

普通高等教育“十三五”土木工程系列规划教材

土木工程测量

○ 王波 王修山 主编

EDUCATION



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



免费电子课件

普通高等教育“十三五”土木工程系列规划教材

土木工程测量

主编 王波 王修山
副主编 曹志刚 张伟富
牟洪洲 孙莉
参编 马明舟 隋惠权
王旭华 刘文谷 姚舜
主审 张书毕



机械工业出版社

本书一共分为四部分：第一部分（第1~5章）介绍测量学的基本知识、基本理论及基本仪器的构造和使用，主要包括绪论、水准测量、角度测量、距离测量和测量误差基础；第二部分（第6~10章）主要介绍小地区控制测量、GNSS测量原理与方法、地形图基础、大比例尺地形图测绘及地形图的应用；第三部分（第11~15章）介绍施工测量的相关知识，包括施工测量基本工作、工业与民用建筑施工测量、管道工程测量、路线测量、隧道与桥梁测量；第四部分是附录，介绍了测量实验和测量实习。为满足教学需要，每章后面都附有思考题与练习题。

本书具有实践性强、理论和实践相结合的特点，适用于土木工程、水利工程、环境工程、建筑学、城市规划、农业与林业、电力等相关专业，可作为其教学用书，也可作为土建行业施工技术人员的参考书和继续教育教材。

本书配套有授课PPT、测量仪器操作视频、练习题答案等资源，免费提供给选用本书的授课教师，需要者请登录机械工业出版社教育网（www.cmpedu.com）下载。

图书在版编目（CIP）数据

土木工程测量/王波，王修山主编. —北京：机械工业出版社，2018.9

普通高等教育“十三五”土木工程系列规划教材

ISBN 978-7-111-60729-8

I. ①土… II. ①王… ②王… III. ①土木工程-工程测量-高等学校-教材 IV. ①TU198

中国版本图书馆CIP数据核字（2018）第194008号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）

策划编辑：李 帅 责任编辑：李 帅 高凤春 马军平

责任校对：刘 岚 封面设计：张 静

责任印制：孙 炜

北京中兴印刷有限公司印刷

2018年11月第1版第1次印刷

184mm×260mm·22.5印张·551千字

标准书号：ISBN 978-7-111-60729-8

定价：53.90元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线：010-88379833

机工官网：www.cmpbook.com

读者购书热线：010-88379649

机工官博：weibo.com/cmp1952

教育服务网：www.cmpedu.com

封面无防伪标均为盗版

金书网：www.golden-book.com

前 言

《土木工程测量》是以高等学校土木工程专业教学指导委员会颁布的专业培养指导性意见为依据编写的。本书适用于土木工程、水利工程、环境工程、建筑学、城市规划、农业与林业、电力等相关专业，可作为其教学用书，也可作为土建行业施工技术人员的参考书和继续教育教材。

“土木工程测量”是土木工程专业的核心课程，是一门理论与实践相结合的课程。本书在编写过程中，注重教材的科学性、实用性、普适性，与时俱进，以满足普通院校同类专业的需求，同时探索应用更多的教学方法，注重理论教学与实践教学的结合，传统内容与现代内容的互相补充，扩充新知识、新技能、新成果，充分与实际工程相结合。另外，充分考虑了“土木工程测量”中最核心的“测”“算”“绘”三个方面，兼顾传统与现代，引入了成熟的先进技术。“测”除了传统的水准仪、经纬仪等基本的仪器，还重点介绍了目前的主流仪器——电子全站仪、数字水准仪与 GNSS RTK；“算”的重点是基本计算能力的培养，如基本测量方法和施工测量计算等；“绘”则是利用 SV300 以及 CASS 数字测图软件进行数字图的测绘与应用，在施工测量中利用全站仪、GNSS RTK 进行数字化放样。

本书编写人员及分工：重庆大学张伟富编写第 1、8、10 章；大连理工大学马明舟编写第 2 章；大连民族学院隋惠权编写第 3 章；大连大学王波编写第 4 章；大连大学王旭华编写第 5 章；重庆大学刘文谷编写第 6 章；海军大连舰艇学院姚舜编写第 7 章；大连大学孙莉编写第 9 章；河北科技师范学院曹志刚编写第 11、12 章；辽宁科技学院牟洪洲编写第 13、14、15 章；浙江理工大学王修山编写附录。本书由王波、王修山担任主编，并由王波统稿，由中国矿业大学张书毕担任主审，在此表示感谢。

