

航海力學



廖坤靜 編譯

中華民國海事學會印行

航海力學

定價：平裝 240 元

精裝 300 元

版權所有・翻印必究

中華民國七十七年元月初版

中華民國八十一年八月再版

編譯者：廖 坤 靜

發行人：戴 行 悌

出版者：中華民國海事學會

海事出版社

內政部登記出版台業字第2006號

台北市延平北路九段212號

郵政劃撥帳號：1235973-4號 廖坤靜

印刷者：正合印刷有限公司

TEL：(07)2319705

序

船舶航行於海上，最重要的事情仍是穩定度之維持，一個航海者必須知道，其所駕駛之船舶是否具有足夠之穩定度；同時，當船舶受到外力之影響（風、浪、碰撞等）時，更應知道在何種情況之下會產生危險。

航海力學為利用數學公式及力學之原理，對於以上各種情況加以解析，使讀者能夠充分瞭解並加以應用。為了達到此目的，本書利用相當多的圖表來說明每一個公式之由來，同時在每一個公式說明完畢之後儘量的舉出實際的例子，使讀者能將公式與實際配合。本書所使用過之數學公式，在卷末附錄中均有所說明。

本書共分四章，第一、二章為應用力學之基本說明，為計算船舶各種應力所不可或缺的。第三章為船舶穩定性之分析。第四章為船舶所受外力影響而產生之各種運動之分析。

本書之敘述簡明扼要，適合一般海事專科學校及海洋大學航海及造船科系學生研讀。一般商船工作者自行研讀亦能夠充分瞭解，對於船舶之控制應該有所幫助。

在編寫本書時，承蒙多位前輩及友人之助言及鼓勵，使本書能順利完成，在此特予感謝，同時由於編寫時間匆促，錯誤在所難免，祈望航海之先進不吝指教，以便再版時更正則不勝感激。

廖 坤 靜 識於海洋學院

民國七十七年元旦

目 錄

第一章 質點力學

第一節 質點的運動	1
1.1.1. 位移、速度、加速度	1
1.1.2. 向量	9
1.1.3. 運動定理	10
1.1.4. 絕對單位與重力單位	12
1.1.5. 運動不滅定理	14
1.1.6. 表面光滑之兩球碰撞	16
1.1.7. 自由落體運動	17
1.1.8. 圓周運動	19
1.1.9. 單振動	21
1.1.10. 相對運動	24
第二節 質點的平衡	28
1.2.1. 力之合成與分解	28
1.2.2. 作用於質點之力的平衡	30
第三節 功與能	33
1.3.1. 功與功率	33
1.3.2. 能	36
1.3.3. 能的種類	36
1.3.4. 能量不滅定理	38

第二章 剛體力學

第一節 剛體的平衡	43
2.1.1. 剛體及作用於剛體之力	43
2.1.2. 力之迴轉力矩	44
2.1.3. 同一平面內之力的合成	47
2.1.4. 作用於剛體上之力的平衡	54
第二節 剛體運動	57
2.2.1. 轉動慣量	57

2.2.2. 迴轉運動之方程式.....	64
第三節 面積、體積及其重心.....	69
2.3.1. 基本圖形之面積或體積.....	69
2.3.2. 積之近似求法.....	70
2.3.3. 利用辛普森法則計算體積.....	81
2.3.4. 重心.....	83
2.3.5. 重心之移動.....	84
2.3.6. 浮面心.....	89
2.3.7. 浮心.....	95
2.3.8. 傾斜試驗.....	96

第三章 船舶之穩定度

第一節 復原性.....	101
3.1.1. 浮體之平衡.....	101
3.1.2. 初期復原力.....	102
3.1.3. 穩定中心半徑.....	104
3.1.4. 穩定中心曲線.....	116
3.1.5. 大角度傾斜之復原力.....	118
3.1.6. 靜復原力曲線.....	121
3.1.7. 重心對復原力曲線之影響.....	123
3.1.8. 船型對復原力曲線之影響.....	124
3.1.9. 橫傾斜.....	125
3.1.10. 自由液面之影響.....	137
3.1.11. 擱淺或進塢時復原力之損失.....	141
3.1.12. 動復原力.....	154
3.1.13. 風壓所引起之橫傾斜.....	160
第二節 喫水及俯仰差.....	164
3.2.1. 每公分排水噸數.....	164
3.2.2. 縱向穩定中心半徑.....	165
3.2.3. 每公分俯仰力矩.....	171
3.2.4. 裝卸貨所引起之喫水及俯仰差變化.....	175
3.2.5. 船內一部份區間浸水時喫水及俯仰差變化.....	183
3.2.6. 船之排水量精測.....	187

