

住房城乡建设部土建类学科专业“十三五”规划教材配套用书  
高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材配套用书

# 结构力学学习指导

配合主教材祁皑主编《结构力学》（第二版）

祁 皑 王素裹 郑玉芳 吕艳平 编

中国建筑工业出版社

住房城乡建设部土建类学科专业“十三五”规划教材配套用书  
高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材配套用书

# 结构力学学习指导

配合主教材祁皑主编《结构力学》(第二版)

祁 皑 王素襄 郑玉芳 吕艳平 编

中国建筑工业出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

结构力学学习指导/祁皑等编. —北京: 中国建筑工业出版社, 2018. 3

住房城乡建设部土建类学科专业“十三五”规划教材配套用书. 高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材配套用书

ISBN 978-7-112-21823-3

I. ①结… II. ①祁… III. ①结构力学-高等学校-教学参考资料 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 030413 号

本书为住房城乡建设部土建类学科专业“十三五”规划教材、高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材——《结构力学》的配套学习指导用书，旨在通过对结构力学课程的重要知识点归纳、习题讲解与拓展、自测题等形式，加强学生对基本概念的理解和解题方法的掌握。

全书共分为 10 章，每章包括学习要求和目的、基本内容总结和学习建议、附加例题、自测题及答案、主教材思考题答案、主教材习题详细解答六部分。章节的安排不仅有利于构建完整的知识框架，还方便读者利用习题进行自检、自测，做到举一反三。

本书适用于土木工程、水利水电等相关专业的本科教学。可作为学生自学的辅导用书以及研究生入学考试的结构力学复习参考资料，还可作为教师安排教学计划、布置习题、课堂测验等参考用书。

责任编辑：王跃 吉万旺 赵莉

责任校对：李欣慰

住房城乡建设部土建类学科专业“十三五”规划教材配套用书  
高等学校土木工程学科专业指导委员会规划教材配套用书

### 结构力学学习指导

祁 皑 王素襄 郑玉芳 吕艳平 编

\*

中国建筑工业出版社出版、发行（北京海淀三里河路 9 号）

各地新华书店、建筑书店经销

霸州市顺浩图文科技发展有限公司制版

大厂回族自治县正兴印务有限公司印刷

\*

开本：787×1092 毫米 1/16 印张：21 字数：442 千字

2018 年 9 月第一版 2018 年 9 月第一次印刷

定价：44.00 元

ISBN 978-7-112-21823-3  
(31667)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题，可寄本社退换

（邮政编码 100037）

## 前　　言

本套《结构力学》教材适应于本科多学时的结构力学课程，在覆盖教育部颁发的《结构力学》基本要求前提下，进行了适度的扩展和延伸，以适应后续专业课程的新变化。因此，本套教材有两个特点：一是注重基本概念、能力培养和一题多解。希望通过突出基本原理和分析方法的反复讲解，能加深学生对基本概念的理解和解题方法的掌握。二是针对一些后续专业课程新增的内容进行了梳理和提炼，强调基本理论拓展的同时，对例题和习题的编写尽量简单明了，使之符合本科阶段的学习习惯。

本套教材包括主教材——《结构力学》（第二版），学生学习用书——《结构力学学习指导》，其中主教材配备相应的教学课件。

本书为学生学习用书，全书共分 10 章（与主教材对应），每章包含 6 个部分的内容。

(1) 学习要求和目的。主要讲解本章内容的教学大纲要求，本章知识与后续章节的联系及其蕴含的分析问题思路等，方便教师根据课时要求安排教学计划。

(2) 基本内容总结和学习建议。归纳总结重要的知识要点，梳理本章的知识结构，明确学习的深度和广度，建议合适的学习方法等；这是本书有别于教材的部分，主要作用是帮助学生深入理解基本概念，构建较为完整的知识框架体系，将教学大纲要求与具体的学习方法有机地联系起来。这样的安排对自学或准备考研的读者特别有帮助。

(3) 附加例题。对主要题型增加例题，扩充适量的其他例题类型，对学生的学习起到举一反三、开阔视野、逐步提高的作用；这部分内容主要考虑主教材篇幅的限制，无法容纳太多类型的例题。因此，这部分的内容对学习上需要拔高的读者是非常有益的。

(4) 自测题及答案。不仅可以用于学生的自检、自测，为学生自我学习创造条件，还可用于教师的课堂测验，及时巩固课堂学习内容。

(5) 主教材思考题答案。强化和深化对基本概念、基本原理和基本方法的理解；多数读者对思考题的解答感到似懂非懂，主要原因是对教材内容理解不到位。思考题的参考答案能为学生加深对基本概念的理解起到画龙点睛的作用。

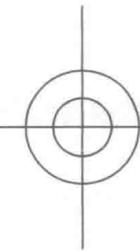
(6) 主教材习题详细解答。对于主教材的习题提供一个完整的解题思路和过程，方便学生掌握解题技巧，提高学习效率，少走弯路。由于疏忽，主教材的简明答案中有几处错误，这些错误在本书的详细解答中已经更正。

