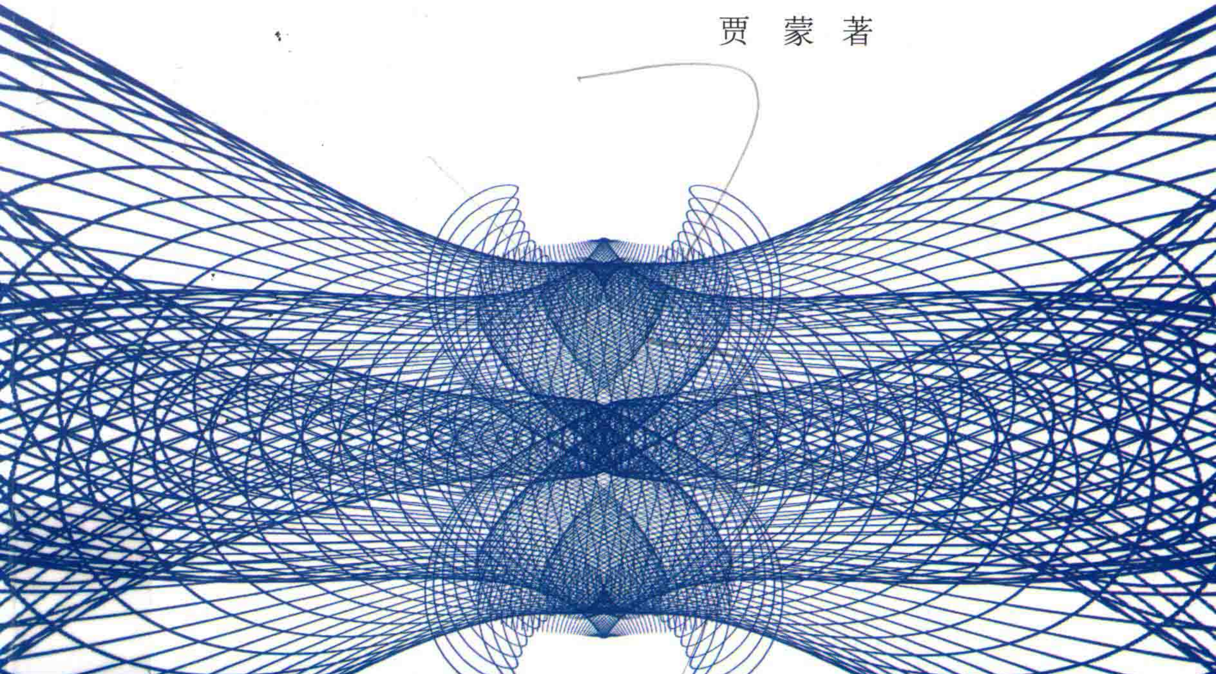
FEIXIANXING XITONG LIUXING JISUAN FANGFA YU FEIXIANXING XINHAO CHULI

非线性系统流形计算方法与非线性信号处理

贾 蒙 著



电子科技大学出版社

国家自然基金资助项目

“基于高维流形计算的混沌密码攻击方法研究”项目号：61501391

非线性系统流形计算方法与非线性信号处理

贾 蒙 著

电子科技大学出版社
University of Electronic Science and Technology of China Press

图书在版编目（CIP）数据

非线性系统流形计算方法与非线性信号处理/贾蒙著. -- 成都：电子科技大学出版社，2017.11
ISBN 978-7-5647-5296-5

Ⅰ.①非… Ⅱ.①贾… Ⅲ.①非线性系统(自动化)-计算方法②非线性系统(自动化)-信号处理 Ⅳ.①TP271

中国版本图书馆CIP数据核字（2017）第280659号

非线性系统流形计算方法与非线性信号处理

贾 蒙 著

策划编辑 李述娜
责任编辑 熊晶晶

出版发行 电子科技大学出版社
成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦九楼 邮编 610051
主 页 www.uestcp.com.cn
服务电话 028-83203399
邮购电话 028-83201495

印 刷 北京一鑫印务有限责任公司
成品尺寸 170mm×240mm
印 张 10
字 数 178千字
版 次 2018年8月第一版
印 次 2018年8月第一次印刷
书 号 ISBN 978-7-5647-5296-5
定 价 38.00元