第四章 船體運動

第一節 船之動搖·····	197
4. 1. 1. 船之動搖的種類·····	197
4. 1. 2. 橫搖·····	198
4. 1. 3. 縱搖·····	204
第二節 船之阻力·····	206
4. 2. 1. 摩擦阻力·····	206
4. 2. 2. 造波阻力·····	207
4. 2. 3. 渦流阻力·····	208
4. 2. 4. 相似定理·····	209
4. 2. 5. 空氣阻力·····	210
第三節 船之迴轉·····	212
4. 3. 1. 迴轉力矩·····	212
4. 3. 2. 迴轉運動·····	214
4. 3. 3. 迴轉直徑之大小·····	216
4. 3. 4. 操縱性指數 K , T ·····	217
4. 3. 5. 迴轉所產生之橫傾斜·····	229

附 錄

附錄一 $\sin \theta \doteq \theta$ ·····	233
附錄二 畢氏定理·····	234
附錄三 正弦定理·····	235
附錄四 餘弦定理·····	237
附錄五 加法定理·····	239
附錄六 簡單之數列的和·····	241
附錄七 二次方程式之解·····	244
附錄八 希臘字母·····	245

第一章 質點力學

第一節 質點的運動

1.1.1. 位移、速度、加速度

(1) 運動

以地球表面為基準，來觀測地球上各種物體的話，大致可以分為運動中之物體與靜止中之物體二大類。以此觀點而言，物體隨著時間的變化而改變位置的現象叫做運動。物體之位置不隨著時間之變化而改變的現象叫做靜止。

在許多情況下，物體運動的時候，只考慮其位置之改變，而忽視物體本身之大小。譬如：一艘超大型油輪（VLCC）在大洋中航行的時候，不管船身是多麼的長，每日正午之位置（Noon position）在海圖上均以一點來表示，與船之大小無關。像這樣將物體視為一個沒有大小的點，此點就叫做質點。

(2) 位移

在海圖上，比較前一日之正午位置與當天之正午位置，可以看出船之位置已經移動了，這種位置的移動就叫做位移。

譬如：在船上日常的海圖作業中，假設前一日的正午船位為A點，當日之正午船位為B點，位移的大小是從A點畫一直線到B點，以其長度來表示。至於方向，則由A點向B點畫一箭頭來表示。因此圖1-1所示，由A點經過C點到達B點或由A點經過D點到達B點，其所經過之路徑均叫做「經路」。至於位移則完全不考慮這些經過的路徑的長短，只是計算由A點至B點之直線的長短而已。以 $\overline{AB}$ 來表示。

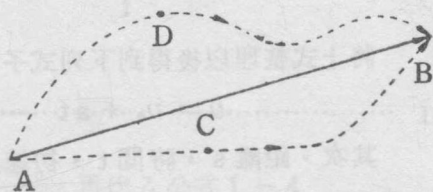


圖 1-1

(3) 速 度

船舶離開港口，領港下船以後，船長下令將主機轉速（ R.P.M ）加速至全速前進（ Full ahead ）之位置，船速逐漸增加，不久即到達航行速度。像這樣，物體的運動，有的時候快，有的時候慢；用以表示物體移動的快慢的叫做速率（ speed ）。以每秒或每小時為單位，在單位時間內物體移動之距離叫速率。

但是像風，由那個方向吹來，以多大的速率吹來，均必須瞭解，像這樣子，僅僅以大小來表示風速是不夠的，必須將速率的大小與方向同時加以考慮叫做速度（ Velocity ）。當船全速前進，航向亦保持一定的時候，船的速度大小及方向均不變。像這樣速度的大小及方向均保持一定的運動就叫做等速度運動。

在 t 時間內通過的距離以 s 來表示，其與速度 v 的關係，可以用下列式子來表示

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{或} \quad s = vt \quad \dots\dots\dots 1-1$$

但是當主機開始全速前進的時候，雖然航向不變，但船速不斷增加；像這樣，方向不變而速度變化的運動就叫做不等速運動。或者船迴轉時，雖航速不變，但航向不斷改變，這種情況亦稱為不等速運動。