编者  
2017 年 12 月于福州

# 目 录

<b>第1章 体系的几何组成分析</b>	1	3.4 自测题及答案	73
1.1 学习目的和要求	1	3.5 主教材思考题答案	78
1.2 基本内容总结和学习建议	1	3.6 主教材习题详细解答	81
1.2.1 主要概念	1		
1.2.2 静定结构的组成规律	2		
1.2.3 几何可变体系	2		
1.2.4 体系几何组成分析常用方法	2		
1.3 附加例题	3		
1.4 自测题及答案	7		
1.5 主教材思考题答案	10		
1.6 主教材习题详细解答	12		
<b>第2章 静定结构受力分析</b>	25		
2.1 学习目的和要求	25		
2.2 基本内容总结和学习建议	25		
2.2.1 一般方法	25	4.1 学习要求和目的	94
2.2.2 桁架结构的受力分析	26	4.2 基本内容总结和学习建议	94
2.2.3 三铰拱结构的受力分析	27	4.2.1 力法求解超静定结构内力	94
2.2.4 静定梁、静定刚架和组合结构的受力分析	28	4.2.2 超静定结构位移计算	99
2.3 附加例题	28	4.2.3 内力图计算结果的校核	100
2.4 自测题及答案	35	4.3 附加例题	101
2.5 主教材思考题答案	40	4.4 自测题及答案	106
2.6 主教材习题详细解答	42	4.5 主教材思考题答案	112
<b>第3章 静定结构位移计算</b>	62	4.6 主教材习题详细解答	114
3.1 学习要求和目的	62		
3.2 基本内容总结和学习建议	62		
3.2.1 虚功原理	62	<b>第5章 位移法</b>	133
3.2.2 应用虚功原理推导结构位移计算公式	63	5.1 学习目的	133
3.2.3 荷载位移计算公式的简化	66	5.2 基本内容总结和学习建议	133
3.2.4 图乘法	67	5.2.1 基本内容	133
3.2.5 互等定理	68	5.2.2 位移法求解超静定结构内力	134
3.3 附加例题	68	5.3 附加例题	137
		5.4 自测题及答案	146
		5.5 主教材思考题答案	151
		5.6 主教材习题详细解答	152
<b>第6章 弯矩分配法</b>	171		
6.1 学习目的	171		
6.2 基本内容总结和学习建议	171		
6.2.1 主要概念	171		
6.2.2 学习建议	171		
6.3 附加例题	171		
6.4 自测题及答案	177		
6.5 主教材思考题答案	182		
6.6 主教材习题详细解答	183		
<b>第7章 矩阵位移法</b>	191		

7.1 学习要求和目的	191	8.4 自测题及答案	244
7.2 基本内容总结和学习建议	191	8.5 主教材思考题答案	249
7.3 附加例题	196	8.6 主教材习题详细解答	251
7.4 自测题及答案	208	<b>第9章 影响线及其应用</b>	273
7.5 主教材思考题答案	213	9.1 学习目的	273
7.6 主教材习题详细解答	215	9.2 基本内容总结和学习建议	273
<b>第8章 结构动力计算</b>	226	9.2.1 作影响线	273
8.1 学习要求和目的	226	9.2.2 影响线的应用	275
8.2 基本内容总结和学习建议	226	9.3 附加例题	277
8.2.1 动力自由度的确定	227	9.4 自测题及答案	282
8.2.2 建立动力方程	227	9.5 主教材思考题答案	287
8.2.3 单自由度体系自由振动 分析	228	9.6 主教材习题详细解答	288
8.2.4 单自由度体系受迫振动 分析	229	<b>第10章 结构稳定及极限荷载计算的 基本知识</b>	306
8.2.5 两个自由度体系的自由振动 分析	230	10.1 学习目的	306
8.2.6 两个自由度体系简谐荷载下 无阻尼的受迫振动分析	231	10.2 基本内容总结和学习建议	306
8.2.7 多自由度体系振动分析	231	10.2.1 结构稳定分析的基本知识	306
8.2.8 频率和振型的实用计算 方法	232	10.2.2 结构极限荷载的基本知识	307
8.3 附加例题	232	10.3 附加例题	310



## 第1章

# 体系的几何组成分析

### 1.1 学习目的和要求

本章学习的目的是分析一个平面杆件体系是否可以作为一个实际工程结构。

本章的学习要求是：

- (1) 熟练掌握几何不变体系的组成规律，并熟练分析体系的几何组成。
- (2) 了解瞬变体系、可变体系的特征。
- (3) 能利用几何不变体系的组成规律判断体系的自由度。

