应用型本科教育数学基础教材

通高等学校“十三五”省级规划教材

Applied Probability
and Mathematical Statistics

应用概率与数理统计

（第2版）

马阳明　朱方霞　陈佩树　余晓美◎编著

中国科学技术大学出版社

应用型本科教育数学基础教材

普通高等学校“十三五”省级规划教材

Applied Probability
and Mathematical Statistics

应用概率与数理统计

（第2版）

马阳明　朱方霞　陈佩树　余晓美◎编著

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书是按照高等院校教学指导委员会关于概率统计课程的教学基本要求编写而成的. 全书共分 8 章,前 3 章为概率部分,内容包括随机事件及其概率、随机变量及其分布以及数字特征;第 4～7 章为数理统计部分,内容包括抽样分布、参数估计、假设检验、回归分析;第 8 章为 Excel 在统计分析中的应用. 本书的编写从实际问题出发,引入基本概念,注重讲清楚概率与数理统计处理问题的思想和方法,强调方法的应用. 例题和习题尽量来源于学生熟悉的题材,叙述力求通俗易懂、深入浅出,适合初学者阅读.

本书可作为高等院校理工科非数学专业以及经济、管理等专业的教材或教学参考书,也适合读者自学使用.

图书在版编目(CIP)数据

应用概率与数理统计/马阳明,朱方霞,陈佩树,等编著. —2 版. —合肥:中国科学技术大学出版社,2018.9

(应用型本科教育数学基础教材)

ISBN 978-7-312-04537-0

Ⅰ.应… Ⅱ.马… Ⅲ.①概率论—高等学校—教材 ②数理统计—高等学校—教材 Ⅳ.O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 186777 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,230026
http://press.ustc.edu.cn
https://zgkxjsdxcbs.tmall.com

印刷 安徽省瑞隆印务有限公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 710 mm×1000 mm 1/16

印张 16.5

字数 277 千

版次 2013 年 8 月第 1 版 2018 年 9 月第 2 版

印次 2018 年 9 月第 6 次印刷

定价 36.00 元

总　　序

1998年以来，出现了一大批以培养应用型人才为主要目标的地方本科院校，且办学规模日益扩大，已经成为我国高等教育的主体，为实现高等教育大众化作出了突出贡献．但是，作为知识与技能重要载体的教材建设没能及时跟上高等学校人才培养规格的变化，较长时间以来，应用型本科院校仍然使用精英教育模式下培养学术型人才的教材，人才培养目标和教材体系明显不对应，影响了应用型人才培养质量．因此，认真研究应用型本科教育教学的特点，加强应用型教材研发，是摆在应用型本科院校广大教师面前的迫切任务．

安徽省应用型本科高校联盟组织联盟内13所学校共同开展应用数学类教材建设工作，成立了"安徽省应用型高校联盟数学类教材建设委员会"，于2009年8月在皖西学院召开了应用型本科数学类教材建设研讨会，会议邀请了中国高等教育学著名专家潘懋元教授作应用型课程建设专题报告，研讨数学类基础课程教材的现状和建设思路．先后多次召开课程建设会议，讨论大纲，论证编写方案，并落实工作任务，使应用型本科数学类基础课程教材建设工作迈出了探索的步伐．

即将出版的这套丛书共计6本，包括《高等数学（文科类）》《高等数学（工程类）》《高等数学（经管类）》《高等数学（生化类）》《应用概率与数理统计》和《线性代数》，已在参编学校使用两届，并经过多次修改．教材明确定位于"应用型人才培养"目标，其内容体现了教学改革的成果和教学内容的优化，具有以下主要特点：

1．强调"学以致用"．教材突破了学术型本科教育的知识体系，降低了理论深度，弱化了理论推导和运算技巧的训练，加强对"应用能力"的培养．

2．突出"问题驱动"．把解决实际工程问题作为学习理论知识的出发点和落脚点，增强案例与专业的关联度，把解决应用型习题作为教学内容的有效补充．

3．增加"实践教学"．教材中融入了数学建模的思想和方法，把数学应用软件的学习和实践作为必修内容．

4. 改革“教学方法”.教材力求通俗表达,要求教师重点讲透思想方法,开展课堂讨论,引导学生掌握解决问题的精要.

这套丛书是安徽省应用型本科高校联盟几年来大胆实践的成果.在此,我要感谢这套丛书的主编单位以及编写组的各位老师,感谢他们这几年在编写过程中的付出与贡献,同时感谢中国科学技术大学出版社为这套教材的出版提供了服务和平台,也希望我省的应用型本科教育多为国家培养应用型人才.