贾蒙（1981.12-），男，新乡学院，博士，副教授，河南省青年骨干教师，河南省教育厅学术技术带头人，主要研究方向为机载雷达电子对抗，非线性流形计算。发表SCI检索论文4篇，EI检索论文12篇，中文核心论文10余篇；申请国家发明专利4件；主持完成国家自然科学基金项目1项，河南省科技攻关项目1项，河南省自然科学基金项目1项；参与完成国家863项目1项，国家自然科学基金项目1项，河南省科技攻关项目2项。

摘　要

系统在工作过程中往往会受到各种复杂环境的影响，各种干扰条件下系统稳定趋势的预测与估计问题一直是研究的热点和难点，如在遥远太空中的卫星受到外力后运动轨道发生变化的规律，现实生活中天气状况受人工调控后变化趋势的预测，铁路两旁的建筑物与山体受到高速运行火车影响的估计等。对于其中的干扰条件，经典的线性系统估计和线性计算理论与方法往往难以奏效，非线性系统计算理论和非线性信号处理方法是解决此类问题的良好工具之一。

该书主要创新性成果有：

（1）提出了一种基于自适应因子轨道延拓法的自治非线性系统流形计算方法。

研究了非线性系统局部流形的估计方法和特点，首次利用轨道延拓代替封闭环延拓，巧妙地利用相邻轨道的最大距离限制轨道从局部流形出发的角度，并且可以根据最大距离值自适应地调节角度值，由预先设定的最大门限值和计算步长自适应地完成全局流形计算；由于避免了封闭环在延拓过程中插值带来的误差，与角度限制方法相比，大大减少了计算过程中的插值误差和迭代误差；利用轨道延拓计算全局流形更能直观反映全局流形的几何特征，进而为解决现有非线性系统流形计算方法中计算误差大、系统几何特征不明显的难题提供了一种有效途径。

（2）提出了一种非自治非线性系统特殊轨迹的快速算法。

不同于现有文献忽视特殊轨迹稳定性的做法，该算法首先使用网格细分法准确地确定特殊轨迹的初始点，然后利用收敛性定理，根据特殊轨迹的稳定性进行延拓，直到计算出整条封闭的特殊轨迹，快速算法的计算速度比瞬时驻点法快近 1000 倍；研究还得出了微扰误差在轨迹延拓的垂直方向的迭代值为零的定量关系，这对解决同类问题的其他算法将是一个有益的启示。

（3）提出了一种广义 Foliation 约束条件的使用方法。

广义定义用单条轨道在延拓方向上的垂直平面代替狭义 Foliation 限制条件

中的封闭环延拓方向上的垂直超平面，然后通过轨道弧长在垂直平面的投影长度确定轨道的增长速度，改变了用固定时间步长或者固定弧长进行轨道延拓的传统方法，在保证了全局流形均匀增长的前提下，降低了 Foliation 条件的使用难度。

（4）提出了一种深度优化粒子滤波方法。

首先分析了粒子滤波器的工作原理，讨论了影响粒子滤波效果的原因，随后利用样本的权值增长趋势和权值大小以共同决定样本的取舍，设计出了深度优化粒子滤波器，较好解决了样本枯竭和权值退化的问题；深度优化粒子滤波器为同宿横截点处重影轨迹的估计，提供了一种有效的解决办法。

关键词： 相空间重构，嵌入维数，分岔，混沌，双曲鞍点，粒子滤波，全局流形，局部流形

ABSTRACT

The system often encounters various kinds of complex environments during operation. The prediction and estimation of the system trend under various complex backgrounds have been always the research focuses and the difficult problems. One satellite would change its orbit with the disturbance which comes from remote outer space. Another intractable instance is to predict the weather changing situation after human adjustment. The third one is to estimate movements of buildings and mountains corrupted by high speed trains. For these complex backgrounds the linear detection and estimation methods are unsuccessful owing to some theory reason or computational validity, so nonlinear system estimation and nonlinear signal processing methods should be introduced.

The main innovative results of this dissertation include.

(1) **A self-adaptive parameter and trajectories continuation algorithm is developed.** The estimating method and feature of local manifold have been introduced. It is the first time that the trajectory extension is used instead of the loop extension. By making use of the maximum distance of the adjacent trajectories, the trajectory originating angle from the local manifold is constrained. The whole algorithm will finish the computing process by setting distance threshold and total steps. Interpolation errors are greatly reduced when using trajectory extension. Another advantage is that trajectories can better reflect the geometry features of global manifold.

