



“十三五”江苏省高等学校重点教材

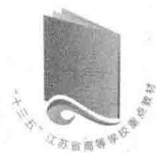
运筹学简明教程

主 编 李苏北 赵建强

副主编 窦建君 姜英姿 张红雷



科学出版社



“十三五”江苏省高等学校重点教材

(NO.2017-2-060)

运筹学简明教程

主 编 李苏北 赵建强

副主编 窦建君 姜英姿 张红雷



科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是普通高等院校运筹学课程的教材。全书系统而简明地介绍了运筹学的主要内容：线性规划、整数规划、目标规划、动态规划、网络计划技术、层次分析法、决策分析、存储论、排队论等。本书尽量避免复杂的理论证明，力求通俗易懂、简明扼要，以大量实例讲解了运筹学的基本原理、方法思路和计算步骤。各章后附有复习思考题和习题，以便读者进一步复习、消化书本知识和深入学习。

本书可供应用型本科院校统计学、应用统计学、信息与计算科学、数学与应用数学、经济、管理等各专业的本科生使用，也可供政府管理部门、企业、公司等管理干部及工程技术人员学习使用。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学简明教程/李苏北, 赵建强主编. —北京: 科学出版社, 2018. 9

“十三五”江苏省高等学校重点教材

ISBN 978-7-03-058600-1

I. ①运… II. ①李… ②赵… III. ①运筹学-高等学校-教材
IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 195598 号

责任编辑: 张中兴 梁 清 孙翠勤 / 责任校对: 彭珍珍

责任印制: 吴兆东 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京教图印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018 年 9 月第 一 版 开本: 720 × 1000 B5

2018 年 9 月第一次印刷 印张: 25 1/4

字数: 506 000

定价: 69.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

运筹学是 20 世纪 40 年代开始形成的一门应用型学科. 它广泛应用于工业、农业、交通运输、国防、通信、信息技术、大数据、人工智能等各个部门、各个领域, 主要解决最优生产计划、最优分配、最佳设计、最优决策、最佳管理等最优化问题. 掌握优化思想并善于对遇到的问题进行优化处理, 是当今社会各级各类管理人员、技术人员必备的基本素质. 运筹学就是帮助读者学会如何根据实际问题的特点, 抽象出不同类型的数学模型, 然后选择不同的方法进行计算. 运筹学解决实际问题的系统优化思想, 以及从提出问题、分析建模、求解到方案实施的一套严格科学的方法, 使得它在培养和提高人才素质方面起到了十分重要的作用. 运筹学已成为高等院校许多专业的必修课.

本书是为适应应用型本科院校各相关专业对运筹学课程教学的需要而编写的. 它是在我们多年的教学实践基础上, 吸收了目前国内运筹学教材的优秀成果, 反映了近年来运筹学的最新研究成果, 涵盖了由教育部所规定的运筹学课程要求的基本内容. 本书尽量避免复杂的理论证明, 力求通俗易懂、简明扼要地讲解运筹学的基本原理、方法思路和计算步骤. 本书注重联系实际, 以各种实际问题为背景引出运筹学各分支的基本概念、模型和方法, 并侧重各种方法及其应用.

本书在内容选择上, 兼顾了各层次读者的需要, 包含了运筹学的主要内容: 线性规划、整数规划、目标规划、动态规划、网络计划技术、层次分析法、决策分析、存储论、排队论等, 适合高等院校统计学、应用统计学、信息与计算科学、数学与应用数学、经济、管理等各专业教学的需求. 为帮助读者掌握教材的重点, 本书每章后附有复习思考题和习题供读者练习.

本书由李苏北、赵建强主编. 绪论、第 1 章、第 2 章、第 8 章由李苏北编写, 第 3 章、第 6 章、第 7 章、第 9 章、附录由赵建强编写, 第 4 章由姜英姿编写, 第 5 章由张红雷编写, 第 10 章由窦建君编写, 第 11 章由窦建君和赵建强共同编写. 李苏北和赵建强对全书进行了统稿.

由于编者水平有限, 书中若有不妥之处, 恳请读者批评指正.