(4) 加 速 度

當傳鐘搖至全速前進之位置時，船的速度並非立即達到全速前進的速度，而是漸漸增加。如此速度之變化，也就是單位時間內速度之變化叫做加速度（ Acceleration ）。在此必須特別注意的是，快慢即使沒有變化，但是運動的方向有所改變時，即表示速度已經變化了。也就是說，不管單位時間內的速度變化或方向變化均稱之為加速度。反之，速度漸漸減低的情況下，單位時間內速度的減少量亦稱之為加速度，此種加速度稱為減加速度或負（-）加速度。加速度一定的運動叫做等加速度運動。加速度不定的運動叫做不等加速度運動。現在，以等加速度運動之質點，其初速度為 v_0 ，加速度為 a ，則 a 為 t 時間內速度的變化量（ $v - v_0$ ）除以時間 t 。

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad \dots\dots\dots 1-2$$

將上式整理以後得到下列式子

$$v = v_0 + at \quad \dots\dots\dots 1-3$$

其次，距離 s ，時間 t ，初速度 v_0 ， t 時間後的速度 v 與加速度 a 之關係，以圖形來說明更容易瞭解。假設以 10m/sec 之等速度運動之質點，10 秒後之位移為

$$s = vt = 10 \times 10 = 100 \text{ m}$$

答：100 m

若以圖形來表示，如圖 1-2 所示，以速度 v 為縱軸，以時間 t 為橫軸，則距離 100m 剛好是圖形中斜線面積之大小。

像這樣以縱軸代表速度，橫軸代表時間；縱軸、橫軸、速度線及時間 t 所繪垂線所圍成面積大小代表距離。其次，令初速度為 v_0 ， t 秒後之速度為 v ，欲求 t 秒間所走之距離時，先求初速度 v_0 與 t 秒後之速度 v 之平均值，再乘以時間 t 。也就是下列式子：

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t \quad \dots\dots\dots 1-4$$

可以求得。這也可以由像圖 1-3 之圖形的梯形面積加以求得。

$$\text{梯形面積} = \frac{\text{上底} + \text{下底}}{2} \times \text{高}$$

在此例中，上底為初速度 v_0 ，下底為 t 秒後之速度 v ，高為時間 t 。同樣的公式 (1-2) 中之加速度，亦可利用圖中速度線之斜率的大小來求得。由此我們可以瞭解到距離、時間、速度及加速度之間的關係。

現在，將公式 (1-3) 代入公式 (1-4)

$$\begin{aligned} s &= \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = \frac{v_0 + (v_0 + at)}{2} \cdot t \\ &= v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad \dots\dots\dots 1-5 \end{aligned}$$

同時，將公式 (1-2) 變形為 $t = \frac{v - v_0}{a}$ ，再代入公式 1-4

$$\begin{aligned} s &= \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = \frac{v_0 + v}{2} \cdot \frac{v - v_0}{a} = \frac{(v + v_0)(v - v_0)}{2a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \\ &\dots\dots\dots 1-6 \end{aligned}$$

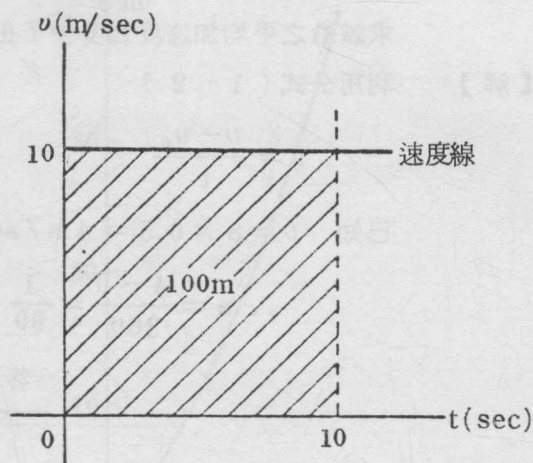


圖 1-2

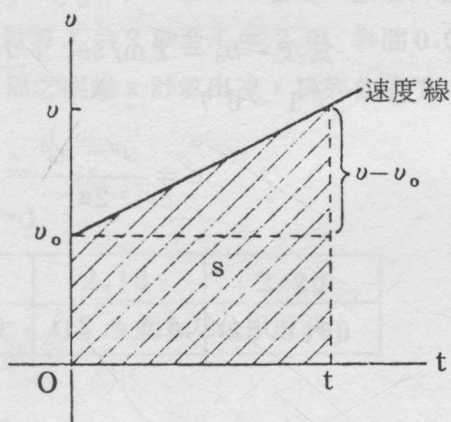


圖 1-3

【例題一】某船起錨後即朝預定之航向行走，六分鐘後利用測程儀測得航速為 8 節，求該船之平均加速度為多少？但一節等於 0.5 m/sec 。

【解】 利用公式 (1-2)