这一章知识的掌握和能力的培养还为本书后续章节的学习奠定基础。

具体有如下几个方面：

(1) 有助于确定静定结构的解题步骤。对于较复杂的静定结构，可以先分析其几何组成，然后求解刚片间的约束力。这样就可以很方便地求解每一个刚片各自的内力了。

(2) 正确合理地选择力法基本结构。力法是求解超静定结构的基本方法之一。力法解题的第一步是将原结构去掉多余约束，变成静定结构。这一步要用到本章的基本知识。

### 1.2 基本内容总结和学习建议

本章的主要内容是利用几何不变体系的组成规律，分析杆件体系的几何组成。

#### 1.2.1 主要概念

(1) **刚片** 是几何不变体系的别称，它可以是一个杆，也可以是由杆件组成的几何不变体系。具体应用时要特别注意刚片中是否有多余约束。

(2) **约束** 可以减少体系自由度的装置称为约束。能减少体系自由度的约束为**必要约束**；不能减少体系自由度的约束为**多余约束**。这里的“必要”和“多余”的含义仅限于对自由度的影响。

这是本章最重要的两个概念，分析体系的几何组成就是依据体系中刚片和刚片间的约束情况确定体系的几何性质。分析中，根据具体情况，杆件既可以看成是刚片，也可以看成约束。这使得分析过程可能不同，但体系多余约束的个数是唯一的。

### 1.2.2 静定结构的组成规律

**规律1** 两个本身无多余约束的刚片用一个单铰和一个不通过该铰的链杆相连，则组成的体系为几何不变体系，且无多余约束。

**规律2** 两个本身无多余约束的刚片用三个既不相互平行、又不相交于一点的三根链杆相连，则组成的体系为几何不变体系，且无多余约束。

**规律3** 三个本身无多余约束的刚片用三个不共线的单铰两两相连，则组成的体系为几何不变体系，且无多余约束。

**规律4** 在任意一个体系上增加二元体或去掉二元体都不会改变体系的几何组成结论。

这部分是本章的核心内容，具体要求是：①深刻理解并熟记规律的内容。这一点比较容易做到。②熟练地应用规律去分析体系的几何组成。分析体系的几何组成，方法非常灵活，分析技巧很多。必须多做练习，并注意总结，才能达到熟练掌握的程度。

### 1.2.3 几何可变体系

(1) **常变体系** 可能发生宏观位移的几何可变体系。

(2) **瞬变体系** 发生微小位移以后变成几何不变体系的几何可变体系。

对这部分内容学习的要求是：①理解并能说明这两种体系不能作为结构的原因。②掌握体系为常变体系或瞬变体系的几种约束的情况。

### 1.2.4 体系几何组成分析常用方法

体系的几何组成分析主要有以下几种方法，分析时要灵活应用。

(1) **去掉二元体** 分析一个体系时，有二元体一定要先去掉，使体系简化。分析时，一定要确认去掉的是否是二元体。

(2) **去掉基础(或刚片)** 若基础(或刚片)与体系的其他部分用三个约束连接，且符合几何不变体系的组成规则，则可以将基础(或刚片)和三个约束一起去掉，只分析余下的部分。

(3) **刚片转换** ①若一个无多余约束的刚片仅用两个铰与其他部分相连，则可用一根链杆代替这个刚片。②若一个无多余约束的刚片仅用三个铰与其他部分相连，则可用铰接三角形代替这个刚片。

(4) **大刚片** 若体系的杆件比较多，可以将一些杆件组成大刚片。

(5) **三刚片规则** 用三刚片规则时，有时会觉得找准刚片。一般情况下，若体系有9根杆件，则可试着选3根杆件作刚片、其余6根杆件作约束；若有11根杆件，则可试着选1个三角形和2个杆件作刚片、其余6根杆件作约束；若有13根杆件，则可试着选2个三角形和1个杆件作刚片、其余6根杆件作约束，依次类推。选择刚片时，可以先指定一个刚片，则与这个刚片相连的杆件都是约束，不可能是刚片，这样另外两个刚片就容易确定了。

但是，对于图1-1所示体系，就不必硬套这种方法了。很明显，4个三角

形组成一个大刚片，另外的 2 根杆是多余的约束。

(6) 增加链杆 当无法直接用组成静定结构的规则分析时，可考虑增加约束，使其能够用三角形规则分析。若增加约束后的体系是无多余约束的几何不变体系，则可以得出原体系是几何可变体系。若增加约束后的体系是有多余约束的几何不变体系，则结论不确定。

