



教育部高等农林院校理科基础课程
教学指导委员会推荐示范教材



高等农林教育“十三五”规划教材

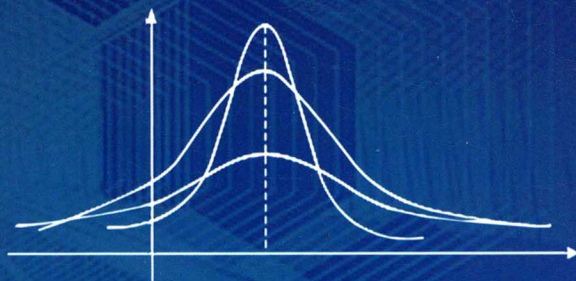
概率论与数理统计

第2版

Probability and Statistics
Probability and Statistics

S

● 吴坚 程靖 武东 主编



中国农业大学出版社
CHINA AGRICULTURAL UNIVERSITY PRESS



教育部高等农林院校理科基础课程
教学指导委员会推荐示范教材



高等农林教育“十三五”规划教材

概率论与数理统计

Probability and Statistics

第2版

吴坚 程靖 武东 主编

中国农业大学出版社
· 北京 ·

内 容 简 介

本书是教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会推荐示范教材,是教育部教学研究立项项目成果。本书突出随机数学思想,注重概率论与数理统计的通用知识和应用性,内容包括随机事件与概率、条件概率与独立性、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验和方差分析与回归分析。本书通过视频讲解、电子教案、数学家小传、拓展练习等多种形式的数字资源对教学内容进行补充和拓展。

本书可作为高等农林院校农林类各专业的本科生教材,也可作为非数学类各专业该课程的参考教材以及科技人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/吴坚,程靖,武东主编.—2版.—北京:中国农业大学出版社,2018.7
ISBN 978-7-5655-2064-8

I. ①概… II. ①吴…②程…③武… III. ①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 169386 号

书 名 概率论与数理统计 第 2 版

作 者 吴坚 程靖 武东 主编

策划编辑 张秀环

责任编辑 冯雪梅

封面设计 郑 川

出版发行 中国农业大学出版社

社 址 北京市海淀区圆明园西路 2 号 邮政编码 100193

电 话 发行部 010-62818525,8625 读者服务部 010-62732336

编辑部 010-62732617,2618 出 版 部 010-62733440

网 址 <http://www.caupress.cn> E-mail cbsszs@cau.edu.cn

经 销 新华书店

印 刷 涿州市星河印刷有限公司

版 次 2018 年 7 月第 2 版 2018 年 7 月第 1 次印刷

规 格 787×1 092 16 开本 13.25 印张 328 千字

定 价 36.00 元

图书如有质量问题本社发行部负责调换

教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会
推荐示范教材编审指导委员会

主 任 江树人

副主任 杜忠复 程备久

委 员(以姓氏笔画为序)

王来生 王国栋 方炎明 李宝华 张文杰 张良云
杨婉身 吴 坚 陈长水 林家栋 周训芳 周志强
高孟宁 戚大伟 梁保松 曹 阳 焦群英 傅承新

教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会
推荐数学类示范教材编审指导委员会

主 任 高孟宁

委 员(以姓氏笔画为序)

王来生 石 峰 卢恩双 吴 坚 杜忠复 张良云
杜晓林 孟 军 房少梅 梁保松 惠淑荣

第2版编写人员

主 编 吴 坚(安徽农业大学)
程 靖(安徽农业大学)
武 东(安徽农业大学)

副 主 编 刘爱国(安徽农业大学)
陈德玲(安徽农业大学)
秦志勇(安徽农业大学)
徐凤琴(北京林业大学)
张长勤(安徽农业大学)
姚贵平(内蒙古农业大学)
吴清太(南京农业大学)
鲁春铭(沈阳农业大学)
吕金凤(河北科技师范学院)
左振钊(河北北方学院)

编写人员 (按姓氏音序排列)

陈德玲(安徽农业大学)
程 靖(安徽农业大学)
李 坦(安徽农业大学)
刘爱国(安徽农业大学)
马 敏(安徽农业大学)
秦志勇(安徽农业大学)
王 萍(安徽农业大学)
王建楷(安徽农业大学)
吴 坚(安徽农业大学)
武 东(安徽农业大学)
高瑞平(河北科技师范学院)
鲁春铭(沈阳农业大学)

