



贵州民族大学学术文库

GUIZHOU MINZUDAXUE XUESHU WENKU

统计理论研究与实务

——2014贵州省应用统计学术研讨会论文集

◎ 吴有富 / 主编

6225011	0322787
37818126789	8123456723
532901381053	5684126788105
8763211234567890	098765432113569
123452345678907897	123412345678907891
13217125034567895	13171217009125034562
2345672465798905623	079123456724623
908471637890356	90847163123456789056
24681683971234567890	7357902468125683178
131709125034567890	131712170091250783
1278937834569058	1278934567869058
5123456098890521	9123456092813901
3127627809022	79729345123788
980375682	097863258

中央民族大学出版社
China Minzu University Press



贵州民族大学学术著作出版基金资助

GUIZHOU MINZUDAXUE XUESHUZHUZUO CHUBANJIN ZIZHU

统计理论与实务

——2014 贵州省应用统计学术研讨会论文集

◎ 吴有富 / 主编

6225011 0322787
37818126789 8123456723
532901381053 5684126788105
8763211234567890 098765432113569
123452345678907897 123412345678907891
13217125034567895 13171217009125034562
2345672465798905623 079123456724623
908471637890356 90847163123456789056
24681683971234567890 7357902468125683178
131709125034567890 131712170091250783
1278937834569058 1278934567869058
5123456098890521 9123456092813901
3127627809022 9329345123788
900156821054561258

中央民族大学出版社
China Minzu University Press

图书在版编目 (CIP) 数据

统计理论与实务：2014 贵州省应用统计学术研究会论文集/吴有富主编. —北京：中央民族大学出版社，2018.6 重印

ISBN 978-7-5660-1001-8

I. ①统… II. ①吴… III. ①应用统计学—学术会议—文集
IV. ①C8-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 136468 号

统计理论与实务：2014 年贵州省应用统计学术研讨会论文集

主 编 吴有富
责任编辑 舒 松
封面设计 布拉格
出 版 者 中央民族大学出版社
北京市海淀区中关村南大街 27 号 邮编：100081
电话：68472815 (发行部) 传真：68932751 (发行部)
68932218 (总编室) 68932447 (办公室)
发 行 者 全国各地新华书店
印 刷 厂 北京建宏印刷有限公司
开 本 787×1092 (毫米) 1/16 印张：26.5
字 数 410 千字
版 次 2018 年 6 月第 2 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5660-1001-8
定 价 98.00 元

版权所有 翻印必究

编委会组成人员名单

主	编：	吴有富	教	授					
副主	编：	童红	教	授	吴兴玲	教	授		
		王林	教	授	索洪敏	教	授		
		黄介武	副	教	授	金良琼	副	教	授
委	员：	李伟明	教	授	高伟	副	教	授	
		田应福	教	授	王自强	副	教	授	
主	审：	吴有富	教	授					
执行	编辑：	黄介武	金	良	琼				

前 言

为进一步加强大数据环境下统计理论与方法的应用研究，促进我省大数据产业的发展；同时为了加强贵州民族大学统计学博士点建设工作，贵州省统计局和贵州民族大学于 2014 年 07 月 12 日组织召开了“2014 年贵州省应用统计学术研讨会”。参会单位有贵州省统计局及下属及市、县统计局、全国相关高校。会议代表共计 153 名。

会议主要围绕统计在大数据中的应用研究、统计理论、统计实务三大主题展开讨论。达成了较多的共识，取得了较大的成绩。

本书为 2014 年贵州省应用统计学术研讨会会议论文集。

此书为统计学博士点建设文库。

目 录

三个非参数秩方法检验的比较研究

..... 田应福 李广周 陈 荣 姜晴琼 (1)

大数据下社会经济数量研究结果的二重性 吴述松 (11)

正态分布理论在企业员工绩效考评中的应用 钟立灿 (27)

一类分数阶椭圆形方程无穷解的存在性

..... 姚 娟 郭灵钟 杨丽蓉 朱江坤 索洪敏 (34)

一类分数阶椭圆形算子系统近共振问题的多重解

..... 郭灵钟 姚 娟 容 红 索洪敏 (43)

具耗散项的耦合 KdV 型方程有界行波解的存在性及显式表达式

..... 何彩霞 刘小华 胡丽金 (57)

分数跳-扩散 Ornstein-Uhlenbeck 过程下复合期权定价模型

..... 杨淑彩 (63)

基于项目驱动的模式识别与图像处理教学模式探索 张儒良 (75)

基于纹理方向的车牌定位方法研究 冯夫健 王 林 (81)

基于拟合算法的警戒线提取及动目标行为分析

..... 吴永武 程则桥 符祖峰 王海英 (89)