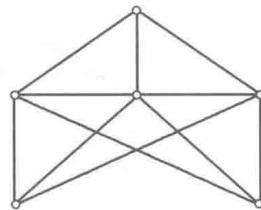


图 1-1 刚片分析举例

### 1.3 附加例题

【附加例题 1-1】试分析图 1-2 (a) 所示体系的几何组成。

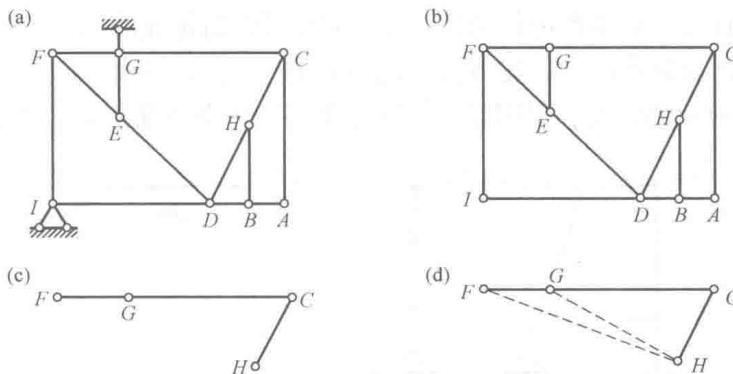


图 1-2 附加例题 1-1 图

【解】首先，将体系中与基础之间的约束连同基础一起去掉，得到图 1-2 (b) 后，依次按 A、B、I、D、E 的顺序去掉二元体，得到图 1-2 (c) 所示体系。很明显，若在该体系上增加两个链杆约束（图 1-2d），则体系就变成没有多余约束的几何不变体系。因此，本题的分析结论是几何可变体系，少了两个必要约束。若要使其成为几何不变体系，需至少增加两个约束。

思考：

- (1) 是否可以按其他顺序去掉二元体？
- (2) 是否可以在其他位置增加约束，使本题体系变成无多余约束的几何不变体系？
- (3) 在图 1-2 (c) 中，若接着去掉 C 点的二元体，只剩下杆 FG。一个杆件是无多余约束的几何不变体系。由此，可以得到本题的分析结论是无多余约束的几何不变体系。这与前面的分析结论不一样，试分析错在哪里？

【附加例题 1-2】分析图 1-3 (a) 所示体系的几何组成。

【解】将图 1-3 (a) 中的 AB 杆、AC 杆看成是加到地基上的二元体，由二元体规则可将其与地基一起看作是一个大刚片，则原体系可简化成图 1-3 (b) 所示的情况。根据图 1-3 (b)，刚片 DEF 与地基用三根支链杆相连。

因此，原体系为没有多余约束的几何不变体系。

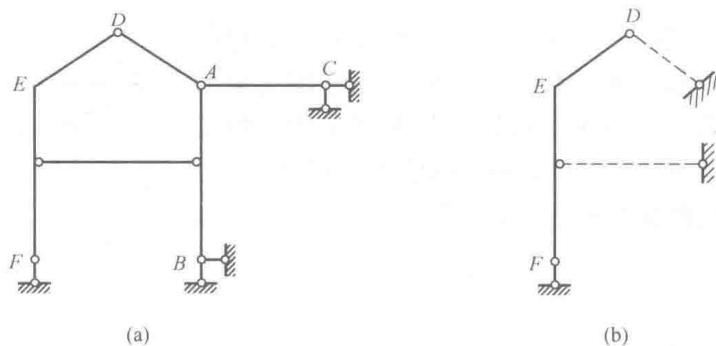


图 1-3 附加例题 1-2 图

**【附加例题 1-3】** 分析图 1-4 (a) 所示体系的几何组成。

**【解】** 首先, 对体系进行简化。杆件 CA 可以简化成沿 CA 杆方向的支链杆; 折杆 DB 简化成沿 DB 连线方向的支链杆。这样, 原体系就可以简化成图 1-4 (b) 所示的情况。很明显, 结论是无多余约束的几何不变体系。

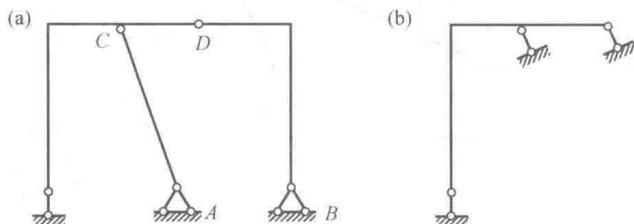


图 1-4 附加例题 1-3 图

**【附加例题 1-4】** 试分析图 1-5 (a) 所示体系的几何组成。

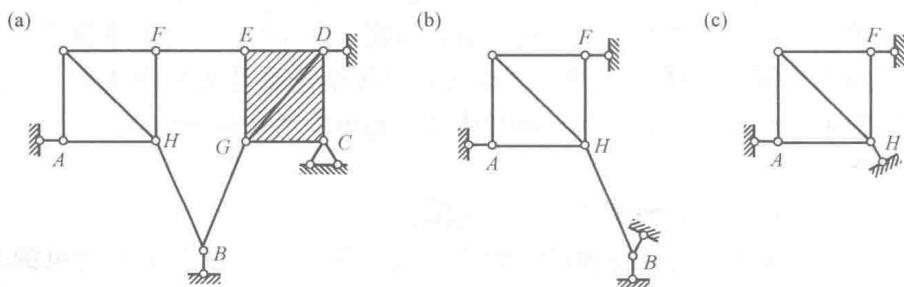


图 1-5 附加例题 1-4 图

**【解】** 先将体系进行简化。图 1-5 (a) 中阴影部分与基础组成了一个大刚片, 这样杆件 FE、GB 就可以看成是与基础相连的支链杆。这时, 体系可简化成图 1-5 (b) 所示情况。进一步地, 图 1-5 (b) 中的杆件 HB 也可看成是与基础相连的支链杆。这时, 体系可进一步简化为图 1-5 (c) 所示情况。很明显, 该体系为无多余约束的几何不变体系, 则原体系也是无多余约束的几何不变体系。