编 者

2017 年 12 月

目 录

前言	
绪论	1
第 1 章 线性规划	7
1.1 线性规划问题及其数学模型	8
1.1.1 线性规划问题的几个实例	8
1.1.2 线性规划问题的数学模型	12
1.2 线性规划问题的解	15
1.2.1 线性规划问题的基本概念	15
1.2.2 图解法	17
1.2.3 线性规划问题解的特殊情况	19
1.2.4 线性规划问题解的基本性质	20
1.3 单纯形法	21
1.3.1 单纯形法的基本思路	21
1.3.2 线性规划的典式和单纯形表	24
1.3.3 最优性判别与基可行解的改进	28
1.3.4 单纯形法迭代步骤	29
1.4 初始基本可行解的确定	33
1.4.1 大 M 法	34
1.4.2 两阶段法	35
1.5 单纯形法的矩阵描述	39
复习思考题	41
习题 1	42
第 2 章 线性规划的对偶问题与灵敏度分析	46
2.1 对偶问题	46
2.1.1 对偶线性规划问题的提出	46
2.1.2 对偶问题的形式	48
2.1.3 对偶问题的基本性质	53
2.2 对偶单纯形法	60
2.2.1 对偶单纯形法的基本思路	60
2.2.2 对偶单纯形法的计算步骤	61

2.2.3	对偶单纯形法的优点	63
2.2.4	对偶单纯形法与单纯形法的区别	63
2.3	对偶线性规划的经济意义 —— 影子价格	65
2.3.1	影子价格的定义	65
2.3.2	影子价格的计算方法	65
2.3.3	影子价格的基本性质	67
2.3.4	影子价格的特点	68
2.3.5	影子价格在经济中的应用	68
2.4	灵敏度分析	71
2.4.1	目标函数系数的灵敏度分析	72
2.4.2	约束条件中常数项的灵敏度分析	75
2.4.3	增加新变量的灵敏度分析	77
2.4.4	添加一个新约束条件的灵敏度分析	79
	复习思考题	81
	习题 2	81
第 3 章	运输问题及其解法	85
3.1	运输问题的数学模型及特点	85
3.1.1	运输问题的数学模型	85
3.1.2	运输问题的特点	87
3.2	运输问题的表上作业法	88
3.2.1	求初始调运方案	89
3.2.2	最优解的判别 (检验数的求法)	93
3.2.3	方案的改进	95
3.2.4	表上作业法的步骤	98
3.3	产销不平衡运输问题	102
3.3.1	产大于销的运输问题	102
3.3.2	销大于产的运输问题	104
	复习思考题	107
	习题 3	107
第 4 章	整数规划	110
4.1	整数规划问题的基本概念	110
4.2	分枝限界法	114
4.2.1	分枝限界法的基本思想	114
4.2.2	分枝限界法的步骤与实例	115
4.3	求纯整数规划问题的割平面法	117

4.3.1	割平面法的基本思想	117
4.3.2	割平面法的求解步骤与举例	118
4.4	0-1 规划问题	124
4.4.1	0-1 规划问题概述	124
4.4.2	0-1 规划的解法	125
4.5	指派问题	127
4.5.1	指派问题的概念	127
4.5.2	指派问题的匈牙利算法	129
4.5.3	其他类型指派问题的求解	131
	复习思考题	134
	习题 4	135
第 5 章	目标规划	139
5.1	目标规划的基本概念与数学模型	141
5.1.1	目标规划问题的提出	141
5.1.2	目标规划的基本概念	141
5.1.3	目标规划的数学模型及建模步骤	145
5.2	目标规划的图解法	148
5.2.1	图解法的步骤	148
5.2.2	目标规划模型与线性规划模型在求解思想上的差别	151
5.3	目标规划的单纯形法	151
5.4	目标规划应用举例	155
	复习思考题	160
	习题 5	160
第 6 章	动态规划	164
6.1	多阶段决策问题	164
6.2	动态规划的基本概念	169
6.3	动态规划的基本原理和建立动态规划模型的步骤	171
6.3.1	最优化原理	171
6.3.2	建立动态规划模型的步骤	172
6.4	动态规划的求解方法	174
6.4.1	动态规划的解析法	175
6.4.2	动态规划的列表法	180
6.5	动态规划的应用	183
6.5.1	设备更新问题	183
6.5.2	生产与库存问题	186