(2) **A fast computing method to distinguished hyperbolic trajectory (DHT) for non-autonomous system is introduced.** By combining grid subdivision method with trajectory convergence algorithm, the local manifold for non-autonomous system can be quickly estimated. The first point of DHT can be decided by grid subdivision firstly, then the DHT is analysed to see if it is stable or not. The DHT is extended from the first point depending on its stable condition. Different

with some methods ignoring the stable condition of DHT, this method offer new means to solve such kind problems.

(3) **Foliation is redefined as extending foliation condition.** By using vertical planes of each trajectory instead of hyperplane of the loop, the extending foliation condition enables the computing process simple while keeping computing accuracy. It uses the project length on the vertical plane to constraint trajectories extending speed, which can make the trajectories in different directions increasing uniformly.

(4) **The problems of sample degeneration and weight degeneracy have been solved by the deep improved particle filtering (DIPF).** The DIPF chooses samples by the weights' increasing trend and their value together. A deep improved particle filtering equation also introduced in the paper, which can adjust the improved level. This method also offers a good way to solve the trajectory estimation problems at homoclinic intersection points.

Keywords: space reconstruct, embedded dimension, bifurcation, chaos, hyperbolic saddle point, particle filter, global manifold, local manifold

专业术语

英文缩写	英文全称	中文译义
	chaos phase transition	混沌相变
	cyclic statistics	循环统计量
	cyclostationary	循环平稳
	curvature	曲率
	fourier transform	傅立叶变换
	gradient descent	梯度下降
HOS	higher order statistic	高阶统计量
	homolinic intersection	同宿相切
	homolinic tangency	同宿横截
KF	kalman filter	卡尔曼滤波
L−S	leonov−shiryaev	L−S 分解公式
	lyapunov exponent	Lyapunov 指数
	manifold decompostion	流形分解
M−C	moment−cumulant	矩 − 累积量转换公式
	non−hyperbolic	非双曲型
	nonlinear coupling	非线性耦合
PF	particle filter	粒子滤波
	phase space	相空间
	poincaré section	Poincaré 截面
	polyspectrum	多谱
	shadowing trajectory	重影轨迹
	signal noise ratio	信噪比
SVD	singular value decomposition	奇异值分解
	stable manifolds	稳定流形
	time −average moment	时间平均矩
	unstable manifolds	不稳定流形

符号表

x、x_1，x_2，x_3	系统状态变量
$\boldsymbol{x}$	系统状态向量
N	样本数目
m	嵌入维数
d	分形维数
$C(r)$	关联函数
$S(m, \tau)$	平均位移函数
τ	延迟时间
T	时间间隔
$F(x)$	连续状态方程
$\Psi(k)$	离散观测方程
$\boldsymbol{\Phi}$	系统状态转移矩阵
$\boldsymbol{Q}$	系统噪声协方差阵
$\hat{P}(x_{1:t} \mid y_{1:t})$	后验分布密度
w_k^i	K 时刻的第 i 粒子权值
$P(x)$	先验分布密度函数
λ	雅克比矩阵特征值
V	雅克比矩阵特征向量
$\boldsymbol{P}_{\mathrm{e}}$，$\boldsymbol{P}_{\mathrm{e1}}$，$\boldsymbol{P}_{\mathrm{e2}}$	平衡点
$\boldsymbol{P}_{\mathrm{h}}$，$\boldsymbol{P}_{\mathrm{h1}}$，$\boldsymbol{P}_{\mathrm{h2}}$	双曲鞍点
$W^{\mathrm{s}}(\boldsymbol{x}_0)$、$W^{\mathrm{u}}(\boldsymbol{x}_0)$	平衡点 $\boldsymbol{x}_0$ 的稳定、不稳定流形
$W_{\mathrm{loc}}^{\mathrm{s}}(\boldsymbol{x}_0)$、$W_{\mathrm{loc}}^{\mathrm{u}}(\boldsymbol{x}_0)$	平衡点 $\boldsymbol{x}_0$ 的局部稳定、局部不稳定流形
$\boldsymbol{E}^{\mathrm{s}}$、$\boldsymbol{E}^{\mathrm{u}}$	稳定、不稳定子空间