由于编者水平有限，书中可能存在不足之处，敬请读者批评指正。

编 者

目 录

前 言

第 1 章	绪论	1
1.1	测量学简介	1
1.2	地球的形状和大小	2
1.3	地面点位的确定	3
1.4	用水平面代替水准面的限定	7
1.5	测量工作概述	9
	本章小结	10
	思考题与练习题	10
第 2 章	水准测量	11
2.1	水准测量的基本原理	11
2.2	水准测量的仪器和工具	12
2.3	微倾式水准仪的操作过程	16
2.4	水准测量及成果整理	19
2.5	水准仪和水准尺的检验校正	31
2.6	三、四等水准测量	35
2.7	水准测量的误差来源及注意事项	38
2.8	自动安平水准仪	42
2.9	电子水准仪	44
	本章小结	49
	思考题与练习题	50
第 3 章	角度测量	52
3.1	角度测量原理	52
3.2	光学经纬仪的结构及其读数装置	53

3.3 水平角测量	59
3.4 竖直角测量	62
3.5 DJ ₆ 型光学经纬仪的检验与校正	66
3.6 电子经纬仪	70
3.7 角度测量误差分析及注意事项	75
本章小结	77
思考题与练习题	77

第4章 距离测量 79

4.1 钢尺量距	79
4.2 视距测量	86
4.3 电磁波测距	90
4.4 直线定向	94
4.5 南方测绘 NTS-360 全站仪	97
4.6 苏一光 RTS-112RL 全站仪	109
本章小结	117
思考题与练习题	117

第5章 测量误差基础 119

5.1 测量误差概述	119
5.2 评定精度的指标	121
5.3 误差传播定律	123
5.4 等精度直接观测值的最可靠值与精度评定	125
5.5 非等精度直接观测值的最可靠值与精度评定	127
本章小结	129
思考题与练习题	129

第6章 小地区控制测量 130

6.1 控制测量概述	130
6.2 导线测量	133
6.3 交会法定点	142
6.4 三角高程测量	145
本章小结	148
思考题与练习题	148

第7章 GNSS 测量原理与方法 149

7.1 概述	149
--------------	-----

7.2 GNSS 的组成	150
7.3 GNSS 时空坐标系	153
7.4 GNSS 定位原理	157
7.5 GNSS 测量的实施	160
本章小结	163
练习题与思考题	163

第 8 章 地形图基础 164

8.1 地形图的比例尺	164
8.2 地形图的分幅与编号	165
8.3 地形图图外注记	168
8.4 地物符号	169
8.5 地貌符号	172
本章小结	175
思考题与练习题	175

第 9 章 大比例尺地形图测绘 177

9.1 测图前的准备工作	177
9.2 碎部点的测量方法	179
9.3 大比例尺地形图的解析测绘方法	179
9.4 大比例尺数字图的测绘	185
本章小结	221
思考题与练习题	221

第 10 章 地形图的应用 223

10.1 地形图的识读	223
10.2 地形图应用的基本内容	225
10.3 图形面积的量算	227
10.4 地形图在工程中的应用	229
10.5 数字地形图的应用	234
本章小结	256
思考题与练习题	256

第 11 章 施工测量基本工作 257

11.1 已知水平距离测设	257
11.2 已知水平角测设	258
11.3 已知高程测设	258

11.4 点的平面位置测设	260
11.5 已知坡度直线测设	262
本章小结	263
思考题与练习题	263
第 12 章 工业与民用建筑施工测量	264
12.1 施工测量概述	264
12.2 民用建筑施工测量	267
12.3 工业建筑施工测量	274
12.4 建筑物变形观测概述	280
12.5 竣工总平面图编绘	287
本章小结	289
思考题与练习题	289
第 13 章 管道工程测量	290
13.1 管道工程测量概述	290
13.2 管道中线测量	290
13.3 管道纵、横断面图测绘	291
13.4 管道施工测量	294
13.5 管道竣工测量	298
本章小结	299
思考题与练习题	299
第 14 章 路线测量	301
14.1 路线测量概述	301
14.2 路线中线测量	301
14.3 圆曲线及其测设	304
14.4 平曲线及其测设	309
14.5 路线纵、横断面图测量	316
14.6 路线施工测量	317
本章小结	320
思考题与练习题	320
第 15 章 隧道与桥梁测量	322
15.1 隧道测量概述	322
15.2 洞外控制测量	323
15.3 隧道施工测量	324