6.5.3	随机动态规划	191
6.5.4	背包问题	193
	复习思考题	197
	习题 6	197
第 7 章	网络计划技术	201
7.1	网络图的组成及绘制	202
7.1.1	网络图的组成	202
7.1.2	网络图的绘制	204
7.2	网络图时间参数的计算	208
7.2.1	事项的时间参数	208
7.2.2	工序的时间参数	210
7.3	非肯定型网络	216
7.4	网络计划优化——关键路线法	218
7.4.1	时间与费用的关系	218
7.4.2	时间——费用优化	220
	复习思考题	222
	习题 7	223
第 8 章	层次分析法	227
8.1	层次分析法的基本原理与步骤	228
8.1.1	递阶层次结构的建立与特点	228
8.1.2	构造判断矩阵	229
8.1.3	层次单排序及一致性检验	230
8.1.4	层次总排序及一致性检验	233
8.1.5	层次分析法的基本步骤	234
8.2	层次分析法的应用	234
	复习思考题	238
	习题 8	238
第 9 章	决策分析	240
9.1	决策的基本概念	240
9.1.1	决策的概念	240
9.1.2	决策的分类	241
9.1.3	决策模型的基本要素	242
9.1.4	决策分析的特点	243
9.2	风险型决策	243
9.2.1	最优期望益损值决策	243

9.2.2	决策树法	244
9.2.3	完全情报及其价值	246
9.3	不确定型决策	247
9.3.1	等可能性准则	247
9.3.2	乐观准则	248
9.3.3	悲观准则	248
9.3.4	折中准则	249
9.3.5	后悔值准则	249
	复习思考题	250
	习题 9	250
第 10 章	存储论	253
10.1	存储问题的提出	253
10.2	基本概念	254
10.2.1	存储系统	254
10.2.2	存储策略	256
10.3	确定性存储系统的基本模型	257
10.3.1	模型 I——经典经济批量模型	257
10.3.2	模型 II——非即时补充的经济批量模型	259
10.3.3	模型 III——允许缺货的经济批量模型	262
10.4	其他模型选介	265
10.4.1	模型 IV——允许缺货、非即时补充的经济批量模型	265
10.4.2	模型 V——订价有折扣的存储模型	267
10.4.3	模型 VI—— (t_0, a, S) 策略模型	269
	复习思考题	274
	习题 10	274
第 11 章	排队论	277
11.1	排队系统综述	278
11.1.1	排队系统的基本构成	278
11.1.2	排队系统的分类描述	280
11.1.3	排队系统的数量指标	281
11.2	排队系统的数学模型	282
11.2.1	最简单流	282
11.2.2	负指数分布的服务时间	283
11.2.3	生死过程	283
11.2.4	基本模型	285

11.3 排队模型的应用	286
11.4 非马尔可夫排队模型	297
11.4.1 $M/G/1$ 模型	298
11.4.2 $M/D/1$ 模型	299
11.4.3 $M/E_k/1$ 模型	300
11.5 具有优先级的排队模型	302
11.6 排队系统的最优化	304
11.6.1 $M/M/1$ 模型中最优服务率 μ^* 的确定	304
11.6.2 $M/M/S$ 模型中最优服务台数 S^* 的确定	306
复习思考题	307
习题 11	308
附录 上机实验	310

本章基本要求

1. 了解运筹学研究的特点;
2. 理解运筹学研究的工作步骤.

一、概 述

运筹学是用数学方法研究各种系统最优化问题的一门学科. 其研究方法是应用数学语言来描述实际系统, 建立相应的数学模型并对模型进行研究和分析, 据此求得模型的最优解; 其目的是制订合理运用人力、物力和财力的最优方案; 为决策者提供科学决策的依据; 其研究对象是各种社会系统, 可以是对新的系统进行优化设计, 也可以是研究已有系统的最佳运营问题. 因此, 运筹学既是应用数学, 也是管理科学, 同时也是系统工程的基础之一.

运筹学一词起源于 20 世纪 30 年代, 其英文原名为 operations research 或 operational research, 缩写为 O.R, 可直译为“运用研究”或“作业研究”. 由于运筹学涉及的主要领域是管理问题, 研究的基本手段是建立数学模型, 并比较多地运用各种数学工具, 从这点出发, 曾有人将运筹学称为“管理数学”. 1955 年我国从“夫运筹策帷帐之中, 决胜于千里之外”(见《史记·高祖本纪》) 这句古语中摘取“运筹”二字, 将 O.R 正式译作运筹学, 比较恰当地反映了这门学科的性质和内涵.