**【附加例题 1-5】** 试分析图 1-6 (a) 所示体系的几何组成。

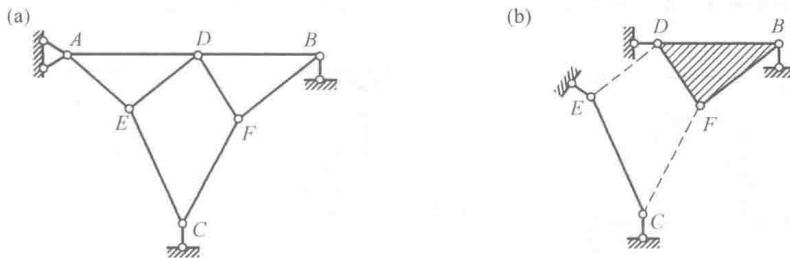


图 1-6 附加例题 1-5 图

**【解】** 先对体系进行简化。图 1-6 (a) 中杆件  $AD$ 、 $AE$  可以看成是与基础相连的支链杆。这时，体系可简化成图 1-6 (b) 所示情况。

这个体系与基础之间有 4 个约束，可以考虑将基础看成一个刚片，用三刚片规则分析。因此，关键的问题是寻找另外两个刚片。

图 1-6 (b) 体系中有基础、4 根支链杆再加上其余 6 根杆件总共有 11 个。因此，可以将基础、一个三角形和一根杆件看成 3 个刚片，其余 6 根杆件看成 3 对约束（相当于 3 个虚铰）。

基础和三角形（图 1-6b 中阴影所示）刚片很容易找到，那么第三个刚片是哪一根杆件呢？许多读者在这个地方感觉没有思路。既然找这个刚片困难，那么我们可以换个思路，试着找作为约束的杆件，剩下的杆件就是刚片了。因为在这个体系中任意两个刚片之间都是通过两根链杆相连的，按照这个思路，首先将与三角形相连的杆件找出来，它们一定是作为约束的杆件（图 1-6b 中虚线所示）。这时，就只剩下一根杆件没有被画成虚线了，显然，这根杆件就是第三个刚片。分析的结论是体系为无多余约束的几何不变体系。

**【附加例题 1-6】** 分析图 1-7 (a) 所示体系的几何组成。

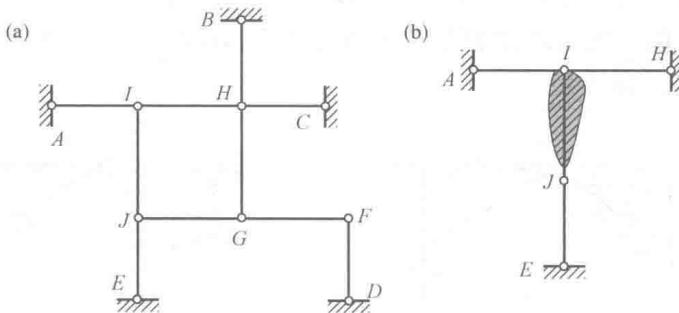


图 1-7 附加例题 1-6 图

**【解】** 对图 1-7 (a) 做如下简化：依次去掉  $F$  点和  $G$  点的二元体； $HB$  杆、 $HC$  杆看成是加到地基上的二元体，可将其与地基一起看作是一个大刚片，因此体系简化为图 1-7 (b)。

图 1-7 (b) 中  $IJ$  杆看作一个刚片，与地基之间通过 3 根链杆相连，三杆延长线交于一点，因此图 1-7 (b) 的原体系为瞬变体系。

【附加例题 1-7】 分析图 1-8 (a) 所示体系的几何组成。

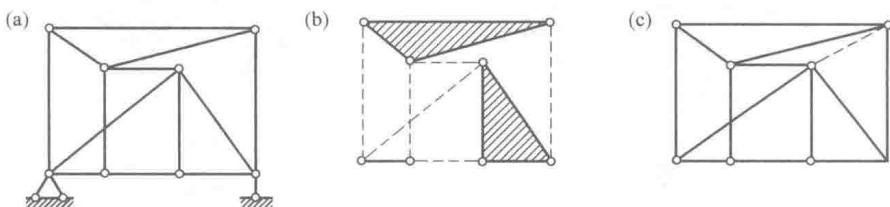


图 1-8 附加例题 1-7 图

**【解】** 首先去掉基础及相应的约束（图 1-8b），只分析内部可变性。图 1-8 (b) 杆件比较多，考虑采用三刚片规则分析。

图 1-8 (b) 所示体系中有 13 根杆件，需要将两个三角形和一根杆件看成刚片（总共 7 根杆件）、其余 6 根杆件看成约束（相当于 3 个虚铰）。

两个三角形刚片如图 1-8 (b) 中阴影所示。然后，将与两个三角形相连的杆件用虚线表示。这时，就只剩下左下角的水平杆了，这根杆件就是第三个刚片。分析的结论是原体系为无多余约束的几何不变体系。

