大圆弧长微分方程非迭代解	51
2.12	法截线方位角与贝塞尔大地问题反解直接法	55
2.12.1	椭球面两点法截线方位角	55
2.12.2	贝塞尔大地问题反解	57
2.13	大椭圆法解大地问题	60
2.14	等角航线的正反解问题	63
2.14.1	等角航线基本方程	63
2.14.2	等角航线的正解问题	65
2.14.3	等角航线的反解问题	66
2.14.4	等角航线正反解算例	66
2.15	符号迭代法解椭球大地测量学反问题	69
2.15.1	符号迭代法思想	70
2.15.2	符号迭代法应用举例	70
第3章	地图投影计算机代数分析	75
3.1	等量纬度正解问题	75
3.2	级数法解等量纬度反问题	78
3.2.1	大地纬度 B 和等角纬度 φ 的微分方程	78
3.2.2	微分方程展开为变量 φ 的正弦的幂级数	79
3.2.3	逐项积分得等量纬度反解展开式	81
3.3	两点埃尔米特插值法解等量纬度反问题	81
3.4	拉格朗日级数法解等量纬度反问题	84
3.5	等量纬度反解展开式的精度分析	85
3.6	等量纬度和子午线弧长变换的直接展开式	86
3.6.1	等量纬度变换至子午线弧长的直接展开式	87
3.6.2	子午线弧长变换至等量纬度的直接展开式	88
3.6.3	直接展开式的精度分析	90
3.7	高斯投影正解的非迭代复变函数表示	91
3.8	高斯投影反解的非迭代复变函数表示	93
3.9	高斯投影尺度比和子午线收敛角的复变函数表示	94

3.10 高斯投影的复变函数表示算例	95
3.11 高斯投影作图	99
第4章 大地测量数据处理计算机代数分析	101
4.1 阵列代数双二次、双三次插值	101
4.1.1 双二次多项式插值	101
4.1.2 双三次多项式插值	104
4.2 高次多项式插值龙格现象和切比雪夫多项式插值	107
4.3 非线性函数线性化与误差方程组成	109
4.4 误差传播定律与控制网优化设计	111
4.5 典型图形平差	113
4.6 三角锁网精度估算	117
4.7 矩阵特征值、特征向量和矩阵范数计算	120
4.8 确定协方差参数的代数准则	121
4.8.1 准则1——比值函数法	124
4.8.2 准则2——样条函数法	126
4.8.3 算例	127
4.9 确定点质量法质点埋藏深度的代数准则	128
4.10 GPS 姿态测量误差分析	131
第5章 物理大地测量计算机代数分析	137
5.1 柱体积分和层间改正	137
5.1.1 柱体积分	137
5.1.2 层间改正	139
5.2 矩形棱柱引力和引力位	139
5.2.1 矩形棱柱引力	139
5.2.2 矩形棱柱引力位	141
5.3 球冠和球层冠引力和引力位	143
5.3.1 球冠引力和引力位	143
5.3.2 球层冠引力和引力位	145
5.4 均质旋转椭球体在内部的引力和引力位	146
5.4.1 基本积分式的导出	146
5.4.2 用计算机代数系统计算与旋转椭球引力有关的定积分	147
5.4.3 通过复变函数得到实变函数积分	149
5.5 地形校正中央区积分	149
5.5.1 矩形域上的8分片线性插值地形校正积分	150
5.5.2 菱形域上的4分片线性插值地形校正积分	153
5.6 地球重力场泛函中央区奇异积分	155
5.6.1 重力异常双二次多项式插值中央区奇异积分计算	155