朴素的运筹学思想在我国古代文献中就有不少记载, 例如齐王赛马和丁渭主持皇宫的修复等故事, 但运筹学这个名词的正式使用是在 1938 年, 当时英国为解决空袭的早期预警, 做好反侵略战争准备, 积极进行“雷达”的研究. 但随着雷达性

能的改善和配置数量的增多,出现了来自不同雷达站的信息以及雷达站同整个防空作战系统的协调配合问题. 1938年7月,波得塞(Bawdsey)雷达站的负责人罗伊(A. P. Rowe)提出立即进行整个防空作战系统运行的研究,并用“operational research”一词作为这方面研究的描述,这就是O.R(运筹学)这个名词的起源. 运筹学小组的活动开始局限于对空军战术的研究,以后扩展到海军和陆军,并参与战略决策的研究. 这种研究在美国、加拿大等国很快得到效仿. 第二次世界大战中,各国的运筹学小组广泛进行了如何提高轰炸效果或侦察效果,如何用水雷有效封锁敌方海面和其他战略战术方面的分析,为取得反法西斯战争的胜利作出了贡献. 1939年苏联学者康托维奇出版了《生产组织与计划中的数学方法》一书,对列宁格勒胶合板厂的计划任务建立了一个线性规划的模型,并提出了“解乘法”的求解方法,为数学与管理科学的结合作出了开创性的工作.

第二次世界大战后,运筹学的研究主要转向经济方面,重点集中在如何用一定的投入生产更多的产出或一定的产出如何用更少的投入来生产,从而使运筹学在管理科学中获得了长足的发展. 随着战后各国工业的逐步恢复和繁荣,由于组织内与日俱增的复杂性和专门化所产生的问题,人们认识到这些问题基本上与战争中曾经面临的问题类似,只是具有不同的现实环境而已,运筹学就这样深入工商企业和其他部门,并在20世纪50年代以后得到了广泛的应用. 对于系统配置、聚散、竞争的运用机理的深入研究和应用形成了比较完备的一套理论,如规划论、排队论、存储论、决策论等等. 由于其理论上的不断成熟,加上电子计算机的问世又反过来促进了运筹学的发展,经过科学家们60多年的不断探索,目前运筹学已成为一个门类齐全、理论完善,有着广泛应用前景的新兴学科.

近年来,有关运筹学的应用和理论研究都得到迅速发展. 在理论研究方面,涌现出许多新的模型方法和算法. 随着运筹学在各种专业学科中的广泛应用,结合专业特点,产生和发展了许多新的专业分支. 研究的内容有军事运筹学、运筹学在卫生医疗系统中的应用、运筹学在交通运输中的应用、运筹学在旅游观光事业中的应用、运筹学在体育运动中的应用以及能源运筹学模型、教育运筹学模型、刑事司法运筹学模型等. 而且,运筹学与相关学科的交叉渗透还将进一步得到发展.

另一方面,随着运筹学应用逐渐向复杂的社会大系统渗透,运筹学的研究内容已出现了定量分析和定性分析相结合的发展趋势. 同时,运筹学的发展与计算机技术的发展密切相关. 计算机的飞速发展将深刻地影响着运筹学将来的发展. 随着计算机技术的提高,许多目前还不能求解的运筹学问题在将来会被解决. 运筹学的应用也会被推向越来越广的领域.

随着信息技术的飞速发展,运筹学的应用领域还将进一步得到拓宽和发展. 研究如何应用现代信息技术和运筹学为社会经济系统服务将成为运筹学的一项重要内容.