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

已知 $v = 8 \times 0.5 = 4 \text{ m/sec}$ ， $v_0 = 0 \text{ m/sec}$ ， $t = 6 \text{ 分} = 360 \text{ 秒}$

$$\therefore a = \frac{4 - 0}{360} = \frac{1}{90} (\text{m/sec})$$

$$\text{答：} \frac{1}{90} \text{ m/sec}$$

【例題二】某輪以 6 節之航速航行中，當主機停止後，船舶前進 300 m 時之航速為 4 節，如果加速度不變之情況下，該船還要前進多少 m 才會完全停止。又費時多少分鐘？但 1 節 = 0.5 m/sec 。

【解】 利用公式 (1-6)， $S = 300 \text{ m}$ ， $v_0 = 3 \text{ m/sec}$ ， $v = 2 \text{ m/sec}$

$$\therefore a = \frac{v^2 - v_0^2}{2S} = \frac{2^2 - 3^2}{2 \times 300} = -\frac{1}{120} (\text{m/sec}^2)$$

其次， $v_0 = 2 \text{ m/sec}$ ， $v = 0 \text{ m/sec}$ ， $a = -\frac{1}{120} \text{ m/sec}^2$ 代入公式 (1-6)

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - 2^2}{2 \times (-\frac{1}{120})} = 240 (\text{m})$$

再利用公式 (1-3)， $v_0 = 2 \text{ m/sec}$ ， $v = 0 \text{ m/sec}$ ， $a = -\frac{1}{120} \text{ m/sec}^2$

$$\therefore t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 2}{-\frac{1}{120}} = 240 (\text{sec}) = 4 \text{ 分}$$

答：前進 240 m，費時 4 分

(5) 瞬 間 速 度

假設質點 P，由原點出發作直線運動，一秒後距離原點 6 m，2 秒後 14 m，3 秒後 24 m，4 秒後 36 m，以此情況移動，則 t 秒後距離原點為多少呢？現在以 x 代表距離，以 t 代表時間，則 t 與 x 之關係可利用圖 1-4 來表示，為二次曲線的關係，若

以式子來表示則如下式：

$$x = t^2 + 5t \dots\dots\dots ①$$

像這樣的運動，質點 p 之速度，一般均以一秒間通過的距離來表示，在上例中，最初一秒通過的距離為 6 m，第 2 秒間通過的距離為 8 m，第 3 秒間通過的距離為 10 m。像這樣，由 $t = 2$ 秒至 $t = 3$ 秒所通過之距離 (24 m - 14 m) 除以所需要之時間 (3 秒 - 2 秒 = 1 秒) 得到 10 m/sec，稱為由 $t = 2$ 秒至 $t = 3$ 秒間之平均速度。然而瞬間速度如何求得呢？因為速度並未間斷而是連續變化的緣故，如將通過之距離及測定之時間間隔逐漸縮小，則速度變化的時間間隔就跟著變小，則平均速度漸漸接近瞬間速度。

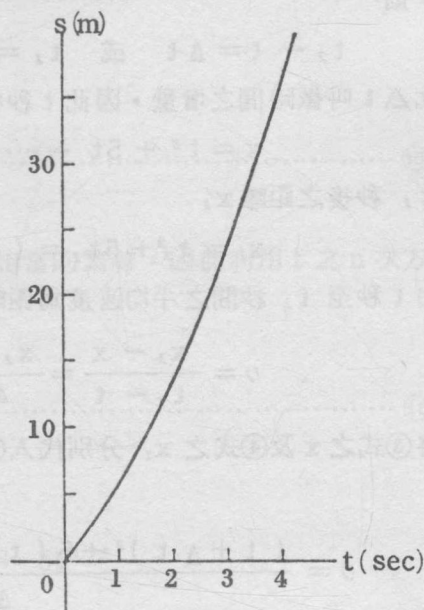


圖 1-4

例如在①式中，質點 P 於 $t = 2$ 秒之瞬間速度的計算方法，首先計算從 $t = 2$ 秒至 $t = 2.2$ 秒的 0.2 秒間之平均速度。接著計算從 $t = 2$ 秒至 $t = 2.1$ 秒間 0.1 秒之平均速度。再計算 $t = 2$ 秒至 $t = 2.01$ 秒間 0.01 秒之平均速度，再加以比較，由公式①將各時間間隔之距離 x 計算出來，排列如表 1-1，利用此表計算各種時間間隔之平均速度。