5.6.2	重力异常双三次多项式插值中央区奇异积分计算	159
5.7	莫洛坚斯基公式和逆维宁·曼尼兹公式中央区奇异积分	163
5.7.1	垂线偏差双二次多项式插值中央区奇异积分计算	164
5.7.2	垂线偏差双三次多项式插值中央区奇异积分计算	166
5.8	扰动位、扰动引力向量和扰动引力梯度张量的三维直角坐标表示	170
5.8.1	扰动位二阶项的直角坐标表示	170
5.8.2	扰动引力二阶项的直角坐标表示	171
5.8.3	扰动位二阶项梯度张量的直角坐标表示	172
5.9	全球或局部大地水准面和重力异常等值线图绘制	175
5.9.1	全球大地水准面等值线图绘制	175
5.9.2	全球重力异常等值线图绘制	177
5.10	扁球体的水准面	177
5.10.1	布隆斯扁球和赫尔默特扁球	177
5.10.2	水准椭球面和扁球体水准面的方程	178
5.10.3	精度估计	181
5.10.4	扁球体水准面和水准椭球面的形状差异	181
5.11	勒让德多项式、连带勒让德函数和球面调和函数	187
5.11.1	勒让德多项式和连带勒让德函数定义与显示	187
5.11.2	球面调和函数	189
5.12	计算机代数系统解物理大地测量各问题举例	190
第 6 章	卫星大地测量计算机代数分析	193
6.1	椭圆运动的级数展开	193
6.1.1	贝塞尔函数	193
6.1.2	偏近点角、真近点角和平近点角几何关系	194
6.1.3	偏近点角的傅里叶级数展开	195
6.1.4	真近点角的傅里叶级数展开	196
6.1.5	汉申函数	197
6.2	卫星运动近点角间的差异极值符号表达式	198
6.2.1	偏近点角与平近点角差值关于平近点角的极值符号表达式	198
6.2.2	真近点角与偏近点角差值关于平近点角的极值符号表达式	199
6.2.3	真近点角与偏近点角差值关于偏近点角的极值符号表达式	200
6.2.4	真近点角与平近点角差值关于平近点角的极值符号表达式	201
6.2.5	算例分析	203
6.3	三角多项式两种形式的转换、勒让德函数向三角多项式的转换	205
6.3.1	三角函数倍角形式化为幂形式	205
6.3.2	三角函数幂形式化为倍角形式	206
6.3.3	连带勒让德函数转化为三角多项式	206

6.4 一些函数的平均值	207
6.4.1 一类含有三角函数特殊积分的计算	207
6.4.2 平均值 $\overline{\cos qf}$ 确定	208
6.5 一阶项摄动和 J_2 项	209
6.5.1 部分轨道根数一阶项摄动	209
6.5.2 部分轨道根数一阶长周期项摄动	211
6.6 Kaula 理论与摄动函数展开	211
6.7 倾角函数确定	213
6.8 偏心率函数确定	214
6.9 改型拉格朗日线性解中的偏心率函数	215
6.10 微分方程数值解法	216
第 7 章 结论与展望	219
7.1 研究结论	219
7.2 展望	220
参考文献	222
附录 双曲函数和若干初等复变函数定义	227
后记	228

Contents

Chapter I Introduction	1
1.1 Computer Algebra	1
1.2 Computer Algebra System	2
1.2.1 Computer Algebra System—Mathematica	3
1.2.2 Computer Algebra System—Maple	6
1.2.3 Computer Algebra System—Mathcad	7
1.2.4 Matrix Computation and Computer Algebra System—MATLAB	10
1.3 The Research Status of Mathematical Analysis on Geodesy	13
1.3.1 Mathematical Analysis on Ellipsoidal Geodesy	14
1.3.2 Mathematical Analysis on Physical Geodesy	15
1.3.3 Mathematical Analysis on Satellite Geodesy	16
1.3.4 Summary	18
1.4 The Application Status of Computer Algebra and Computer Algebra System on Geodesy	18
1.5 Main Contents of This Book	19
Chapter II Computer Algebra Analysis on Ellipsoidal Geodesy	21
2.1 The Forward Solution of Meridian Arc	21
2.2 The Determination of a Trapezoidal Map Area on an Ellipsoid	23
2.3 The Inverse Problem of Meridian Arc in terms of Power Series	24
2.3.1 Quasi-Latitude Variable	24
2.3.2 Expanding Differential Equation as a Power Series of Sine Function of Variable x	25
2.3.3 Getting the Inverse Expansion of Meridian Arc through Integration Term by Term	28
2.4 Solving the Inverse Problem of Meridian Arc by Two-point Hermite Interpolation Method	29
2.4.1 Basic Concept	29
2.4.2 Expansion in Terms of Computer Algebra System	30
2.5 Solving the Inverse Problem of Meridian Arc by Three-point Hermite Interpolation Method	31
2.5.1 Determination of Functional and Derivative Values at	