吕金凤(河北科技师范学院)
孙 燕(内蒙古民族大学)
吴清太(南京农业大学)
徐凤琴(北京林业大学)
许海洋(青岛农业大学)
杨晓霞(北京林业大学)
姚贵平(内蒙古农业大学)
张长勤(安徽农业大学)
张好治(青岛农业大学)
张录达(中国农业大学)
赵培玉(沈阳农业大学)
左振钊(河北北方学院)

第 1 版编写人员

主 编 吴 坚(安徽农业大学)
张录达(中国农业大学)

副主编 徐凤琴(北京林业大学)
张长勤(安徽农业大学)
姚贵平(内蒙古农业大学)
吴清太(南京农业大学)
鲁春铭(沈阳农业大学)
吕金凤(河北科技师范学院)
左振钊(河北北方学院)

编 者 (按姓氏拼音排序)
高瑞平(河北科技师范学院)
鲁春铭(沈阳农业大学)
吕金凤(河北科技师范学院)
孙 燕(内蒙古民族大学)
吴 坚(安徽农业大学)
吴清太(南京农业大学)
徐凤琴(北京林业大学)
许海洋(青岛农业大学)
杨晓霞(北京林业大学)
姚贵平(内蒙古农业大学)
张长勤(安徽农业大学)
张好治(青岛农业大学)
张录达(中国农业大学)
赵培玉(沈阳农业大学)
左振钊(河北北方学院)

出版说明

在教育部高教司农林医药处的关怀指导下,由教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会(以下简称“基础课教指委”)推荐的本科农林类专业数学、物理、化学基础课程系列示范性教材现在与广大师生见面了。这是近些年全国高等农林院校为贯彻落实“质量工程”有关精神,广大一线教师深化改革,积极探索加强基础、注重应用、提高能力、培养高素质本科人才的立项研究成果,是具体体现“基础课教指委”组织编制的相关课程教学基本要求的物化成果。其目的在于引导深化高等农林教育教学改革,推动各农林院校紧密联系教学实际和培养人才需求,创建具有特色的数理化精品课程和精品教材,大力提高教学质量。

课程教学基本要求是高等学校制定相应课程教学计划和教学大纲的基本依据,也是规范教学和检查教学质量的依据,同时还是编写课程教材的依据。“基础课教指委”在教育部高教司农林医药处的统一部署下,经过批准立项,于2007年底开始组织农林院校有关数学、物理、化学基础课程专家成立专题研究组,研究编制农林类专业相关基础课程的教学基本要求,经过多次研讨和广泛征求全国农林院校一线教师意见,于2009年4月完成教学基本要求的编制工作,由“基础课教指委”审定并报教育部农林医药处审批。

为了配合农林类专业数理化基础课程教学基本要求的试行,“基础课教指委”统一规划了名为“教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会推荐示范教材”(以下简称“推荐示范教材”)的项目。“推荐示范教材”由“基础课教指委”统一组织编写出版,不仅确保教材的高质量,同时也使其具有比较鲜明的特色。

一、“推荐示范教材”与教学基本要求并行 教育部专门立项研究制定农林类专业理科基础课程教学基本要求,旨在总结农林类专业理科基础课程教育教学改革经验,规范农林类专业理科基础课程教学工作,全面提高教育教学质量。此次农林类专业数理化基础课程教学基本要求的研制,是迄今为止参与院校和教师最多、研讨最为深入、时间最长的一次教学研讨过程,使教学基本要求的制定具有扎实的基础,使其具有很强的针对性和指导性。通过“推荐示范教材”的使用推动教学基本要求的试行,既体现了“基础课教指委”对推行教学基本要求



的决心,又体现了对“推荐示范教材”的重视。

二、规范课程教学与突出农林特色兼备 长期以来各高等农林院校数理化基础课程在教学计划安排和教学内容上存在着较大的趋同性和盲目性,课程定位不准,教学不够规范,必须科学地制定课程教学基本要求。同时由于农林学科的特点和专业培养目标、培养规格的不同,对相关数理化基础课程要求必须突出农林类专业特色。这次编制的相关课程教学基本要求最大限度地体现了各校在此方面的探索成果,“推荐示范教材”比较充分地反映了农林类专业教学改革的新成果。

三、教材内容拓展与考研统一要求接轨 2008年教育部实行了农学门类硕士研究生统一入学考试制度。这一制度的实行,促使农林类专业理科基础课程教学要求作必要的调整。“推荐示范教材”充分考虑了这一点,各门相关课程教材在内容上和深度上都密切配合这一考试制度的实行。