**思考：**

(1) 若将上部结构增加一根杆件（图 1-8c 虚线所示），从上面的三角形开始，依次增加二元体，则结论是有一个多余约束的几何不变体系。因此，原体系是无多余约束的几何不变体系。请问这个分析过程严密吗？

(2) 图 1-9 (a) 所示体系与地基之间有 4 个约束，考虑采用三刚片规则分析。将地基和阴影所示的两部分看成三个刚片，则分析的结论是三铰共线、瞬变体系。

若在原体系上增加一根链杆，如图 1-9 (b) 所示，则阴影所示的两个刚片用一个铰和虚线链杆相连，组成一个无多余约束的刚片。此刚片与地基用 4 个支链杆相连，则整个体系为有一个多余约束的几何不变体系。因为，虚线链杆是后加上的，所以断定原结构是无多余约束的几何不变体系。这与上面的结论不一样，为什么？

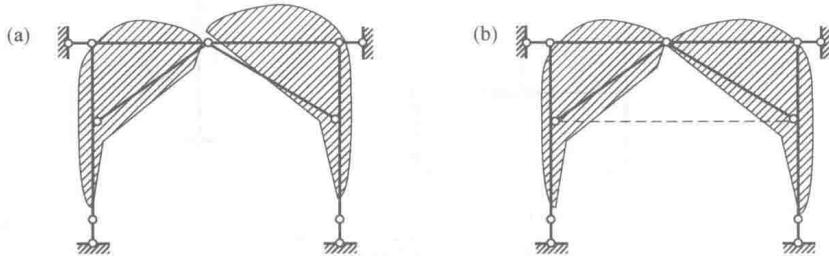


图 1-9 几何瞬变体系分析举例

(3) 若增加杆件后得到的体系是无多余约束的几何不变体系，是否可以判定原体系是几何可变体系，缺少的约束数量与增加的杆件数量是否相等？

## 1.4 自测题及答案

### 自测题 (A)

一、是非题 (将判断结果填入括号: 以○表示正确, 以×表示错误, 共 16 分)

1. 图 1-10 中链杆 1 和链杆 2 的交点 O 可视为虚铰。( ) (5 分)
2. 在图 1-11 所示体系中, 去掉 1-5、3-5、4-5、2-5 四根链杆后, 得简支梁 1-2, 故该体系为具有 4 个多余约束的几何不变体系。( ) (5 分)
3. 图 1-12 所示体系为几何可变体系。( ) (6 分)

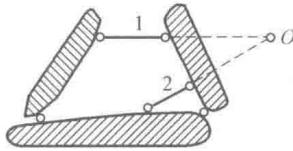


图 1-10

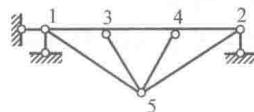


图 1-11

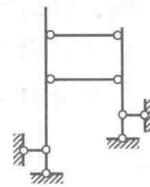


图 1-12

二、选择题 (将选中答案的字母填入括号内, 共 24 分, 每小题 8 分)