Mid-point $x=\pi/4$, $B(x=\pi/4)$	32
2.5.2 Determination of Unknown Coefficients Using Interpolation Conditions	32
2.6 Solving the Inverse Problem of Meridian Arc by Lagrange Series Method	34
2.6.1 Lagrange Series Method	34
2.6.2 Determination of the Inverse Expansion of Meridian Arc Based on Lagrange Series Method	35
2.7 Accuracy Analysis on the Inverse Expansion of Meridian Arc	37
2.8 The Relationship between Geodetic, Geocentric and Reduced Latitudes	38
2.8.1 The Rigorous Relationship between Geodetic, Geocentric and Reduced Latitudes	38
2.8.2 Expansions between Geodetic, Geocentric and Reduced Latitudes	40
2.9 Parametric Equations for Geodetic Line	42
2.10 Legendre Series Expansion for Geodetic Line and Gauss Average Argument Expansion	46
2.11 Bessel's Solution of Geodetic Problem	47
2.11.1 Solution of the Differential Equation for Geodetic Length and Spherical Arc	49
2.11.2 Solution of the Differential Equation for Ellipsoidal and Spherical Longitudes	50
2.11.3 Non-iterative Solution of the Differential Equation for Geodetic Length and Spherical Arc	51
2.12 Azimuth of Normal Section and Direct Formula for Bessel's Inverse Solution of Geodetic Problem	55
2.12.1 Azimuth of Normal Section between Two Points on an Ellipsoid	55
2.12.2 Bessel Inverse Solution of Geodetic Problem	57
2.13 Solution of Geodetic Problem by Great Ellipse Method	60
2.14 Forward and Inverse Solutions of Rhumb Line	63
2.14.1 Basic Equation for Rhumb Line	63
2.14.2 Forward Solution of Rhumb Line	65
2.14.3 Inverse Solution of Rhumb Line	66
2.14.4 Computation Examples for Forward and Inverse Solutions of Rhumb Line	66
2.15 Solution of Inverse Problems in Ellipsoidal Geodesy by Symbolical Iterative Method	69
2.15.1 Basic Concept of Symbolical Iterative Method	70
2.15.2 Application Examples of Symbolical Iterative Method	70

Chapter III Computer Algebra Analysis on Map Projection	75
3.1 The Forward Solution of Isometric Latitude	75
3.2 Solving the Inverse Problem of Isometric Latitude by Power Series Method	78
3.2.1 The Differential Equation for Geodetic Latitude B and Conformal Latitude φ	78
3.2.2 Expanding Differential Equation as a Power Series of Sine Function of Variable φ	79
3.2.3 Getting the Inverse Expansion of Isometric Latitude through Integration Term by Term	81
3.3 Solving the Inverse Problem of Isometric Latitude by Two-point Hermite Interpolation Method	81
3.4 Solving the Inverse Problem of Isometric Latitude by Lagrange Series Method	84
3.5 Accuracy Analysis on the Inverse Expansion of Isometric Latitude	85
3.6 Direct Expansions of Transformations between Isometric Latitude and Meridian Arc	86
3.6.1 The Direct Expansion of the Transformation from Isometric Latitude to Meridian Arc	87
3.6.2 The Direct Expansion of the Transformation from Meridian Arc to Isometric Latitude	88
3.6.3 Accuracy Analysis on Direct Expansions	90
3.7 The Non-iterative Formulas for the Forward Solution of Gauss Projection by Complex Function	91
3.8 The Non-iterative Formulas for the Inverse Solution of Gauss Projection by Complex Function	93
3.9 Formulas for Scale and Meridian Convergence Angle of Gauss Projection by Complex Function	94
3.10 Computation Examples for Gauss Projection by Complex Function	95
3.11 Gauss Projection Plotting	99
Chapter IV Computer Algebra Analysis on Geodetic Data Processing	101
4.1 Bi-quadratic and Bi-cubic Polynomial Interpolation	101
4.1.1 Bi-quadratic Polynomial Interpolation	101
4.1.2 Bi-cubic Polynomial Interpolation	104
4.2 Runge Phenomena of High Order Polynomial Interpolation and Chebyshev Polynomial Interpolation	107
4.3 Linearization of Non-linear Function and Error Equations Formation	109
4.4 Law of Error Propagation and Optimization of Control Networks	111
4.5 Typical Figure Adjustments	113