当然,开展应用型本科教育的研究和实践,是我省应用型本科高校联盟光荣而又艰巨的历史任务,这套丛书的出版,用毛泽东同志的话来说,只是万里长征走完了第一步,今后任重而道远,需要大家继续共同努力,创造更好的成绩!

2013 年 7 月

第 2 版前言

本书自2013年出版以来已经五年，我们根据五年的教学实践以及同行们的宝贵意见和建议，对本书进行了修订完善，除了对书中的一些不当与疏漏之处进行修改之外，主要把修改的重点放在概念和结论的解释与叙述上，目的是使学生易学、教师易教，从而更好地帮助学生用随机观念和统计思想去思考问题和解决问题.

这次修订保留了第 1 版教材的特色，在内容上主要做了如下改动：

(1) 增加了二维正态分布及其相关内容、非正态总体均值的区间估计和成对数据的 t 检验；删除了李雅普诺夫中心极限定理和 6.4 节中"通过适当选取样本量控制犯第二类错误的概率"等内容.

(2) 对部分内容进行了局部的调整和改进.

(3) 更新了一些例子和习题.

(4) 新增了第 8 章"Excel 在统计分析中的应用"，介绍了用 Excel 进行统计计算、区间估计、假设检验以及回归分析等.

(5) 新增了习题参考答案.

本书由马阳明负责修订前 3 章，余晓美负责修订第 4～7 章和编写第 8 章，全书由马阳明负责统稿、定稿.

在本书的修订过程中，我们得到了滁州学院数学与金融学院领导和承担本课程教学工作的老师的关心和支持，他们对本书提出了许多宝贵的意见和建议；我们还参阅了许多优秀教材，从中选取了一些例题和习题. 特在此一并表示衷心的感谢. 由于水平所限，书中不当之处在所难免，恳请读者批评指正.

编　者

2018 年 6 月

前　　言

概率与数理统计是研究随机现象的统计规律性的一门科学，它广泛渗透和应用于社会的各个领域.但在目前非数学专业的概率与数理统计教材中，普遍存在着“理论较多，理解困难；方法较多，应用困难”等诸多问题.这些问题导致学生兴趣不足，不能学以致用.要解决这些问题，需要我们解放思想，了解学生和社会的需求，采用符合学生学习特点，适合他们未来发展的教材.基于这一想法，我们编写了这本《应用概率与数理统计》教材.在编写过程中力求体现以下特色：

(1) 在编写思想上，体现“少概率、多统计、重应用”的基本思想，即保留概率的基本内容，加强统计方法的阐述，结合实例说明统计方法的应用，力争为学生提供具有实际应用价值的、可操作性的数理分析方法，培养和提高学生分析解决实际问题的能力；

(2) 在体系安排上，通过“从实际问题出发，引入概念，展开知识点，再返回去运用所学知识解决实际问题，甚至推广到更普遍的应用领域”的学习过程，帮助学生实现由知识向能力的转化，使教学内容更贴近实际，引导学生运用概率与数理统计基本原理和方法解决实际问题，避免出现理论脱离实际的现象；

(3) 在例题和习题的编写上，注重基础知识的理解和运用，力求体现知识的融会贯通，不追求难度，无偏题、怪题；题目尽量来源于学生熟悉的题材，贴近生活，以利于培养学生运用所学知识解决实际问题的能力；

(4) 在保证科学性的基础上，力求语言通俗易懂，深入浅出，强化概率与数理统计处理问题的思想和方法，弱化计算技巧；

(5) 将计算机软件引入概率与数理统计，统计计算部分通过运用大众化的Excel软件来实现，使学生在轻松完成繁琐的统计计算的同时，更重要的是加深对基本原理和方法的理解，激发学习兴趣，增强解决实际问题的能力.

本书是按照教育部现行的《概率论与数理统计(非数学专业)课程基本要求》编

写的，可作为高校理工科(非数学专业)、经济管理类各专业的教材，也可作为个人自修概率与数理统计课程的入门参考书.

本书各章分别由陈佩树(第1～3章)、马阳明(第4章、第7章)、朱方霞(第5章、第6章)编写初稿，然后由马阳明统稿并改写成第二稿.滁州学院和巢湖学院承担本课程教学工作的老师试用了本书第二稿，根据他们在试用过程中提出的意见和建议，最后由马阳明修改定稿.

滁州学院院长许志才教授审阅了本书的全部书稿，提出了许多宝贵的意见，这对提高本书质量起了重要作用；在本书编写过程中，我们得到了滁州学院和巢湖学院数学系的领导和承担本课程教学工作的老师的大力支持和帮助；我们还参考了许多优秀教材，从中选取了一些例题和习题.特在此一并表示由衷的谢意.