1. 图 1-13 所示体系有 3 个多余约束, 为保证其几何不变, 链杆 ( ) 是不能同时去掉的。

A. a 和 e      B. a 和 b      C. a 和 c      D. c 和 e

2. 图 1-14 所示体系的几何组成为 ( )。

A. 几何不变, 无多余约束      B. 几何不变, 有多余约束  
C. 瞬变体系      D. 常变体系

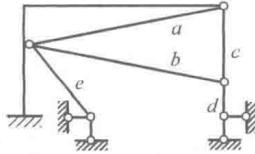


图 1-13

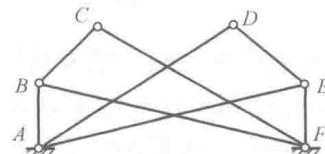


图 1-14

3. 图 1-15 所示体系的几何组成为 ( )。

A. 几何不变, 无多余约束      B. 几何不变, 有多余约束  
C. 瞬变体系      D. 常变体系

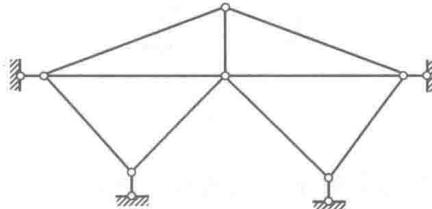


图 1-15

三、填充题（将答案写在空格内，30分，每小题15分）

1. 图1-16所示体系是\_\_\_\_\_体系。

2. 图1-17所示体系是\_\_\_\_\_体系。

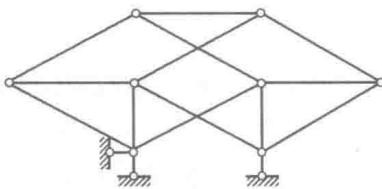


图 1-16

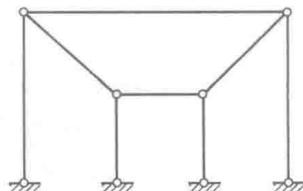


图 1-17

四、分析图示平面体系的几何组成（40分，每小题20分）

1. 所示体系如图1-18所示。

2. 所示体系如图1-19所示（图中未画圈的点为交叉点）。

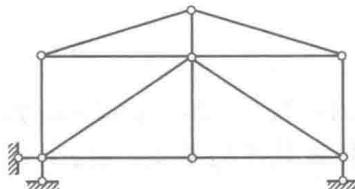


图 1-18

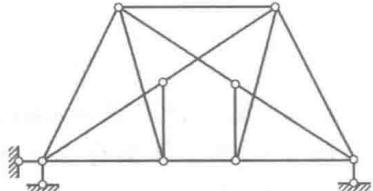


图 1-19

### 自测题 (B)

一、是非题（将判断结果填入括号：以○表示正确，以×表示错误，共16分）

1. 两刚片或三刚片组成几何不变体系的规则中，不仅指明了必需的约束数目，而且指明了这些约束必须满足的位置要求。（ ）（5分）

2. 几何瞬变体系产生的运动非常微小并很快就转变成几何不变体系，但会产生很大的内力，因而不可以用作工程结构。（ ）（5分）

3. 图1-20所示体系是几何不变体系。（ ）（6分）

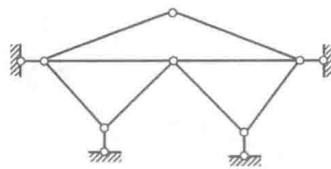


图 1-20

二、选择题（将选中答案的字母填入括号内，共24分，每小题8分）

1. 欲使图1-21所示体系成为无多余约束的几何不变体系，则需在A端加

入( )。

- A. 固定铰支座
- B. 固定支座
- C. 滑动铰支座
- D. 定向支座

2. 图 1-22 所示体系的几何组成为( )。

- A. 几何不变，无多余约束

- C. 瞬变体系

3. 图 1-23 所示体系的几何组成为( )。

- A. 几何不变，无多余约束

- C. 瞬变体系

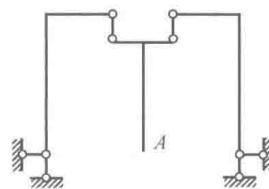


图 1-21

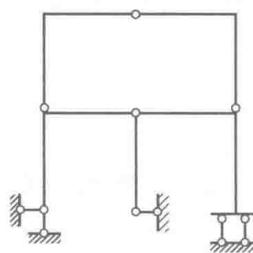


图 1-22

- B. 几何不变，有多余约束
- D. 常变体系

3. 图 1-23 所示体系的几何组成为( )。

- B. 几何不变，有多余约束

- D. 常变体系

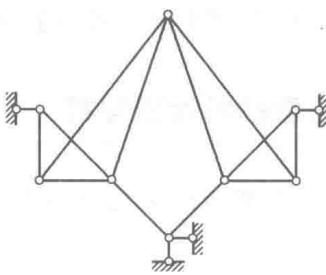


图 1-23

三、填充题(将答案写在空格内,共 20 分,每小题 10 分)

1. 图 1-24 所示体系是\_\_\_\_\_体系。

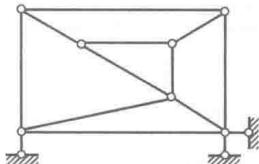


图 1-24

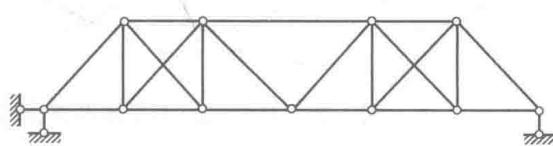


图 1-25

四、分析图示平面体系的几何组成(共 40 分,每小题 20 分)