15.4 洞内控制测量	327
15.5 竖井联系测量	328
15.6 桥位控制测量	332
15.7 桥墩测设	334
本章小结	335
思考题与练习题	336

附录 337

附录 A 测量实验	337
附录 B 测量实习	349

参考文献 351

第1章

绪论

1.1 测量学简介

1.1.1 测量学的定义

测量学是研究地球的形状和大小，确定地面物体的空间位置信息，并将这些信息进行处理、存储、管理和应用的科学。

测量学将地表物体分为地物和地貌。

1) 地物：地面上的固定物体（天然或人工形成的物体）。它包括湖泊、房屋、道路和桥梁等。

2) 地貌：地面上的高低起伏。它包括山地、丘陵和平原等。

地物和地貌总称为地形。

1.1.2 测量学的任务

测量学的主要任务是测定和测设。

1) 测定：采集描述地面物体的空间位置信息的工作，即使用仪器和工具对地面点进行测量和计算，从而获得一系列数据，或根据测得的数据将地球表面的地形缩绘成地形图，供科学的研究和工程建设规划设计使用。

2) 测设：将在地形图上设计出的建筑物和构筑物的位置通过测量在实地标定出来，作为施工的依据。

1.1.3 测量学的作用

人类从原始社会后期，就在生产劳动、部落间交往和征战中逐步学会了使用测量手段来了解和利用周围的自然环境，以使自己的活动能得到更多的收获。随着社会的发展，测量在国民经济规划、工程建设、国防建设、地球科学与空间科学等方面都得到了更为广泛的应用，测量本身也有较大发展。

1. 测量信息是在国民经济规划中最重要的信息之一

城市规划、农村规划等各种规划首先要有规划区的地形图。例如，以地形图为基础，补充农业专题调查资料编制各种专题图，从中了解到各类土地利用的现状，土地变化趋势，农田开发建设的水、土、气候等条件，农田和林地、牧地及工业、交通、城镇建设的关系等情

况，这些都是农业规划的依据。

2. 测量是各种工程建设中保证工程质量的一项重要工作

工程项目建设基本上都可划分为勘测设计、施工、竣工验收和生产运营四个阶段。勘测设计阶段要有精确的测量成果和地形图，才能保证工程的选址、选线、设计得到经济合理的方案，因此测量学在此阶段主要起提供地形图的作用。在施工中，通过放样测量把已确定的设计内容精确地落实到实地上，对保证工程质量有着相当关键的作用，因此施工阶段测量学的作用就重点在施工放样上。竣工测量资料则是工程交付使用后进行妥善管理的重要图件，所以测量学在竣工阶段的作用就是竣工测量。对于大型工程建筑，为了及时发现建筑物的变形和位移，以便采取措施，防止重大事故发生，在使用期间定期进行监测更是不可忽视的环节，故生产运营阶段测量学的作用就是变形观测。因此，在工程建设的各个阶段都需要充分的测量来保证质量。

3. 测量是国防建设中不可缺少的工具

现代大规模的各兵种协同作战，精确的测绘成果成图是不可缺少的重要保障。至于远程导弹、人造卫星或航天器的发射，要保证它精确入轨，随时校正轨道和命中目标，除了应测算出发射点和目标点的精确坐标、方位、距离外，还必须掌握地球形状、大小的精确数据和有关地域的重力场资料。

4. 在发展地球科学和空间科学等现代科学方面，测量工作的作用不可忽视

地表形态和地面重力的许多重要变化，有些来源于地壳和它的板块构造的运动，有些来源于地球大气圈、生物圈各种因素的影响和变化。因此，通过对地表形态和地面重力的变化进行分析研究，可以探索地球内部的构造及其变化；通过对地表形态变迁的分析研究，可以追溯各个历史时期地球大气圈、生物圈各种因素的变化。许多地球科学新理论的建立，往往是地球物理学者和测量学者共同努力的结果。对空间科学技术发展来说，测量是不可缺少的基础，同时，空间科学技术的发展也反过来为测量科学技术提供了新的手段和新的发展领域。

1.2 地球的形状和大小

测量学的实质是确定地面点的空间位置。要确定地面点的相互位置关系，就需要建立一个坐标系统，因此地面点的坐标与地球的形状和大小有着密切的关系。

公元前六世纪毕达哥拉斯首创地圆说，到1519—1522年麦哲伦探险队绕地球一周后，地球是圆的得以公认。随着科学的发展，科学工作者进行了大量的精密测量工作，发现地球是个近似圆球的椭球，测量上把它命名为椭球体，并精确地测定了这个椭球体的大小。