本书的作者虽然均具有高级职称，并且都是长期以来一直工作在教学第一线、有着丰富教学经验的老师，但是由于水平所限，书中不当和疏漏之处在所难免，恳请读者不吝赐教.

编　者

2013年6月

目　　次

第 1 章　随机事件及其概率

19 世纪法国著名数学家拉普拉斯(Laplace)曾这样说过:“对于生活中的大部分,最重要的问题实际上只是概率问题.”下面我们来看一个生活中的概率问题:

例 1.0.1　血液酶联免疫吸附试验(Enzyme-Linked Immuno-Sorbent Assay,缩写为 ELISA)是现今检测艾滋病病毒的一种流行方法.假定 ELISA 改进到这样的程度:带有艾滋病病毒的人中的 96%的检测结果呈阳性(认为有病),而没带艾滋病病毒的人中的 99.5%的检测结果呈阴性(认为无病).根据有关资料估计,某地区在总人口中大约有 0.06%的人带有艾滋病病毒.现对某人的检测结果呈阳性,问他真的带有艾滋病病毒的可能性有多大?

许多人可能有过这样的经历,到医院进行某种疾病检查,结果呈阳性(认为患有某种疾病),但实际上却是虚惊一场.这是为什么呢?我们将通过本章的学习来弄明白其中的道理.

本章由随机现象引出概率与数理统计中最基本的两个概念——随机事件及其概率.为了能够从简单事件的概率出发,计算复杂事件的概率,本章介绍事件的关系和运算以及概率的性质,并在此基础上介绍条件概率和三个重要公式——乘法公式、全概率公式与贝叶斯公式,以及事件的独立性.

1.1　随 机 事 件

在自然界和人类社会中,普遍存在的现象有两类,一类现象是在一定条件下总是出现同一个结果.例如,同性电荷必互相排斥;水在标准大气压下加热到 100 ℃一定会沸腾,这类现象称为**确定性现象**.另一类现象是在一定条件下并不总是出现同一个结果,这类现象称为**随机现象**.显然,随机现象的结果不少于两个;至于哪一

个出现，事前无法预测.这两点是随机现象的特征.

例 1.1.1　随机现象的例子：

(1) 抛一枚硬币，可能正面向上也可能反面向上；

(2) 掷一颗骰子，出现的点数；

(3) 一天内进入某超市的顾客数；

(4) 某种型号电视机的寿命(从开始使用到第一次维修的时间).

在相同条件下，对可以重复的随机现象的观测、记录、实验统称为**随机试验**，简称**试验**.每次试验前无法预测随机现象的哪一个结果出现，这表明随机现象出现的结果具有偶然性；但若进行大量重复的试验，随机现象出现的结果在数量上又具有某种规律性，称为**统计规律性**.例如，重复抛一枚均匀的硬币多次，可以看到这样的事实：当重复次数 n 不断增大时，出现正面的次数 n_H 与重复次数 n 的比值 n_H/n 会越来越接近于 0.5，如表 1.1.1 所示.这就是例 1.1.1(1)所述的随机现象的统计规律性.概率论与数理统计就是研究随机现象的统计规律性的一门数学学科.由于随机现象的普遍性，使得这门学科具有极其广泛的应用性.

表 1.1.1　历史上抛硬币试验的若干结果

试验者	抛硬币次数 n	出现正面次数 n_H	n_H/n
德摩根(De Morgan)	2 048	1 061	0.518 1
浦丰(Buffon)	4 040	2 048	0.506 9
费勒(Feller)	10 000	4 979	0.497 9
皮尔逊(Pearson)	24 000	12 012	0.500 5

随机现象的每一个可能的基本结果称为**样本点**，用 ω 表示，而由所有样本点组成的集合称为**样本空间**，记为 $\Omega=\{\omega\}$.认识随机现象首先要列出它的样本空间.

例 1.1.2　列出例 1.1.1 中随机现象的样本空间：

(1) $\Omega=\{H,T\}$，H 表示正面向上，T 表示反面向上；

(2) $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$；

(3) $\Omega=\{0,1,2,\cdots\}$；

(4) $\Omega=\{t\mid t\geqslant 0\}$，$t$ 表示电视机的寿命.

样本空间可由有限个(至少两个)样本点组成(如(1)和(2)),也可由无限个样本点组成(如(3)和(4)),对有限样本空间要注意其中样本点的个数,对无限样本空间要注意区分其中的样本点是可列个,还是不可列个. 需要说明的是:在(3)中,虽然一天内进入超市的人数是有限的,但我们很难确切地说出进入超市人数的有限上限. 我们把上限视为∞,这样做不仅会使数学处理方便,而且又不失真.同样,在(4)中我们也做了类似的处理.