4.6	Precision Estimation of Triangular Networks	117
4.7	Matrix Eigenvalues, Eigenvectors and Error Equations	120
4.8	Algebra Rules for Parameters of Covariance Functions	121
4.8.1	Criteria I—The Ratio Function Method	124
4.8.2	Criteria II—Spline Method	126
4.8.3	Computation Examples	127
4.9	Algebra Rules for the Determination of Mass Points	128
4.10	Error Analysis of Attitude Determination by GPS	131
Chapter V	Computer Algebra Analysis on Physical Geodesy	137
5.1	Cylinder Integration and Plate Correction	137
5.1.1	Cylinder Integration	137
5.1.2	Plate Correction	139
5.2	Gravitation and Gravitational Potential of Rectangular Prism	139
5.2.1	Gravitation of Rectangular Prism	139
5.2.2	Gravitational Potential of Rectangular Prism	141
5.3	Gravitational Potential and Gravitation of Spherical Cap and Spherical Layer Cap	143
5.3.1	Gravitational Potential and Gravitation of Spherical Cap	143
5.3.2	Gravitational Potential and Gravitation of Spherical Layer Cap	145
5.4	Inner Gravitational Potential and Gravitation of Homogeneous Rotating Ellipsoid	146
5.4.1	Derivation of Basic Integral Formula	146
5.4.2	Determining the Related Definite Integrals in Terms of Computer Algebra System	147
5.4.3	Real Function Integral through Complex Function	149
5.5	Innermost Integration of Terrain Corrections	149
5.5.1	8 Piece Linear Interpolation and Integration in a Rectangular Area	150
5.5.2	4 Piece Linear Interpolation and Integration in a Diamond Area	153
5.6	The Singular Integration of Gravity Field Functional in the Innermost Area	155
5.6.1	Bi-quadratic Polynomial Interpolation of Gravity Anomaly and Singular Integration Calculation	155
5.6.2	Bi-cubic Polynomial Interpolation of Gravity Anomaly and Singular Integration Calculation	159
5.7	The Singular Integration of Molodensky and Inverse Vening-Meinesz Formulas	163
5.7.1	Bi-quadratic Polynomial Interpolation of the Deflection of the Vertical and Singular Integration Calculation	164

5.7.2	Bi-cubic Polynomial Interpolation of The Deflection of the Vertical and Singular Integration Calculation	166
5.8	Expressions of Disturbing Potential, Gravity Vector and Gravity Gradient Tensor in the Rectangular Coordinates	170
5.8.1	Expressions of the Second Order Disturbing Potential in the Rectangular Coordinates	170
5.8.2	Expressions of the Second Order Disturbing Gravity in the Rectangular Coordinates	171
5.8.3	Expressions of the Second Order Disturbing Gravity Gradient Tensor in the Rectangular Coordinates	172
5.9	Contour Maps of Global Geoid and Gravity Anomaly	175
5.9.1	Contour Map of Global Geoid	175
5.9.2	Contour Map of Global Gravity Anomaly	177
5.10	The Level Surface of the Oblate Spheroid	177
5.10.1	Bruns' Spheroid and Helmert's Spheroid	177
5.10.2	Level Surface Equations of the Ellipsoid and the Oblate Spheroid	178
5.10.3	Accuracy Estimation	181
5.10.4	The Shape Difference between the Level Surfaces of the Oblate Spheroid and the Ellipsoid	181
5.11	Legendre Polynomial, Associated Legendre Function and Spherical Harmonic Function	187
5.11.1	The Definition and Display of Legendre Polynomial and Associated Legendre Function	187
5.11.2	Spherical Harmonic Function	189
5.12	Other Application of Computer Algebra System in Physical Geodesy	190
Chapter VI	Computer Algebra Analysis on Satellite Geodesy	193
6.1	Series Expansions of Elliptical Motion	193
6.1.1	Bessel Function	193
6.1.2	The Geometric Relationship between Eccentric, True and Mean Anomalies	194
6.1.3	Fourier Series Expansion of Eccentric Anomaly	195
6.1.4	Fourier Series Expansion of True Anomaly	196
6.1.5	Hansen Function	197
6.2	Symbolical Expressions of Difference Extrema between Anomalies for Satellite Motion	198
6.2.1	Symbolical Expressions of Difference Extrema between Eccentric and Mean Anomalies about Mean Anomaly	198