目 录

第一章 绪 论

1.1 引言

从1965年人类首次登月，实现太空飞船的变轨，中途矫正以及近月制动，到1997年“卡西尼”探土星卫星的成功发射，完成微弱数据在距离地球12.5亿公里外数据传输；从1999神州一号的胜利升天，完成对火箭三级推动与自爆性能的测试，到2005年神州七号胜利返航，实现航天员的太空行走；从“天宫一号”发射成功并将与神州八号在太空完成两次对接，到时速最高可达518 km/h的磁悬浮列车，完成利用超导材料减少能耗提高速度。人们不仅要问：人类为什么能够取得如此巨大的成就，为什么能够在太空中实现如此精确的控制？因为，人类研究了自然及一切物体运动的趋势一流。自然界的一切物体都可以归结到一定的非线性系统，任何一个系统都要在一定的背景下运行，这些背景影响着系统的稳定性，改变着系统的发展方向。人类正是研究在复杂背景下非线性系统的稳定性以及对系统运动趋势的估计，做出正确的判断，从而实现了对火箭发射，卫星运行轨道，太空飞船航行轨迹的控制与预测。在受干扰背景下，非线性系统所有可能运动的趋势的集合被称为流形，因此，非线性流形估计与计算理论也影响着我们的生活，在桥梁建设、高楼的设计，甚至金属物的氧化过程预测等等，都要经过在各种背景下的估计与计算，确定建筑物的抗震能力，抗风化与暴雨能力，物体的氧化过程与坚固性等等。非线性系统流形的估计与计算已经深入到卫星、雷达、机械制造、电路设计和自动化等等各个研究领域。因此，能否制造出性能可靠的设备，取决于能否在复杂的环境下准确地计算出非线性流的运动趋势。

1.2 非线性流形计算的理论和方法

非线性系统的流形是指：从平衡点处出发的流的集合。非线性系统的动力学特性可由平衡点、周期轨道以及它们的稳定流形和不稳定流形来刻画。稳定流形和不稳定流形是系统不同相空间区域的全域分界线，通过流形的走向可以把握任意初始值系统轨道的归宿，稳定流形和不稳定流形的相切和相交情况对于分析非线性系统的全局复杂行为至关重要。双曲平衡点的不变流形在探讨混沌出现的机制中起着重要作用。一维流形就是一条轨道，计算简单，而对于二维和高维流形求解非常困难，现在依然没有很好的解决。另外，在高维非线性非双曲平衡点的邻域内，存在一类维数较低的局部不变流形，当系统的相轨迹在此流形上时可能存在分岔，而在该流形之外，其动力学行为则非常简单，因此流形研究还可提供一种高维系统的降维方法[1-2]。针对不同的研究对象与方法，对非线性流形的研究可以进行不同的划分。

1.2.1 连续流形与离散映射

按照非线性系统的连续性，非线性流可以分为：连续流形与离散映射。连续流形主要是指空间为向量场的连续系统，流的计算表达式为偏微分方程。设点 x^* 是系统 $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f(x)}$，$x^* \in R^n$ 的一个平衡点。只考虑 $\boldsymbol{f}$ 的线性部分 $\dot{x} = \boldsymbol{A}x$，其中 $\boldsymbol{A}$ 为 $\boldsymbol{f}$ 在点 x^* 处的雅克比（Jacobian）矩阵，$\boldsymbol{A} = Df(x^*) = [\partial f_i / \partial x_j]$，其中（$x$=$x^*$）。若矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的所有特征值的实部都不等于 0，则称 x^* 为双曲平衡点。由此可将特征值 λ 分成两部分：$\mathrm{Re}(\lambda)<0$ 的叫做稳定部分；$\mathrm{Re}(\lambda)>0$ 的叫做不稳定部分。设稳定部分对应的特征向量为 $\{v_1, v_2, \cdots, v_k\}$，不稳定部分对应的特征向量为 $\{v_{k+1}, v_{k+2}, \cdots, v_n\}$；由 $\{v_1, v_2, \cdots, v_k\}$ 张成的空间 E^s 叫做稳定特征值空间，由 $\{v_{k+1}, v_{k+2}, \cdots, v_n\}$ 张成的空间 E^u 叫做不稳定特征值空间。