二、运筹学研究的基本特点及步骤

(一) 运筹学研究的基本特点

运筹学研究的基本特点是：考虑系统的整体优化、多学科的配合以及模型方法的应用。

系统的整体优化 所谓系统可以理解为是由相互关联、相互制约、相互作用的一些部分组成的，具有某种功能的有机整体。例如一个企业的经营管理是由很多子系统组成，包括生产、销售、技术、供应、财务等，各子系统的工作好坏直接影响企业经营管理的优劣。但各子系统的目标往往不一致，生产部门为提高劳动生产率希望尽可能增大批量；销售部门为满足更多用户需要，要求增加花色品种；财务部门希望减少积压，加速流动资金周转，降低成本。运筹学不是对每一个决策行为孤立进行评价，而是把它同系统内所有其他重要的相互作用结合起来做出评价，把相互影响的各方面作为一个统一体，从总体利益的观点出发，寻找出一个优化协调的方案。

多学科的配合 一个企业的有效管理涉及很多方面，运筹学研究中吸收来自不同领域、具有不同经验和技能的专家。由于专家们来自不同的学科领域，具有不同的经历经验，增强了发挥小组集体智慧提出问题和解决问题的能力；这种多学科的协调配合在研究的初期，在分析和确定问题的主要方面，在选定和探索解决问题的途径时，显得特别重要。

模型方法的应用 在各门学科的研究中广泛应用实验的方法，但运筹学研究的系统往往不能搬到实验室来，代替的方法是建立这个问题的数学和模拟的模型，如果说辅助决策是运筹学应用的核心，建立模型则是运筹学方法的精髓，围绕着模型的建立、修正与应用。

(二) 运筹学的研究步骤

1. 分析与表述问题

首先对研究的问题和系统进行观察分析，归纳出决策的目标及制订决策时在行动和时间等方面的限制。分析时往往先提出一个初步的目标，通过对系统中各种因素和相互关系的研究，使这个目标进一步明确化。此外还需要有关人员进一步讨论，明确有关研究问题的过去与未来，问题的边界、环境以及包含这个问题在内的更大系统的有关情况，以便在对问题的表述中明确要不要把整个问题分成若干较小的子问题，确定问题中哪些是可控的决策变量，哪些是不可控的变量、确定限制变量取值的工艺技术条件及对目标的有效度量等。

2. 建立模型

模型是真实系统的代表, 是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表达, 模型表达了问题中可控的决策变量、不可控变量、工艺技术条件及目标有效度量之间的相互关系. 模型的正确建立是运筹学研究中的关键一步, 对模型的研制是一项艺术, 它是将实际问题、经验、科学方法二者有机结合的创造性的工作. 建立模型的好处: ① 使问题的描述高度规范化, 如管理中, 对人力、设备、材料、资金的利用安排都可以归纳为所谓资源的分配利用问题, 可建立起一个统一的规划模型, 而对规划模型的研究代替了对一个个具体问题的分析研究; ② 建立模型后, 可以通过输入各种数据资料, 分析各种因素同系统整体目标之间的因果关系, 从而确立一套逻辑的分析问题的程序方法; ③ 建立系统的模型为应用电子计算机来解决实际问题架设起桥梁. 建立模型时既要尽可能包含系统的各种信息资料, 又要抓住本质的因素. 一般建模时应尽可能选择建立数学模型, 但有时问题中的各种关系难于用数学语言描绘或问题中包含的随机因素较多时, 也可以建立起一个模拟的模型, 即将问题的因素、目标及运行时的关系用逻辑框图的形式表示出来.

一个典型的运筹学模型包括以下部分:

- (1) 一组需要通过求解模型确定的决策变量;
- (2) 一个反映决策目标的目标函数;
- (3) 一组反映系统复杂逻辑和约束关系的约束方程;
- (4) 模型要使用的各种参数.

3. 对问题求解

即用数学方法或其他工具对模型求解. 根据问题的要求, 可分别求出最优解、次最优解或满意解; 依据对解的精度的要求及算法上实现的可能性, 又可区分为精确解和近似解等.

4. 对模型和由模型导出的解进行检验

将实际问题的数据资料代入模型, 找出的精确的或近似的解. 为了检验得到的解是否正确, 常采用回溯的方法. 即将历史的资料输入模型研究得到的解与历史实际的符合程度以判断模型是否正确. 当发现有较大误差时, 要将实际问题同模型重新对比, 检查实际问题中的重要因素在模型中是否已考虑, 检查模型中各公式的表达是否前后一致, 检查模型中各参数取极值情况时问题的解, 以便发现问题进行修正.

5. 建立起对解的有效控制

任何模型都有一定的适用范围, 模型的解是否有效要首先注意模型是否有效,

并依据灵敏度分析的方法,确定最优解保持稳定时的参数变化范围.一旦外界条件参数变化超出这个范围,及时对模型及导出的解进行修正.