四、多种辅助教材与课程基本教材相配 为便于导教导学导考,我们以提供整体解决方案的模式,不仅提供课程主教材,还将逐步提供教学辅导书和教学课件等辅助教材,以丰富的教学资源充分满足教师和学生需求,提高教学效果。

乘着即将编制国家级“十二五”规划教材建设项目之机,“基础课教指委”计划将“推荐示范教材”整体运行,以教材的高质量和新型高效的运行模式,力推本套教材列入“十二五”国家级规划教材项目。

“推荐示范教材”的编写和出版是一种尝试,赢得了许多院校和老师的参与和支持。在此,我们衷心地感谢积极参与的广大教师,同时真诚地希望有更多的读者参与到“推荐示范教材”的进一步建设中,为推进农林类专业理科基础课程教学改革,培养适应经济社会发展需要的基础扎实、能力强、素质高的专门人才做出更大贡献。

中国农业大学出版社

2009年8月

第2版前言

本书第1版根据教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会(以下简称“基础课教指委”)2008年11月北京会议的精神,同时按照“基础课教指委”2009年4月组织讨论制定的《高等农林院校农林类专业数理化基础课程教学基本要求》编写,是“基础课教指委”首次在全国高等农林院校中推荐使用的示范教材。第2版以第1版为基础,结合安徽农业大学统计系教学科研成果及经验重新修订编写的数字化教材。与第1版相比,第2版主要具有以下几个特点:

1. 采用纸质教材和数字资源相结合的出版方式。纸质教材对第1版的内容进行了较大程度的删减,突出数字化教材内容精练的特点,通过数字资源对教学内容进行补充和拓展。

2. 纸质教材纠正了第1版中的疏漏及排版印刷错误,并以《全国硕士生入学统一考试大纲》中概率论与数理统计部分为标准进一步规范记号,调整内容体系,注重教材体系的逻辑性和层次感。

3. 补充了较为丰富的数字资源,包括视频讲解、电子教案、数学家小传、拓展练习等多种形式。期望通过数字资源的设计和支持帮助学生扎实数学基础、提高学习效率和学习兴趣,同时促进教学方法和手段的改进和创新。

本书第2版由吴坚、程靖、武东任主编,主要修订人员有王建楷、马敏、陈德玲、刘爱国、程靖、秦志勇、武东、李坦、王萍。全书由吴坚教授定稿。

十分感谢中国农业大学出版社对本书的出版给予的大力支持。

由于编者水平有限,书中还有许多不足之处,期待广大专家、同行和读者指正。

编者

2018年4月

第 1 版前言

本书是根据教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会(以下简称“基础课教指委”)2008年11月北京会议的精神,同时按照“基础课教指委”2009年4月组织讨论制定的《高等农林院校农林类专业数理化基础课程教学基本要求》编写的。本书是“基础课教指委”首次在全国高等农林院校中推荐使用的示范教材,也是教育部组织的教学研究立项课题成果。

本书适用学时为48~56学时。为了该课程教学内容的系统性和高等农林院校的教学实际,也为了适应读者对该课程更多知识的需求和自学,本书适当增加了若干带有“*”的章节,可供教师在教学中选用和读者选学。

概率论与数理统计是高等农林院校本科数学教育中的一门主要课程。它的理论和方法是学习和从事其他学科研究的重要基础,并在农林、经济、管理、金融、工程技术以及诸多学科领域中有着广泛的应用。本课程属于随机数学范畴,讲授研究随机现象规律性的概率论基础知识和以处理统计试验数据为主的数理统计基本理论和方法。虽然学习该门课程主要是着眼于应用,但对于该课程的基本概念、基本理论和基本方法的认识也很重要,在讲授和学习中应力求做到理论与实际的相结合。本书的例题与习题较为丰富,可供教师和学生适当选择。

本书由吴坚教授(安徽农业大学)担任第一主编,张录达教授(中国农业大学)担任第二主编,担任副主编的有徐凤琴(北京林业大学)、张长勤(安徽农业大学)、姚贵平(内蒙古农业大学)、吴清太(南京农业大学)和吕金凤(河北科技师范学院),参与该教材的其他编写人员有左振钊(河北北方学院)、许海洋(青岛农业大学)、刘郁文(湖南农业大学)、孙燕(内蒙古民族大学)、李辉(北华大学)、杨晓霞(北京林业大学)、高瑞平(河北科技师范学院)、鲁春铭(沈阳农业大学)和葛立(河南科技学院)。