表 1-1

t	2.00	2.01	2.10	2.20
x	14.0000	14.0901	14.9100	15.8400

$$\text{由 } t = 2 \text{ 至 } t = 2.2 \quad v = \frac{15.84 - 14}{0.2} = 9.2 \text{ (m/sec)}$$

$$\text{由 } t = 2 \text{ 至 } t = 2.1 \quad v = \frac{14.91 - 14}{0.1} = 9.1 \text{ (m/sec)}$$

$$\text{由 } t = 2 \text{ 至 } t = 2.01 \quad v = \frac{14.0901 - 14}{0.01} = 9.01 \text{ (m/sec)}$$

由以上的結果可以看出，當時間間隔縮小時，平均速度漸漸接近 9 m/sec，因此 $t = 2$ 秒之瞬間速度等於 9 m/sec 的推論即成立。此點可以利用數學公式來加以說明，假設出發後一定的時間為 t ，而 t 之後的另外一個時間 t_1 ， t 與 t_1 之時間間隔為 Δt

。則

$t_1 - t = \Delta t$ 或 $t_1 = t + \Delta t$ ②

此 Δt 叫做時間之增量，因此 t 秒後之距離 x 可用下列式子來表示，

$x = t^2 + 5t$ ③

t_1 秒後之距離 x_1

$x_1 = t_1^2 + 5t_1 = (t + \Delta t)^2 + 5(t + \Delta t)$ ④

由 t 秒至 t_1 秒間之平均速度為距離的變化量 ($x_1 - x$) 除以時間之變化量，

$$v = \frac{x_1 - x}{t_1 - t} = \frac{x_1 - x}{\Delta t}$$
 ⑤

將③式之 x 及④式之 x_1 分別代入⑤式

$$\begin{aligned} v &= \frac{(t + \Delta t)^2 + 5(t + \Delta t) - (t^2 + 5t)}{\Delta t} \\ &= \frac{t^2 + 2t \cdot \Delta t + \Delta t^2 + 5t + 5\Delta t - t^2 - 5t}{\Delta t} \\ &= \frac{2t \cdot \Delta t + 5\Delta t + \Delta t^2}{\Delta t} \\ &= 2t + 5 + \Delta t \end{aligned}$$
 ⑥

將通過之距離與時間間隔儘量縮小的話，平均速度即接近瞬間速度。 Δt 無限制縮小，最後幾乎等於零時，平均速度幾乎等於瞬間速度，利用公式表示之

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (2t + 5 + \Delta t) = 2t + 5$$
 ⑦

在表 1-1 中， $t = 2$ 時之瞬間速度推定為 9 m/sec 。由公式⑦中，將 $t = 2$ 代入， $v = 2 \times 2 + 5 = 9$ ，很容易的就可以求出答案為 9。如此利用函數 x 的微小變化量除以變數 t 的微小變化量，而求得其變化之狀態 (v) 之數學方法就叫做微分法。

現在設 $x_1 - x = \Delta x$ (Δx 為距離之增加量)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x_1 - x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
 ⑧

將上式以微分式表示之

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$
 ⑨

即速度 v 為距離 x 之時間 t 的微分。如此由距離 x 與時間 t 之微分可得瞬間速度 v 。

同理，速度 v 被時間 t 微分則可求得加速度 a ，將⑦式以微分式表示之，則

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (\text{但 } x = t^2 + 5t)$$

$$\therefore v = \frac{d}{dt}(t^2 + 5t) \dots\dots\dots ⑩$$

得到答案為 $2t + 5$ 。因為 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 之展開式相當的繁雜，因此利用 t 之 n 次方的微分公式來解較為便利。