由样本空间中的某些样本点组成的集合称为**随机事件**,简称**事件**,通常用大写字母 $A,B,C,\cdots$表示.特别地,称只含一个样本点的事件为**基本事件**.任意事件 A 是相应的样本空间Ω 的子集.

例 1.1.3　掷一颗骰子,观察出现的点数. 分别用 $A_1=\{1\},A_2=\{2\},\cdots,A_6=\{6\}$表示事件"出现 1 点""出现 2 点"……"出现 6 点",它们都是基本事件;若把事件"出现偶数点""出现奇数点""出现的点数超过 4"依次记为 B,C,D,则它们可分别表示为

$$B=\{2,4,6\},\quad C=\{1,3,5\},\quad D=\{5,6\}$$

在一次试验中,当且仅当事件 A 中的一个样本点ω 出现时,即 $\omega\in A$,称为**事件 A 发生**.例如,在例 1.1.3 中,当掷出的结果为"3 点"时,A_3,C 这两个事件发生,而事件 $A_i(i=1,2,4,5,6)$,C,D 均不发生.

特别地,作为事件的极端情况,样本空间 Ω 包含了所有的样本点,它是 Ω 的最大子集,即 Ω 本身,在每次试验中都必然发生,因此称 Ω 为**必然事件**. 样本空间 Ω 的最小子集,即空集$\varnothing$,它不包含任何样本点,在每次试验中都不可能发生,因此称$\varnothing$为**不可能事件**.

事件是一个集合,因而事件间的关系与运算自然按照集合间的关系与运算来处理,下面根据事件发生的含义,给出事件的关系与运算在概率论中的含义.

设 $A,B,A_k\ (k=1,2,\cdots)$为同一个样本空间 Ω 中的事件.

(1) 若事件 $A\subset B$,则称事件 B **包含**事件A.这意味着事件 A 发生必然导致事件 B 发生.例如,在例 1.1.3 中,$A_1\subset C$,$A_2\subset B$.

显然,对任意事件 A 均有$\varnothing\subset A\subset\Omega$.

特别地,若 $A\subset B$ 且$A\supset B$,即 $A=B$,则称事件 A 与B **相等**.

(2) 事件 $A\cup B=\{\omega\mid\omega\in A$ 或$\omega\in B\}$称为事件 A 与B 的**和事件**.当且仅当

A,B 中至少有一个发生时，事件 $A\cup B$ 发生. 例如，在例 1.1.3 中，$A_1\cup C=\{1,3,5\}=C$，$C\cup D=\{1,3,5,6\}$.

类似地，称 $\bigcup\limits_{k=1}^{n}A_k$ 为 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件；称 $\bigcup\limits_{k=1}^{\infty}A_k$ 为可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$的和事件.

(3) 事件 $A\cap B=\{\omega\mid\omega\in A$ 且 $\omega\in B\}$称为 A 与 B 的**积事件**. 当且仅当 A,B 同时发生时，事件 $A\cap B$ 发生. 常简记 $A\cap B$ 为 AB. 例如，在例 1.1.3 中，$A_2B=\{2\}=A_2$，$CD=\{5\}$.

类似地，称 $\bigcap\limits_{k=1}^{n}A_k$ 为 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积事件；称 $\bigcap\limits_{k=1}^{\infty}A_k$ 为可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$的积事件.

(4) 事件 $A-B=\{\omega\mid\omega\in A$ 且 $\omega\notin B\}$称为事件 A 与 B 的**差事件**. 当且仅当 A 发生而 B 不发生时，事件 $A-B$ 发生. 例如，在例 1.1.3 中，$C-D=\{1,3\}$.

(5) 若 $AB=\varnothing$，则称事件 A 与 B 是**互不相容**的或**互斥**的. 这意味着事件 A 与 B 不能同时发生. 基本事件是两两互不相容的.

(6) 若 $AB=\varnothing$且 $A\cup B=\Omega$，则称事件 A 与 B 为**互逆事件**，或称事件 A 与 B 互为**对立事件**. 这意味着事件 A 与 B 中必有一个发生，且仅有一个发生. A 的对立事件记为 $\bar{A}$. 显然，$\bar{A}=\Omega-A$，$A-B=A\bar{B}$.

值得注意的是：互逆的两个事件一定是互不相容的，但反之不真！

例如，在例 1.1.3 中，$\bar{A}_1=\{2,3,4,5,6\}$，$\bar{B}=\{1,3,5\}=C$；B 与 C 为互逆事件，当然也是互不相容的. 而 A_1 与 A_2 虽然是互不相容的，但不是互逆事件.