全书由安徽农业大学吴坚教授统稿。

编者十分感谢“基础课教指委”和中国农业大学出版社对该教材的出版给予的大力支持,还感谢安徽农业大学研究生王洁、史婕在原稿打字方面的工作。

囿于学识,书中难免存在不妥之处,期待广大读者和教师指正。

编 者

2009年11月

C 目录

CONTENTS

第 1 章 随机事件与概率	1
1.1 随机事件及其运算	1
1.1.1 随机现象与随机试验	1
1.1.2 样本点与样本空间	2
1.1.3 随机事件	2
1.1.4 事件之间的关系与运算	4
1.2 概率的定义与性质	7
1.2.1 概率的统计定义	7
1.2.2 概率的公理化定义	8
1.2.3 概率的基本性质	8
1.3 古典概率与几何概率	11
1.3.1 古典概率	11
1.3.2 几何概率	13
第 1 章习题	14
第 2 章 条件概率与独立性	17
2.1 条件概率	17
2.2 乘法公式 全概率公式 贝叶斯公式	19
2.2.1 乘法公式	19
2.2.2 全概率公式	19
2.2.3 贝叶斯公式	21
2.3 独立性	23
2.3.1 事件的独立性	23
2.3.2 试验的独立性	25
第 2 章习题	26
第 3 章 一维随机变量及其概率分布	28
3.1 随机变量及其分布函数	28
3.1.1 随机变量的概念	28



3.1.2	随机变量的分布函数	29
3.2	离散型随机变量	31
3.2.1	离散型随机变量及其分布律	32
3.2.2	离散型随机变量的分布函数	33
3.2.3	几种常见的离散型随机变量	33
3.3	连续型随机变量	37
3.3.1	连续型随机变量的概率密度	37
3.3.2	几种常见的连续型随机变量	40
3.4	一维随机变量函数的分布	48
3.4.1	离散型随机变量函数的分布	48
3.4.2	连续型随机变量函数的分布	49
第3章习题		51
第4章	多维随机变量及其分布	54
4.1	二维随机变量的定义及其分布	54
4.1.1	二维随机变量	54
4.1.2	分布函数及其性质	54
4.1.3	二维离散型随机变量	55
4.1.4	二维连续型随机变量	56
4.2	边缘分布	58
4.2.1	边缘分布函数	58
4.2.2	边缘分布律	59
4.2.3	边缘密度函数	61
4.3	条件分布	63
4.3.1	离散型随机变量的条件分布	63
4.3.2	连续型随机变量的条件分布	65
4.4	随机变量的独立性	66
4.5	二维随机变量函数的分布	69
4.5.1	二维离散型随机变量函数的分布	70
4.5.2	二维连续型随机变量函数的分布	71
第4章习题		76
第5章	随机变量的数字特征	79
5.1	随机变量的数学期望	79
5.1.1	离散型随机变量的数学期望	79
5.1.2	连续型随机变量的数学期望	82
5.1.3	随机变量函数的数学期望	85
5.1.4	数学期望的性质	88
5.2	随机变量的方差	90
5.2.1	方差的定义	90

5.2.2	方差的性质	93
5.2.3	几类随机变量的方差	94
5.3	协方差和相关系数	96
5.3.1	协方差和相关系数的定义	96
5.3.2	协方差和相关系数的性质	98
5.4	高阶矩和位置特征	100
5.4.1	高阶矩	100
5.4.2	位置特征	101
第5章习题		103
第6章 大数定律和中心极限定理		106
6.1	切比雪夫不等式	106
6.2	大数定律	107
6.3	中心极限定理	109
第6章习题		111
第7章 数理统计的基本概念		114
7.1	基本概念	114
7.1.1	总体和样本	114
7.1.2	统计量和样本矩	116
7.2	抽样分布	117
7.2.1	正态总体样本的线性函数的分布	117
7.2.2	χ^2 分布	118
7.2.3	t 分布	120
7.2.4	F 分布	122
7.2.5	正态总体样本均值和方差的分布	123
第7章习题		127
第8章 参数估计		128
8.1	点估计	128
8.1.1	点估计的概念	128
8.1.2	矩估计	129
8.1.3	最大似然估计	131
8.1.4	估计的优良性	134
8.2	区间估计	137
8.2.1	区间估计的概念	137
8.2.2	单个正态总体均值与方差的区间估计	138
8.2.3	两个正态总体均值差的区间估计	140
8.2.4	两个正态总体方差比的区间估计	141
8.2.5	单侧置信限	142
第8章习题		143