$$\frac{dt^n}{dt} = nt^{n-1} \dots\dots\dots ⑪$$

將⑪式代入⑩式

$$v = \frac{d(t^2)}{dt} + \frac{d(5t)}{dt} = 2t^{2-1} + 5t^{1-1}$$

$$= 2t^1 + 5t^0$$

$$= 2t + 5$$

得到同樣的結果，因此⑪式最好記住。

(6) 角速度，角加速度

當船在航行中受到海浪的影響會產生俯仰 (Pitching)、搖擺 (Rolling) 等現象，再加上用舵使船體旋轉等種種現象都會產生角度問題。

如圖 1-5 所示，船之重心 G 與桅頂 P 點之連線，點 P 之運動以角度 θ 來表示之，稱為點 P 對於重心 G 之角位移。角位移之單位時間內之變化量稱為角速度 (Angular velocity)。現在假設由船重心 G 點到桅頂 P 點之距離為 r ，半徑 r 之圓弧代表 P 點之運動。因此船舶傾斜 θ 角所需要之時間為 t 的話，平均角速度 ω 可用下列式子來表示之。

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad \text{或} \quad \theta = \omega t \dots\dots\dots 1-7$$

為了與角速度 ω 相區別，普通速度 v 稱為線速度。如圖 1-6 所示，與半徑相等的弧長所對之中心角叫做一個弧度 (Radian)。以弧

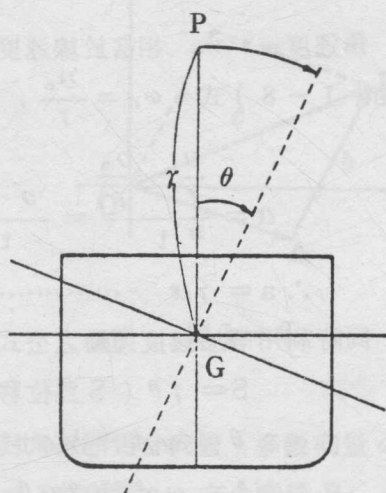


圖 1-5

度為單位來度量角度的方法叫做弧度法。

一個弧度約等於 $57^{\circ}17'45''$ ，反之圓周 360° 等於 2π 弧度。弧度法之優點為計算圓弧之長度時，將半徑乘以弧度數即可求得圓弧之長度。在微分及積分之計算方面亦相當適合。譬如半徑為 r 之圓，若其圓心角為 2 弧度的話，其圓弧之長度為 $2r$ 。半徑為 r 之圓的圓周長度，因為其圓心角為 2π ，所以圓周之長度為 $2\pi r$ 。因此在圖 1-5 中，當船舶傾斜時，若桅頂 P 點之線速度為 v 的話，船傾斜時的平均角速度以弧度來表示，則 v 與 ω 之關係可用下列式子來表示，

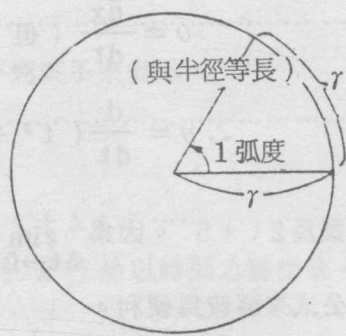


圖 1-6

$$v = r\omega \quad \dots\dots\dots 1-8$$

桅頂 P 點以船之重心 G 點為中心作圓周運動，P 點之角速度並非保持不變，當角速度隨著時間而增加或減少時，其單位時間之角速度增加（減少）量稱為角加速度（Angular acceleration）。通常以每秒 1 弧度之角位移，即 1 弧度 / 秒（1 rad / sec）代表角速度之單位。而以每秒 1 rad / sec 之角速度變化量亦即 1 弧度 / 秒²（1 rad / sec²）代表角加速度之單位。

初角速度為 ω_0 ， t 秒後之角速度為 ω ，則平均角加速度 α 為

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad \text{或} \quad \omega = \omega_0 + \alpha t \quad \dots\dots\dots 1-9$$

角速度 ω 、 ω_0 相當於線速度之 v 、 v_0 ；平均角加速度 α 相當於平均線加速度 a ，由（1-8）式， $\omega_0 = \frac{v_0}{r}$ ， $\omega = \frac{v}{r}$ ，將之代入公式（1-9），

$$\alpha = \frac{\frac{v}{r} - \frac{v_0}{r}}{t} = \frac{v - v_0}{tr} = \frac{a}{r}$$

$$\therefore a = r\alpha \quad \dots\dots\dots 1-10$$

同時利用等加速度運動之公式亦可導出下列公式。

$$\left. \begin{aligned} S &= r\theta \quad (S \text{ 為位移}) \\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega^2 &= \omega_0^2 + 2\alpha\theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 1-11$$