定义 1.1 设 x^* 是系统 $\dot{x} = f(x)$ 的一个奇异点，U 为 x^* 的邻域，x^* 的局部稳定和不稳定流形可定义为：

$$W^s_{\mathrm{loc}}(x^*) := \{x \in U : \lim_{t\to\infty} \varphi^t(x) = x^* \text{并且} \forall t \geqslant 0,\ \varphi^t(x) \in U\} \tag{1-1}$$

$$W^u_{\mathrm{loc}}(x^*) := \{x \in U : \lim_{t\to-\infty} \varphi^t(x) = x^* \text{并且} \forall t \leqslant 0,\ \varphi^t(x) \in U\} \tag{1-2}$$

定义 1.2 设 x^* 是系统 $\dot{x}=f(x)$ 的一个奇异点，U 为 x^* 的邻域，x^* 的全局稳定和不稳定流形定义为：

$$W^s(x^*)=\{x\in R^n:\lim_{t\to\infty}\varphi^t(x)=x^*\}=\bigcup_{t\leqslant 0}\varphi^t(W^s_{\mathrm{loc}}(x^*)) \quad (1\text{-}3)$$

$$W^u(x^*)=\{x\in R^n:\lim_{t\to-\infty}\varphi^t(x)=x^*\}=\bigcup_{t\geqslant 0}\varphi^t(W^u_{\mathrm{loc}}(x^*)) \quad (1\text{-}4)$$

不变流形定理[1]：设 x^* 是系统 $\dot{x}=f(x)$ 的一个双曲平衡点，雅克比矩阵 A 有 n_s 个特征值具有负实部，有 n_u 个特征值具有正实部，则在 x^* 的邻域 U 内：

1）存在 n_s 维 C^r 可微局部稳定流形 $W^s_{\mathrm{loc}}(x^*)$，它在 x^* 处与稳定特征值空间 E^s 相切；

2）存在 n_u 维 C^r 可微局部不稳定流形 $W^u_{\mathrm{loc}}(x^*)$，它在 x^* 处与不稳定特征值空间 E^u 相切。

离散映射系统，简称离散系统或映射系统，其表达式通常为映射递推表达式。设点 x^* 是离散动力系统 $F:R^n\to R^n$ 的一个不动点，在这里只考虑 F 的线性部分 $y_{k+1}=By_k$，即 $x\to Bx$，其中 B 为 F 在点 x^* 的雅克比矩阵 $B=Df(x^*)=[\partial f_i/\partial x_j]$，其中 $x=x^*$。若矩阵 B 的特征值都不等于 1，那么 x^* 就叫做双曲不动点。这样的话，特征值 λ 就可被分成两部分：$|\lambda|<1$ 的叫做稳定部分，$|\lambda|>1$ 的叫做不稳定部分。设稳定部分对应的特征向量为 $\{v_1,v_2,\cdots,v_k\}$，不稳定部分对应的特征向量为 $\{v_{k+1},v_{k+2},\cdots,v_n\}$，把由 $\{v_1,v_2,\cdots,v_k\}$ 张成的空间 E^s 叫做稳定特征值空间，由 $\{v_{k+1},v_{k+2},\cdots,v_n\}$ 张成的空间 E^u 叫做不稳定特征值空间。

定义 1.3 设点 x^* 是离散动力系统 $F:R^n\to R^n$ 的一个双曲不动点，则在 x^* 的邻域 U 内存在 x^* 的局部稳定和不稳定流形：

$$W^s_{\mathrm{loc}}(x^*)=\{x\in U:\lim_{k\to+\infty}F^k(x)=x^*\} \quad (1\text{-}5)$$

$$W^u_{\mathrm{loc}}(x^*)=\{x\in U:\lim_{k\to-\infty}F^k(x)=x^*\} \quad (1\text{-}6)$$

定义 1.4 设点 x^* 是离散动力系统 $F:R^n\to R^n$ 的一个双曲不动点，则在点 x^* 处 $W^s_{\mathrm{loc}}(x^*)$ 与稳定特征值空间 E^s 相切，$W^u_{\mathrm{loc}}(x^*)$ 与不稳定特征值空间 E^u 相切。x^* 的全局稳定和不稳定流形定义为：

$$W^s(x^*)=\{x\in R^n:\lim_{k\to+\infty}F^k(x)=x^*\}=\bigcup_{k<0}F^k(W^s_{\mathrm{loc}}(x^*)) \quad (1\text{-}7)$$

$$W^u(x^*)=\{x\in R^n:\lim_{k\to-\infty}F^k(x)=x^*\}=\bigcup_{k>0}F^k(W^u_{\mathrm{loc}}(x^*)) \quad (1\text{-}8)$$