测量工作是在地球的自然表面进行的，而地球表面是不规则的，有陆地、海洋、高山和平原。我们知道，地球表面上海洋的面积约占71%，陆地的面积约占29%，因此我们把地球的形状看作是海水包围的球体，也就是假想静止不动的水面延伸穿过陆地，包围了整个地球，形成一个闭合的曲面，这个曲面称为水准面。水准面是受地球重力影响而形成的，它的特点是面上任意一点的铅垂线都垂直于该点的曲面，如图1-1a所示。

水面是可高可低的，因此符合这个特点的水准面有无数个，其中与平均海平面相吻合的水准面称为大地水准面。大地水准面是测量的基准面，如图1-1b所示。这个大地水准面所

包围的球体，测量上称为大地体。我们用大地体来形容地球是比较形象的。但是，由于地球的密度不均匀，造成地面各点重力方向没有规律，因而大地水准面是个极不规则的曲面，不能直接用来测图。为了解决这个问题，选择一个非常接近大地水准面，并可用数学式表示的几何形体来代表地球总的形状，这个数学形体是由椭圆 NWSE 绕其短轴 NS 旋转而成的旋转椭球体，又称地球椭球体。其旋转轴与地球自转轴重合，如图 1-1c 所示，其表面称为旋转椭球面（参考椭球面）。