1.1.2. 向 量

(1) 向量與純量

航行中之船舶，每天正午測定船位，記入海圖中，同時算出由前一日正午位置至當日正午位置之距離與實際航向。同時在駕駛台，當觀測風力時，風力與風速均同時測定。諸如此類具有大小與方向之量叫做向量 (Vector)。與此相對的，船之長度，上甲板之面積，船的排水容積，船速等只需要其大小而無方向性。譬如說講到船速，如說「此船航速18節」，則這艘船每小時走18海浬的距離，至於向北航行或向南航行均不需要加以說明。像這樣的量就叫做純量 (Scalar)。表示向量的時候用粗體字 $a, b, c \dots A, B, C \dots$ 等。如果單單表示向量之大小 (絕對性) 的時候，則用一般印刷字體即可。用圖來表示向量的時候，如圖 1-7 所示，畫一直線表示向量之方向，直線之長短表示向量之大小。直線之末端以箭頭表示之。至於角速度，角加速度之圖示方法，則畫一直線代表其大小，再畫一轉動箭頭來代表旋轉方向 (如圖 1-7 中為右轉)。

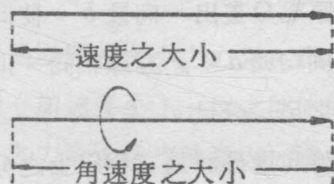


圖 1-7

(2) 向量之合成與分解

二個向量 a 與 b 合成時，如圖 1-8 所示，由原點 O 引出一條直線 OA 等於向量 a ，再由 A 點引出另一直線 AB 等於 b ，再由原點 O 至向量 b 之終點 B 畫一直線，此 OB 表示向量 c 的話，則 c 為向量 a 與向量 b 之和。

$$c = a + b \quad \dots\dots\dots 1-12$$

向量 c 叫做向量 a 與向量 b 之合向量。反之向量 a 與向量 b 為向量 c 之分向量。如此，將兩個以上之向量相加叫做向量的合成。

另外，二個向量合成的時候，由圖 1-8 中可以瞭解到與順序沒有關係。可以利用二個向量作為平行四邊形的兩個邊，畫一平行四邊形，其對角線即為合向量，多數向量 $a_1, a_2, a_3, \dots a_n$ 合成時，如圖 1-9 所示，先求向量 a_1 與向量 a_2 之合向量 R_1 ，再求 R_1 與 a_3 之合向量 R_2 ，依此順序最後求得全體之合向量 R 。如此依向量之多寡而畫出之三角形、四角形、多角形就叫做向量的三角形，四角形或多角形。到此為止的

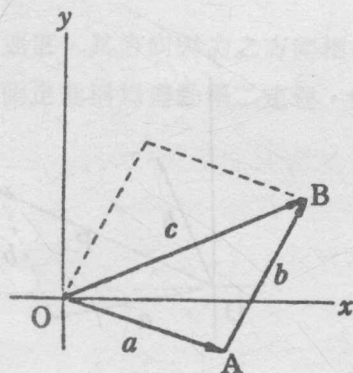


圖 1-8

說明均只限於向量的加法而已，當然向量的減法亦可用同樣的方法求得。最好的方法是將大小相等，方向相反的被減向量加在另一向量上即可，例如： $a - b$ 的話，將與 b 大小相等方向相反的向量 $(-b)$ 加在向量 a 之上即得。也就是 $a + (-b)$ ，利用圖來表示的話，就是圖 1-10。

其次，將一個向量 R 分成兩個以上之向量時就叫做向量的分解。如圖 1-11 所示，向量 R 由原點 O 開始朝向量 R 之方向畫出向量 R 。將向量 R 之末端與向量 a 之末端相連接，由原點 O 畫出一向量 b ，使向量 b 之大小及方向均與 aR 之連線相同，則向量 b 為向量 R 之另一分量。