1. 所示体系如图 1-26 所示(图中未编号的点为交叉点)。

2. 所示体系如图 1-27 所示。

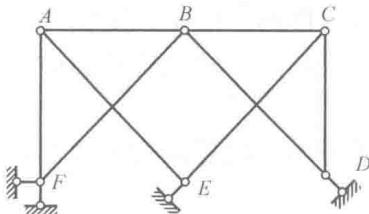


图 1-26

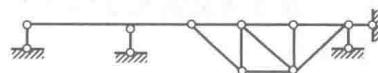


图 1-27

## 自测题 (A) 参考答案

一、1. × 2. × 3. ×

二、1. B 2. A 3. B

三、1. 无多余约束的几何不变 2. 瞬变

四、1. 几何不变，且有1个多余约束 2. 几何不变，有1个多余约束

## 自测题 (B) 参考答案

一、1. ○ 2. ○ 3. ×

二、1. B 2. A 3. A

三、1. 无多余约束的几何不变 2. 2个多余约束的几何不变

四、1. 几何不变，无多余约束 2. 几何不变，有多余约束

## 1.5 主教材思考题答案

1-1 无多余约束几何不变体系（静定结构）的三个组成规则之间有何关系？

答：最基本的是三角形规则，它与其他规则的关系可用图 1-28 说明。

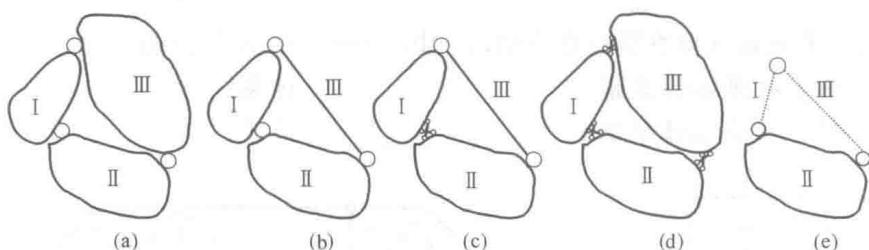


图 1-28 几个几何不变体系组成规则之间的关系

图 1-28 (a) 为三刚片三铰不共线情况。图 1-28 (b) 为Ⅲ刚片改成链杆，两刚片一铰一杆不共线情况。图 (c) 为Ⅰ、Ⅱ刚片间的铰改成两链杆（虚铰），两刚片三杆不全部平行、不交于一点的情况。图 (d) 为三个实铰均改成两链杆（虚铰），变成三刚片中每两刚片间用一虚铰相连、三虚铰不共线的情况。图 (e) 为将Ⅰ、Ⅲ看成二元体，去掉二元体所成的情况。

1-2 实铰与虚铰有何差别？

答：从瞬间转动效应来说，实铰和虚铰是一样的。但是，实铰的转动中心是不变的，而虚铰转动中心为瞬间的链杆交点，产生转动后转动中心将发生变化。

1-3 试举例说明瞬变体系不能作为结构的原因。接近瞬变的体系是否可作为结构？

答：如图 1-29 (a) 所示，刚片（阴影所示）与基础用三根竖向平行不等长的支链杆相连。刚片作用有一水平荷载  $F_P$ 。显然，这时刚片在水平方向上

只作用有荷载  $F_P$  是不能平衡的。因此，刚片会发生水平方向的运动  $\Delta$ ，三根杆件分别绕  $A$ 、 $B$ 、 $C$  点发生转动  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ 。发生微小运动后，因为三根杆件转动的角度不一样，所以，三根杆位置是既不相互平行，也不交于一点。根据二刚片原则，体系变成几何不变体系了。此时，刚片上的受力如图 1-29 (b) 所示。水平方向的平衡方程为

$$F_P = F_{N1} \sin\alpha_1 + F_{N2} \sin\alpha_2 + F_{N3} \sin\alpha_3$$

因为  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$  为微小转角、 $F_P$  为有限值，所以  $F_{N1}$ 、 $F_{N2}$ 、 $F_{N3}$  将非常大，也就是说该体系在正常的荷载作用下，会产生非常大的内力。因此，瞬变体系不能作为结构使用。同样，接近瞬变的体系也不能作为结构。

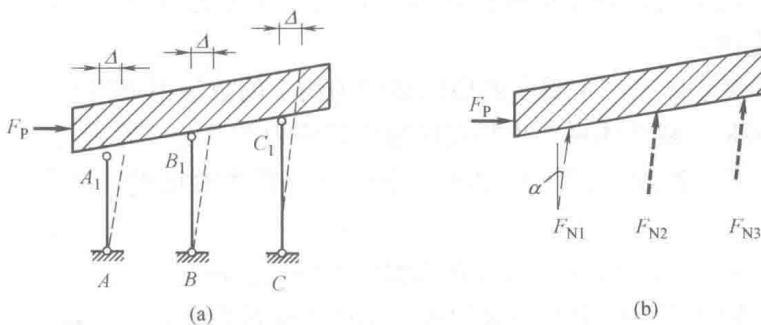


图 1-29 思考题 3 图

1-4 平面体系几何组成特征与其静力特征间关系如何？

答：无多余约束几何不变体系  $\leftrightarrow$  静定结构（仅用平衡条件就能分析受力）。

有多余约束几何不变体系  $\leftrightarrow$  超静定结构（仅用平衡条件不能全部解决受力分析）。

瞬变体系  $\leftrightarrow$  受小的外力作用，瞬时可导致某些杆无穷大的内力。

常变体系  $\leftrightarrow$  除特定外力作用外，不能平衡。

1-5 作平面体系组成分析的基本思路、步骤如何？

答：分析的基本思路是先设法化简，找到刚片看能用什么规则分析。

一般步骤：

(1) 仅三支链杆（不全平行、不交一点）可化为内部可变性分析；有二元体，从体系中减去；从基本刚片加二元体找大刚片简化体系。

(2) 对简化后的体系确定其适用的规则并具体分析。

(3) 结论。

1-6 连接  $n$  根杆的复铰相当于多少单铰？

答：相当于  $(n-1)$  根单铰。

1-7 连接  $n$  根杆的复刚节点相当于多少个单刚节点？

答： $(n-1)$  个单刚节点。

1-8 连接  $n$  个点的复链杆相当于多少根单链杆？

答： $(2n-3)$  根单链杆。

1-9 若三刚片三铰体系中的一个虚铰在无穷远处，何种情况下体系几何