第 9 章 假设检验	146
9.1 假设检验的基本概念	146
9.2 正态总体参数的检验	150
9.2.1 单个正态总体均值 μ 的检验	151
9.2.2 单个正态总体方差的检验	153
9.2.3 两个正态总体均值差的检验	155
9.2.4 两个正态总体方差比的检验	157
9.2.5 区间估计和假设检验	159
第 9 章习题	161
* 第 10 章 方差分析与回归分析	164
10.1 单因素方差分析	164
10.1.1 基本概念	164
10.1.2 单因素方差分析	165
10.2 回归分析	168
10.2.1 一元线性回归	168
10.2.2 残差分析	174
第 10 章习题	176
附录 1 习题答案	178
附录 2 排列与组合	185
附录 3 附表	188
附表 1 泊松分布表	188
附表 2 标准正态分布	189
附表 3 t 分布表	190
附表 4 χ^2 分布表	191
附表 5 F 分布表	192

概率论是研究随机现象规律性的数学学科,是数学的一个重要分支,在科学技术、工程技术、经济管理以及社会科学等诸多领域有着广泛的应用.本章主要介绍概率论中的一些基本概念,如随机试验及其样本空间、随机事件及其概率,并进一步讨论随机事件之间的关系与运算、概率的定义及计算方法.本章的重点是事件之间的关系与运算、概率的基本性质,难点是相对复杂的古典概率、几何概率的计算.

1.1 随机事件及其运算

1.1.1 随机现象与随机试验

在自然界及人类社会中广泛存在着两类不同的现象.有些现象在一定的条件下一定会出现(或不出现),这类现象我们称为**确定性现象**(或**必然现象**).例如,平面图形三角形的内角和一定是 180° ;在标准大气压下,将一壶水加热至 100°C ,水一定会沸腾;太阳一定不会从西边升起;纯种紫花碗豆的后代一定不会开白花.这些都是确定性现象.许多数学分支研究的是确定性现象的数量规律.

与确定性现象不同,在自然界及人类社会中更多地存在着另一类现象:在一定的条件下,可能出现也可能不出现,我们称这类现象为**随机现象**.例如,随意抛掷一枚硬币,结果可能会正面朝上,也可能会反面朝上.又如,随意抛掷一粒骰子,出现 1 点、2 点、3 点、4 点、5 点、6 点都是有可能的.再如,某地今年冬暖可能导致明年小麦赤霉病流行严重,但也可能不会.这些随机现象的共同特点是:在基本条件不变的情况下,不同的观察或试验往往会得到不同的结果,呈现出一种偶然性、不确定性或者称为随机性.

随机现象的不确定性往往只是表现在少数次的观察或试验中,在大量次观察或试验中,随机现象往往会表现出某种较强的规律性,这种规律性称为**随机现象的统计规律性**.例如,重复地抛掷一枚质地均匀的硬币,会发现:随着抛掷次数越来越多,正面朝上的次数与抛掷的总次数之比会越来越稳定地在 0.5 附近波动.又如,若多次测量同一个物体,其结果虽略



有差异,但当测量次数越来越多时,就会发现,各次测量值的平均值越来越稳定地在某固定常数附近波动,诸测量值在此常数两边的分布是大致对称的.



数字资源 1-1 高尔顿钉板介绍



数字资源 1-2 高尔顿钉板演示

随机现象的统计规律性往往反映了事物的某种本质属性.例如,在上述抛硬币的例子中,究竟是什么原因导致了正面朝上的次数与抛掷的总次数之比越来越稳定地在 0.5 附近波动?原因就是硬币是质地均匀的.研究随机现象,发现其统计规律性,有助于我们透过现象,抓住事物的本质.这正是概率论这门学科的基本任务.概率论是从数量层面研究随机现象规律性的数学学科.

数字资源 1-3 概率论的
历史、现状与未来

为了研究随机现象的规律性,需要进行试验.这里试验的含义是广泛的,它不局限于实验室中的科学实验,也可以指对某种事物或现象的观察.一般地,如果一个试验具备以下特征:

1. 可以在相同的条件下重复进行;
2. 试验的所有可能结果是明确的,并且不止一个;
3. 每次试验必然出现这些可能结果中的一个,并且只会出现一个,但事先无法预知会出现哪一个结果.