6. 方案的实施

这是很关键但也是很困难的一步.只有实施方案后研究成果才能有收获.这一步要求明确:方案由谁去实施,什么时间去实施,如何实施,要求估计实施过程可能遇到的阻力,并为此制订相应的克服困难的措施.

三、运筹学的主要研究分支

运筹学按所解决问题性质上的差别,将实际的问题归结为不同类型的数学模型.这些不同类型的数学模型构成了运筹学的各个分支,主要的分支有以下八个:

线性规划 经营管理中如何有效地利用现有人力物力完成更多的任务,或在预定的任务目标下,如何耗用最少的人力物力去实现.这类统筹规划的问题用数学语言表达,先根据问题要达到的目标选取适当的变量,问题的目标通过用变量的函数形式表示(称为目标函数),对问题的限制条件用有关变量的等式或不等式表达(称为约束条件).当变量连续取值,且目标函数和约束条件均为线性时,称这类模型为线性规划的模型.有关对线性规划问题建模、求解和应用的研究构成了运筹学中的线性规划分支.

非线性规划 如果上述模型中目标函数或约束条件不全是线性的,对这类模型的研究便构成了非线性规划的分支.

动态规划 有些经营管理活动由一系列阶段组成,在每个阶段依次进行决策,而且各阶段的决策之间互相关联,因而构成一个多阶段的决策过程.动态规划则是研究一个多阶段决策过程总体优化的问题.

图与网络分析 生产管理中经常碰到工序间的合理衔接搭配问题,设计中经常碰到研究各种管道、线路的通过能力以及仓库、附属设施的布局等问题,运筹学中把一些研究的对象用节点表示,对象之间的联系用连线(边)表示,点边的集合构成图;如果给图中各边赋予某些具体的权数,并指定了起点和终点,称这样的图为网络图.图与网络分析这一分支通过对图与网络性质及优化的研究,解决设计与管理中的实际问题.

存储论 为了保证企业生产正常进行,需一定数量材料和物资的储备.存储论则是研究在各种供应和需求条件下,应当在什么时间,提出多大的订货批量来补充储备,使得用于采购、储存和可能发生的短缺的费用损失的总和为最少等问题的运筹学分支.

排队论 是一种研究排队服务系统工作过程优化的数学理论和方法.在这类

系统中,服务对象何时到达以及系统对每个对象的服务时间是随机的.排队论通过找出这类系统工作特征的数值,为设计新的服务系统和改进现有系统提供数量依据.工业企业生产中多台设备的看管、机修服务等部属于这类服务系统.

对策论 一种用来研究具有对抗性局势的模型.在这类模型中,参与对抗的各方均有一组策略可供选择,对策论的研究为对抗各方提供为获取对自己有利的结局应采取的最优策略.

决策论 在一个管理系统中,采用不同的策略会得到不同的结局和效果.由于系统状态和决策准则的差别,对效果的度量和决策的选择也有差异.决策论通过对系统状态的性质、采取的策略及效果的度量进行综合研究,以便确定决策准则,并选择最优的决策方案.

本章基本要求

1. 理解线性规划的基本概念;
2. 理解线性规划的一般形式与标准形式, 能够把前者转化为后者;
3. 掌握线性规划问题的可行解、最优解、基、基本解、基本可行解以及可行基等重要概念;
4. 能正确用图解法来解答两个变量的线性规划问题, 在此基础上了解线性规划问题解的情况;
5. 掌握凸集及其顶点的定义;
6. 理解确定初始基可行解的方法, 理解从一个基可行解转换为另一个基可行解的思路及方法;
7. 理解检验数的定义、由来, 并会利用检验数判断解的情况;
8. 能熟练准确地用单纯形法列表求解线性规划问题;
9. 掌握人工变量法 (大 M 法及两阶段法).

线性规划是运筹学的一个重要分支, 它所研究的问题大致可分为两类: 一类是已知一定量的人力、财力、物力等资源, 研究如何运用这些资源使完成的任务最多; 另一类是给定一项任务, 研究如何统筹安排, 才能以最少的人力、财力、物力等资源来完成该任务. 这两类问题实际上是同一问题的两个方面, 都是寻求某个整体指标的最优化问题.