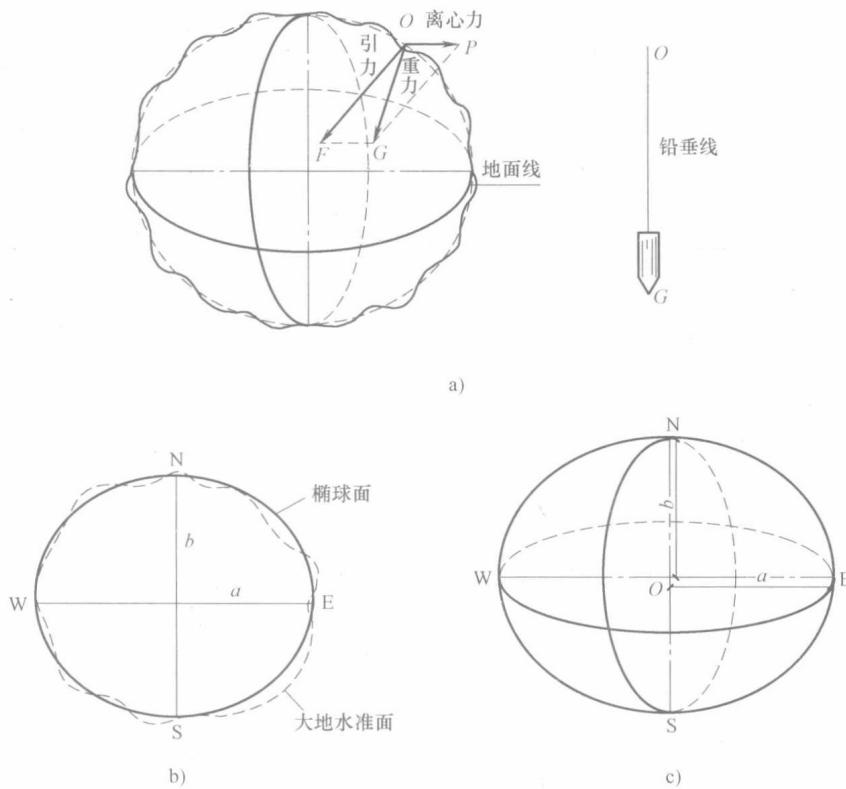


图 1-1 大地水准面与地球椭球

a) 地球重力线 b) 大地水准面 c) 旋转椭球体

决定地球椭球体的大小和形状的元素为椭圆的长半轴 a 、短半轴 b 、扁率 f ，其关系为

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (1-1)$$

目前我国采用的地球椭球体的参数为 $a=6378.140\text{km}$, $b=6356.755\text{km}$, $f=1:298.257$ 。

由于地球椭球体的扁率很小，当测区面积不大时，可以将其当作圆球看待，其半径 R 按下式计算（其近似值为 6371km ）。

$$R = \frac{2a+b}{3} \quad (1-2)$$

1.3 地面点位的确定

空间是三维的，表示地面点在某个空间坐标系中的位置需要三个参数，确定地面点位的

实质就是确定其在某个空间坐标系中的三维坐标。

测量上将空间坐标系分解成确定点的球面位置的坐标系（二维）和高程系（一维）。

确定点的球面位置的坐标系有地理坐标系和平面直角坐标系两类。

1.3.1 地理坐标系

1. 天文地理坐标系

天文地理坐标又称天文坐标，表示地面点在大地水准面上的位置，它的基准是铅垂线和大地水准面，它用天文经度 λ 和天文纬度 φ 两个参数来表示地面点在球面上的位置。

如图 1-2 所示，过地面上任一点 P 的铅垂线与地球旋转轴 NS 所组成的平面称为该点的天文子午面，天文子午面与大地水准面的交线称为天文子午线，也称经线。过英国格林尼治天文台 G 的天文子午面称为首子午面。

P 点天文经度：过 P 点的天文子午面 NMS 与首子午面 NGS 的两面角，从首子午面向东或向西计算，取值范围是 $0^\circ \sim 180^\circ$ ，在首子午面以东为东经，以西为西经。

过 P 点垂直于地球旋转轴的平面与地球表面的交线称为 P 点的纬线，过球心 O 的纬线称为赤道。

P 点天文纬度： P 点的铅垂线与赤道平面的夹角，自赤道起向南或向北计算，取值范围为 $0^\circ \sim 90^\circ$ ，在赤道以北为北纬，以南为南纬。

可以应用天文测量方法测定地面点的天文经度和天文纬度。例如，重庆地区的概略天文地理坐标为东经 $106^\circ 30'$ ，北纬 $29^\circ 33'$ 。

2. 大地地理坐标系

大地地理坐标又称大地坐标，是表示地面点在参考椭球面上的位置，它的基准是法线和参考椭球面，它用大地经度 L 和大地纬度 B 表示。

如图 1-3 所示， P 点大地经度为过 P 点的大地子午面和首子午面所夹的两面角 L ， P 点大地纬度为过 P 点的法线与赤道面的夹角 B 。

大地经度、纬度是根据起始大地点（又称大地原点，该点的大地经纬度与天文经纬度一致）的大地坐标，按大地测量所得的数据推算而得的。

我国以陕西省泾阳县永乐镇大地原点为起算点建立的大地坐标系称为“1980 西安坐标系”，简称 80 坐标系或西安坐标系。

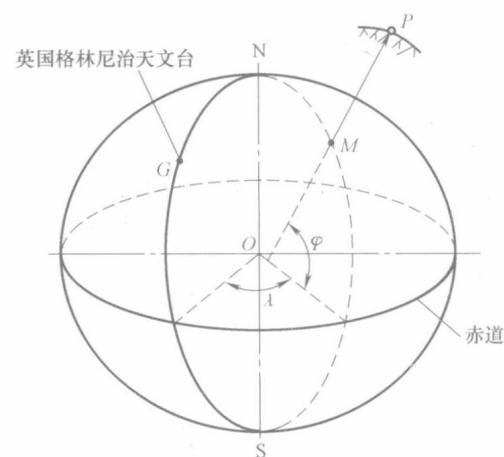


图 1-2 天文地理坐标

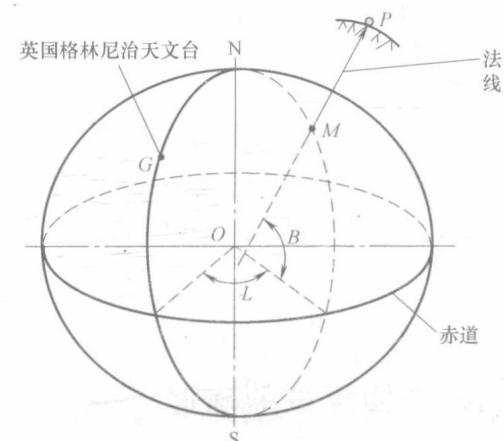


图 1-3 大地地理坐标

通过与前苏联 1942 年普尔科沃坐标系联测，经我国东北传算过来的坐标系称为“1954 北京坐标系”，其大地原点位于前苏联列宁格勒天文台中央。

1.3.2 平面直角坐标系

地理坐标对局部测量工作来说是非常不方便的。例如，在赤道上， $1''$ 的经度差或纬度差对应的地面距离约为 30m。测量计算最好在平面上进行，但地球是一个不可展开的曲面，必须通过投影的方法将地球表面上的点位化算到平面上。地图投影有多种方法，我国采用的是高斯-克吕格正形投影，简称高斯投影。