这样的试验就称为**随机试验**,简称**试验**,常用字母 E 表示.

例如,抛掷一枚硬币,抛掷一粒骰子,向目标射击一次,观察某日天气,看一场足球赛,买一注彩票,这些都可以看作一次随机试验.

1.1.2 样本点与样本空间

我们将随机试验的每个可能结果称为该试验的一个**样本点**.例如,设 E_1 表示随意抛掷一粒骰子,可以认为 E_1 的所有样本点是 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6$,其中 ω_i 表示“得到 i 点”($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$).又如,设 E_2 表示一射手进行射击,观察其弹着点距目标的偏差,则可以认为任一非负实数都是 E_2 的样本点.

我们将某随机试验的所有样本点构成的集合称为该试验的**样本空间**(或称**基本事件空间**),常用 Ω 表示.例如上述两例中, E_1 的样本空间是 $\Omega_1 = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$; E_2 的样本空间是 $\Omega_2 = [0, +\infty)$.可见,样本空间可以是有限集合,也可以是无限集合.

需要注意,一个随机试验的样本空间的描述方式往往不是唯一的.也就是说,我们对样本空间的描述可以有不同的看法,只要有助于正确地解决实际问题即可.例如,在上述掷骰子试验 E_1 中,也可认为其样本空间是{奇,偶},这里“奇”表示“得到奇数点”,“偶”表示“得到偶数点”.

1.1.3 随机事件

下面通过一个例子引入随机事件的概念.

例 1.1.1 某袋中装有 4 只白球和 2 只黑球,从中依次随意摸出两球,考虑所有可能出现的结果.

解 假设对球进行了编号,4 只白球分别编为 1、2、3、4 号,2 只黑球编为 5、6 号.若用数对 (i, j) 来表示第一次摸得 i 号球,第二次摸得 j 号球,则所有可能出现的结果是

$$\begin{aligned} &(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), \\ &(2, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), \\ &(3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 6), \\ &(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6), \\ &(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6), \\ &(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5). \end{aligned}$$

这 30 种可能结果组成的集合就构成了试验的样本空间 Ω . 但很多时候,我们会对试验的一些可能发生的结果感兴趣,如:

A: 第一次摸出黑球;

B: 第二次摸出黑球;

C: 第一次及第二次都摸出黑球.

这些可能结果是部分样本点的集合. 例如, A 是由下列样本点组成的集合:

$$\begin{aligned} &(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6), \\ &(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5). \end{aligned}$$

也可以说, A 是样本空间 Ω 的一个子集. 今后,我们就将随机试验的样本空间的一个子集称为该随机试验的一个**随机事件**,简称**事件**. 通常用大写字母 A、B、C 等表示随机事件. 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称该事件发生.

特别地,只包含一个样本点的单点集称为**基本事件**. 如掷骰子试验中 $\{\text{出现 } i \text{ 点}\} (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 是 6 个基本事件. 另外,由于样本空间 Ω 是其自身的一个子集合,故 Ω 也表示一个事件,由于每次试验中它都会发生,所以称 Ω 为**必然事件**. 空集 $\emptyset$ 也是 Ω 的一个子集,故 $\emptyset$ 也表示一个事件,它在每次试验中都不会发生,所以称 $\emptyset$ 为**不可能事件**.

例 1.1.2 设 E 表示“抛掷一粒骰子”,A 表示得到奇数点,B 表示得到的点数不小于 4, C 表示得到的点数小于或等于 6, D 表示得到的点数大于 6,试写出 E 的样本空间 Ω ,并将 A、B、C、D 表示为 Ω 的子集合.

解 用数字 i 表示掷骰子“得到 i 点”($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$),则:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{1, 3, 5\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \Omega, D = \emptyset.$$

例 1.1.3 设 E 表示“随意抛掷三枚硬币甲、乙、丙”,用 HHH 表示“甲、乙、丙都正面朝上”,HHT 表示“甲正面朝上、乙正面朝上、丙反面朝上”,依此类推. (1)试写出 E 的样本空间 Ω . (2)设 $A = \{\text{恰有一枚正面朝上}\}$, $B = \{\text{至少二枚正面朝上}\}$, $C = \{\text{三枚都正面朝上}\}$,试将 A、B、C 表示为 Ω 的子集合.

解 (1) $\Omega = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$.

(2) $A = \{HTT, THT, TTH\}$; $B = \{HHH, HHT, HTH, THH\}$; $C = \{HHH\}$.