6.2.2	Symbolical Expressions of Difference Extrema between True and Eccentric Anomalies about Mean Anomaly	199
6.2.3	Symbolical Expressions of Difference Extrema between True and Eccentric Anomalies about Eccentric Anomaly	200
6.2.4	Symbolical Expressions of Difference Extrema between True and Mean Anomalies about Mean Anomaly	201
6.2.5	Computation Examples	203
6.3	Conversions of Two Kinds of Trigonometric Polynomials, Conversions of Legendre Function to Trigonometric Polynomial	205
6.3.1	Conversions of Trigonometric Multiple Angles to Power Formulas	205
6.3.2	Conversions of Trigonometric Power to Multiple Angles Formulas	206
6.3.3	Conversions of Associated Legendre Function to Trigonometric Polynomial	206
6.4	Average Values for Some Functions	207
6.4.1	The Computation of Some Special Integrals Including Trigonometric Function	207
6.4.2	The Determination of Average Value $\overline{\cos qf}$	208
6.5	The First Order Perturbation and J_2 Item	209
6.5.1	The First Order Perturbation for Partial Orbital Elements	209
6.5.2	The First Order Long Periodical Perturbation for Partial Orbital Elements	211
6.6	Kaula Theory and Expansions of Perturbation Functions	211
6.7	Determination of Inclination Functions	213
6.8	Determination of Eccentricity Functions	214
6.9	Eccentricity Functions in the Linear Retrofitted Lagrange Solutions	215
6.10	Numerical Methods for Differential Equations	216
Chapter VII	Conclusions and Prospect	219
7.1	Research Conclusions	219
7.2	Prospect	220
References		222
Appendix Definitions of Hyperbolic Functions and Some Elementary		
Complex Functions		227
Postscript		228

第1章 绪 论

1.1 计算机代数

现代科学技术的发展正在很大程度上改变着人们的生活和生活方式，特别是个人计算机，即通常所说的“电脑”，正走入千家万户，渗透至各行各业的方方面面，影响着人们的思想方式，至少在工程技术领域，计算在很大程度上已不是主要的障碍。当提到计算机，人们首先想到的仍是“计算”或“数值计算”，这也是很自然的，因为1946年诞生的世界上第一台计算机重要的目的和功能就是数值积分计算。然而，随着计算机科学和技术或者更大范围更通俗的术语“信息技术”，即IT (information technology) 的发展，计算机本身的计算功能也在某种程度上退居次要的地位。人们首先想到的是计算机可否部分地代替人们进行日常事务的处理和脑力思维活动？具体到本书就是用计算机部分地代替人的大脑进行相关的数学分析和公式推演。从这种意义上，通俗的说法“电脑”可能更形象、更贴切一些。

通常人们进行数学演算最一般的方法就是借助于笔、纸、数学手册和参考书，经过大脑的创造性分析和综合去发现新的公式、新的算法或新的定理。这一过程中不乏充满挑战和激情的创造性思维，一个新的公式或定理的导出和证明，会让科学家和工程技术人员激动不已。但是也应该看到这一过程的许多细节相当机械、冗长和乏味。有时一个细节或一个正负号的错误，就会使几天的数学推演或证明前功尽弃、毁于一旦。

这里强调的应该是“代数”，从字面上去理解代数就是“(用字母)去代替数”，给人没有多少实质性的变化之感。但从更深层来理解，正是代数使人们脱离了具体的感性范畴，进入了真正的理性的数学。以著名的勾股定理为例，“勾三股四弦五”写成算术表示式是

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

而如果用 a 代表勾、 b 代表股、 c 代表弦，则有

$$a^2 + b^2 = c^2$$

前一个式子，仅仅是具体的数字，是一种算术表达式，仅适应于某种特例。后一个式子，则是抽象的字母，是一种代数表达式，适应范围要广泛得多。

科学计算可分为两类：一类是纯数值的计算，如求函数的值、方程的数值解；另一类是符号计算，又称代数运算，这是一种智能化的计算，处理的是符号。人们把这种研究可代数化的数学对象的计算理论与方法的学科，或者说符号计算与代数计算的学科称