若事件组 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 满足下面两个条件：

① $A_iA_j=\varnothing(i\neq j)$；

② $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=\Omega$，

则称 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为**完备事件组**.

特别地，事件 A 与其对立事件 $\bar{A}$ 构成最简单的一个完备事件组. 这是因为

$$A\bar{A}=\varnothing,\quad A\cup\bar{A}=\Omega$$

事件间的关系与运算可以用图表示，如图 1.1.1 所示.

在进行事件运算时，常用到下列性质. 设 $A,B,C,A_k\ (k=1,2,\cdots)$均为事件，则有：

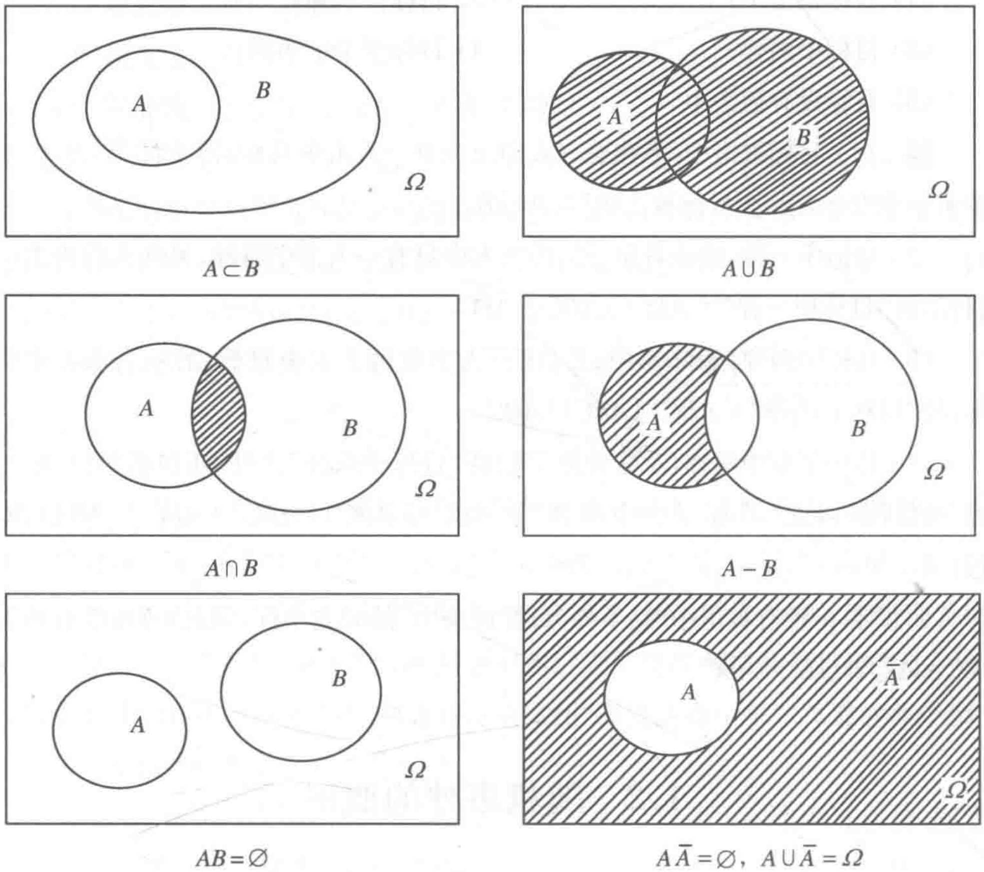

图 1.1.1　事件间的关系与运算

交换律　$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$；

结合律　$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), (AB)C = A(BC)$；

分配律　$A(B \cup C) = AB \cup AC, A \cup (BC) = (A \cup B)(A \cup C)$；

对偶律(德摩根公式)　$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

德摩根公式是很有用的公式，它可推广到多个事件及可列个事件：

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{n} \overline{A_i}, \quad \overline{\bigcup_{i=1}^{+\infty} A_i} = \bigcap_{i=1}^{+\infty} \overline{A_i}$$

$$\overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{n} \overline{A_i}, \quad \overline{\bigcap_{i=1}^{+\infty} A_i} = \bigcup_{i=1}^{+\infty} \overline{A_i}$$

例 1.1.4　甲、乙、丙三人向同一目标各射击一次，记 A =“甲击中目标”，B =“乙击中目标”，C =“丙击中目标”. 试用 A, B, C 表示下列事件：