1. 高斯平面直角坐标

高斯投影采用分带投影法，使带内最大变形控制在精度允许范围之内，一般采用 6° 分带法。首先是将地球按经线划分成投影带；投影带是从格林尼治天文台首子午线起算，每隔经度 6° 划为一带（称为 6° 带），如图 1-4 所示，自西向东将整个地球划分为 60 个带。带号从首子午线开始，用阿拉伯数字表示，位于各带中央的子午线称为该带的中央子午线，如图 1-5 所示，第一个 6° 带的中央子午线的经度为 3° ，任意一个带中央子午线经度 λ 可按下式计算

$$\lambda = 6N - 3 \quad (1-3)$$

式中 N —— 6° 带的带号。



图 1-4 投影分带

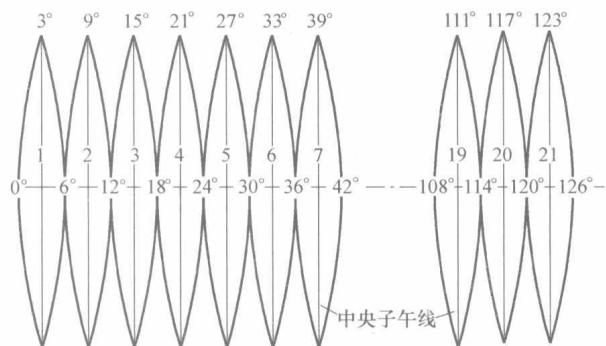


图 1-5 6° 带中央子午线及带号

投影时，设想有一个椭圆柱筒，如图 1-6 所示，将其套在地球椭球体上旋转，使其中心线通过球心，并且椭圆柱面与要投影的那一带中央子午线相切，在球面图形与柱面图形保持等角的条件下，将球面上图形投影在圆柱面上，然后将圆柱体沿着通过南北极母线切开并展开成平面。投影后，中央子午线与赤道为互相垂直的直线，以中央子午

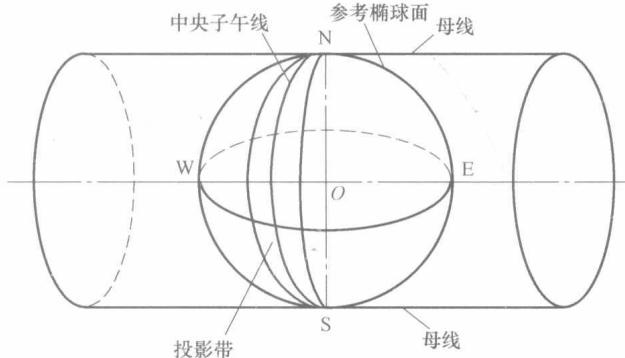


图 1-6 高斯平面直角坐标投影

线为坐标纵轴 x ，以赤道为坐标横轴 y ，两轴的交点作为坐标原点 O ，组成高斯平面直角坐标系，如图 1-7 所示。

坐标系内，规定 x 轴向北为正， y 轴向东为正。我国位于北半球， x 坐标值为正， y 坐标则有正有负，例如在图 1-7a 中， $y_Q = +341500\text{m}$ ， $y_P = -383400\text{m}$ 。为避免出现负值，将每带的坐标纵轴向西平移 500km，则每点的横坐标值也均为正值，如图 1-7b 所示， $y_Q = 500000\text{m} + 341500\text{m} = 841500\text{m}$ ， $y_P = 500000\text{m} - 383400\text{m} = 116600\text{m}$ 。

为了根据横坐标值确定某点位于哪一个 6° 带内，则在横坐标值前加上带号。例如， Q 点位于第 18 带内，则其横坐标值 $y_Q = 18841500\text{m}$ 。

高斯投影中，能使球面图形的角度与平面图形的角度保持不变，但任意两点间的长度却产生变形（投影在平面上的长度大于球面长度），称为投影长度变形。离中央子午线越远则变形越大。变形过大对于测图和用图都是不方便的。 6° 带投影后，其边缘部分的变形能满足 $1:25000$ 或更小比例尺测图的精度，当进行 $1:10000$ 或更大比例尺测图时，要求投影变形更小，可采用 3° 分带投影法或 1.5° 分带投影法。

2. 独立平面直角坐标

当测量的范围较小时，可直接把球面当作平面看待，将地面点铅垂投影到水平面上，以南北方向为 x 轴方向，向北为正，东西方向为 y 轴方向，向东为正，一般将坐标原点选在测区西南角外，使坐标均为正值，如图 1-8 所示。