將向量分解為三個以上之分量時，如圖 1-12 所示，將向量 R 當作多邊形之一個邊。在圖中將向量 R 分解為 a, b, c, d 四個分量。

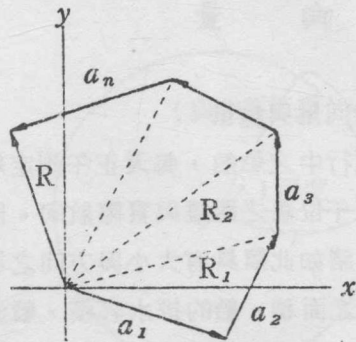


圖 1-9

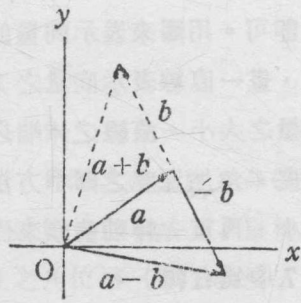


圖 1-10

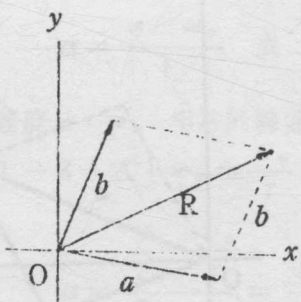


圖 1-11

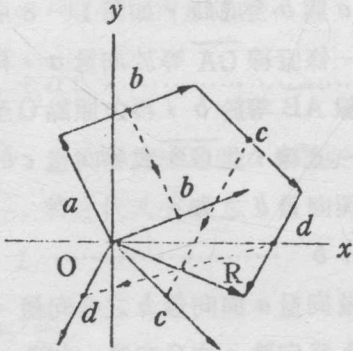


圖 1-12

綜合以上的說明，我們可以知道，當向量合成時，最後只能合成為一個向量，而向量分解時，則可分解成許多不同之分向量。

1.1.3. 運動定理

(1)運動第一定理

在無風的狀態下，將一個接近正圓之撞球的球在冰上滾動，則此球將可沿著一直線繼續滾動下去。實際上在球與冰之間有極小之摩擦力存在，同時滾動之球亦受到空氣之阻力的影響，因此滾動之球其速度漸漸慢下來，最後靜止不動。但是如果所有的阻力均沒有的話，球並不會停止下來，一直以同樣之速度轉動。總而言之，「當物體不受外力（摩擦力、空氣阻力等）之影響時，其運動狀態（靜止或運動）不會改變，亦沒有加速度產生。」這個性質稱為慣性（Inertia）。此定理稱為運動第一定理，或稱為伽利略（Galilei）的慣性定理。

因此，如果要改變物體的運動狀態，也就是說使物體具有加速度的話，非從外部施加作用不可，此種作用在力學上叫做「力」。

(2)運動第二定理

將同樣大小的二個鉛球及橡皮球並排在一起，同時施以同樣大小之力量，則橡皮球之轉動速度較快（加速度大），鉛球之轉動速度較慢（加速度小）。反之欲使同樣速度轉動之兩個鉛球及橡皮球停止，則鉛球方面所需要之力量比橡皮球還大，這是我們日常經驗所熟知的事實。由此事實可知，物體具有大小不等之慣性。在力學中稱之為鉛球之慣性比橡皮球大，也就是說欲使鉛球及橡皮球達到相同之加速度時，必須加更多的力在鉛球方面。總之每一個物體都具有一定之慣性，表示慣性之大小的量就叫做質量（mass）。

綜合以上所述，「當力量作用於物體上時，產生加速度，其方向與力之方向相等，其大小與作用力成正比，與物體之質量成反比」。這個定理稱為運動第二定理，假設力之大小為 f ，物體之質量為 m ，加速度為 a ，則

$$f \propto m a$$

以 k 表示上式之比例定數，

$$f = k m a$$

此式稱為運動方程式。

(3)運動第三定理

將手用力往牆壁按下去，立刻感覺到一股力量由牆壁上傳至手心上。當我們將手往牆壁上按下去時，只是想將力量作用在牆壁上而已，牆壁並沒有作用力於手心之意思。當某人(A)用手推另一人(B)時，如果B完全沒有用力時，則B可能跌倒，同時A也會感覺到由B身上傳來一股同樣大小的力量。如此「力在兩個物體之間永遠成對的存在，此成對之力大小相等方向相反」。此稱為運動第三定理（作用、反作用定理）。一方面的力稱為「作用力」。他方面的力稱為「反作用力」。