测量所用的平面直角坐标系和数学所采用的平面直角坐标系有些不同：数学中的平面直角坐标系的横轴为 x 轴、纵轴为 y 轴，象限按逆时针方向编号，如图 1-9a 所示；而测量学

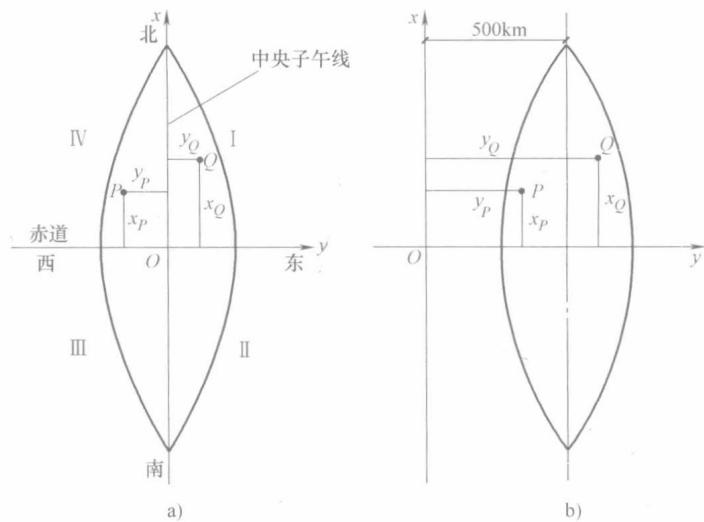


图 1-7 高斯平面直角坐标系

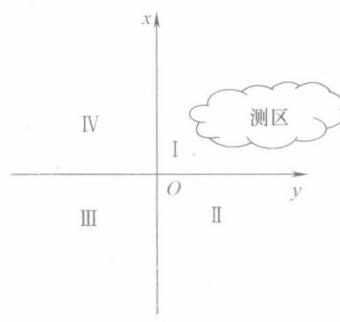


图 1-8 独立平面直角坐标系

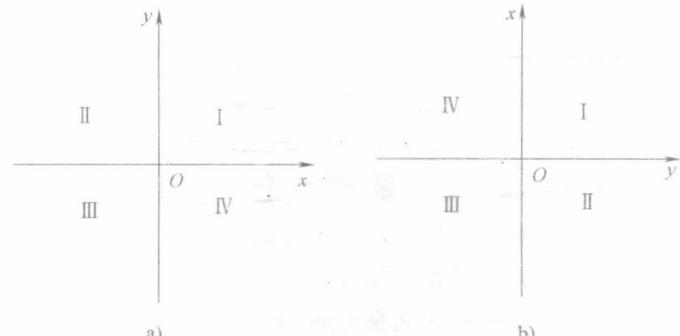


图 1-9 测量坐标系和数学坐标系的区别

a) 数学坐标系 b) 测量坐标系

中横轴为 y 轴、纵轴为 x 轴，象限按顺时针方向编号，如图1-9b所示。其原因是测量学中是以南北方向作为角度的起算方向，同时将象限按顺时针方向编号便于将数学中的公式直接应用到测量计算中去。

1.3.3 地面点的高程

地面点沿铅垂线到大地水准面的距离称为该点的绝对高程或海拔，简称高程（height），如图1-10所示，通常用加点名作下标表示，如 H_A 、 H_B 。

在局部地区，若无法知道绝对高程时，也可以假定一个水准面作为高程起算面，地面点到假定水准面的铅垂距离称为相对高程或假定高程。 A 、 B 点的相对高程分别以 H'_A 、 H'_B 表示。

地面两点高程的差称为高差，用 h 表示。 A 、 B 两点的高差为

$$h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A \quad (1-4)$$

由此说明，高差的大小与高程起算面无关。

我国采用“1985年国家高程基准”，它是根据青岛验潮站1952—1979年的观测资料确定的黄海平均海水面（其高程为零）作为高程起算面，以在青岛观象山测得的高程72.2604m为水准原点，全国各地的高程均以它为基准进行推算。

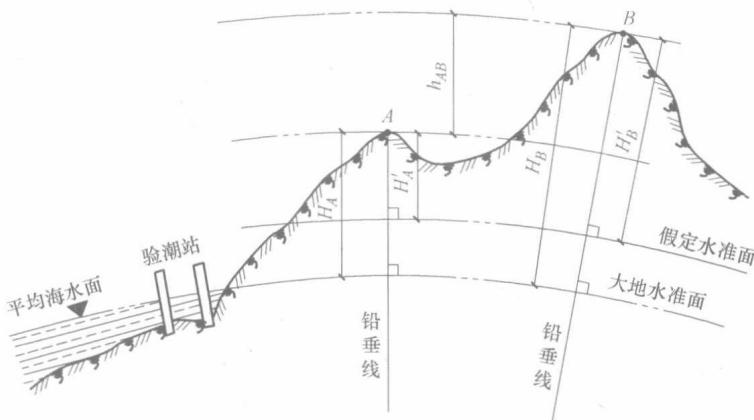


图1-10 高程和高差

1.4 用水平面代替水准面的限定

水准面是曲面，曲面上的图形投影到平面上总会产生一定的变形。如果用水平面代替水准面，产生的变形不超过测量允许的误差，那就没问题。下面就来讨论用水平面代替水准面对距离和高程测量的影响，以便明确可以代替的范围，或者在什么情况下不能代替而须加以改正。

1.4.1 对水平距离的限定

如图 1-11 所示, 设球面 P 与水平面 P' 在 A 点相切, A 、 B 两点在球面上的弧长为 S , 在水平面上的距离为 S' , 球的半径为 R , AB 所对球心角为 β (弧度), 则

$$S' = R \tan \beta$$

$$S = R\beta$$

以水平长度 S' 代替球面上弧长所产生的误差为

$$\Delta S = S' - S = R \tan \beta - R\beta = R(\tan \beta - \beta)$$

将 $\tan \beta$ 按级数展开, 并略去高次项, 得

$$\tan \beta = \beta + \frac{1}{3}\beta^3 + \dots$$

因而近似得到

$$\Delta S = R \left[\left(\beta + \frac{1}{3}\beta^3 + \dots \right) - \beta \right] = R \frac{\beta^3}{3}$$

以 $\beta = S/R$ 代入上式, 得

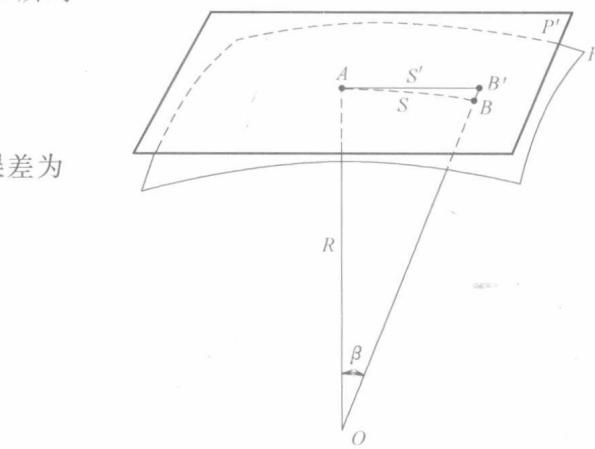


图 1-11 用水平面代替水准面的影响

$$\Delta S = \frac{S^3}{3R^2} \quad (1-5)$$

或

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{1}{3} \left(\frac{S}{R} \right)^2 \quad (1-6)$$

取 $R = 6371\text{km}$, 并以不同的 S 值代入式 (1-5)、式 (1-6), 则可以得出距离误差 ΔS 和相对误差 $\Delta S/S$, 见表 1-1。

表 1-1 水平面代替水准面的距离误差 ΔS 和相对误差 $\Delta S/S$

距离 S/km	距离误差 $\Delta S/\text{cm}$	相对误差 $\Delta S/S$
10	0.8	1 : 120 万
25	12.8	1 : 20 万
50	102.7	1 : 4.9 万
100	821.2	1 : 1.2 万

由表 1-1 可以看出, 当距离为 10km 时, 以水平面代替曲面所产生的距离相对误差为 1 : 120 万, 这样微小的误差, 就是在地面上进行最精密的距离测量也是允许的。因此, 在半径为 10km 的范围内, 即面积约 300km^2 内, 用水平面代替水准面可以不考虑地球曲率的影响。

1.4.2 高程测量的限定

在图 1-11 中, A 、 B 两点在同一水准面上, 其高程应相等。 B 点投影到水平面上得 B' 点, 则 BB' 即为以水平面代替水准面所产生的高程误差。设 $BB' = \Delta h$, 则

$$(R + \Delta h)^2 = R^2 + S'^2$$

$$2R\Delta h + \Delta h^2 = S'^2$$