基于混合高斯模型与分块帧差相融合的运动目标检测算法

..... 张再军 王建飞 王 林 (98)

基于复杂背景下的车牌字符分割算法研究 蒋庆林 王 林 (106)

水面漂浮物的特征提取及相关性分析 杨 鹏 吴有富 (115)

毕节市区/县(委)经济差异分析与研究 吴有富 韦小洁 (123)

基于小样本的多层次评价模型在科研反哺教学评价的应用研究	吴有富 韦小洁 吴 晶 罗安飞 (133)
贵州省中学教育与经济增长关系的实证分析	金良琼 吴兴玲 田应福 (142)
基于主成分分析法的深圳交通拥堵研究	王学琳 吴有富 杨 鹏 陈祖胜 (149)
经济社会环境对自然灾害防御能力的影响	刘高生 (160)
贵州省高技术产业科技投入的综合绩效评价分析	
——以贵州省第二次经济普查数据为例	高跃伟 (168)
贵州省人口老龄化与寿险保费收入关系的实证研究	赵宏恩 (182)
葡萄酒感官评价的 Kendall 协和系数可信度研究	
	李广周 陈 荣 田应福 (191)
大学本科基础课和专业课关系的典型相关分析	
	陈 莉 杨再运 黄介武 (199)
ARIMA 模型在贵州省 GDP 预测中的应用	
	蒲 虎 吴兴玲 金良琼 (209)
二样本位置差检验及 Bootstrap 扩展研究与应用	
	陈 荣 李广周 田应福 (219)
砷中毒大鼠氧化损伤及机制的非参数检验	
	杨再运 陈 莉 郝钟铭 (227)
家庭环境对学生学习影响的实证分析	
——基于 Kruskal-Wallis 检验	邢 丽 储昌木 (235)
混合多种方法的大学生成绩综合评价	
	赖志柱 金 瑾 戈冬梅 张云艳 冯 敏 (242)
我国西部地区居民消费结构特点分析	
——基于面板数据模型	姚旭敏 田应福 (251)
中国外汇储备增长影响因素实证分析	曾红艳 田景仁 (257)
股票交易中单均线价格预测有效性比较	高 伟 (265)
统计科学在时代的挑战与机遇	
——我的一点思考	吴有富 (276)
如何提高统计数据质量的思考	董淮源 (282)

构建大凯里人口问题研究

..... 龙应梅 杨秀俊 杨 勇 陈国海 刘 琴 (286)

黔东南州统计强“双基”纪实 杨政荣 (305)

毕节试验区“十二五”期间投资、消费、出口对经济增长拉动研究

..... 宋 毅 (316)

大数据背景下统计实务的创新发展

..... 周 海 王文江 陈生艳 毛金莉 李二鹏 左 勇 (337)

浅谈贵州大数据战略以及政府统计部门的应对思路

..... 蒋 旻 (344)

积极探索大数据的发展与应用助推铜仁统计工作科学发展

..... 周登波 (352)

贵州企业技术创新主体地位评价研究

..... 李定猛 赵 勇 张贵平 (361)

贵州固定资产投资与经济增长关系研究 董安娜 邓 曼 王朝晖

龙立楷 孙 瑜 刘莉亚 戚得玉 (367)

企业联网直报环境下的能源统计数据全过程质量管理研究

..... 张小芳 张仁舰 刘昭宏 (382)

大数据背景下的政府统计工作：机遇与挑战 张北平 (402)

三个非参数秩方法检验的比较研究*

田应福 李广周 陈 荣 姜晴琼

(贵州民族大学理学院 贵州 贵阳 550025)

1. 引言

多样本位置的统计比较,最早由 Fisher (1935) 提出,使用方差分析模型解决田间实验的统计分析。设 $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}, \text{iid. } F(x - \mu_i)$, 相应的位置参数分别为 μ_i (数学期望, 中位数, p 分位数), 欲解决的问题有三个

- a. 检验假设 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \leftrightarrow H_1: \exists \mu_i \neq \mu_j (i \neq j)$; (1)
- b. 如果零假设被拒绝, 用多重比较给出差异究竟出自何处;
- c. 选优, 并给出位置参数的区间估计。^[2,3]

方差分析用的是 F 检验, 类 t 检验用于模型显著时的多重比较, 它们均需要在正态分布和方差齐性的基本假设。也如二样本一样, 这两个基本假设很难满足, 更有甚者在区组设计试验中, 同一处理中的数据独立未必同分布, 有时不同总体中的数据也未必独立。例如对小麦品种择优的实验

* 基金项目: (1) 贵州省教育厅《文化生态与社会管理基地》项目“贵州生态环境与经济发展关系的统计分析”; (2) 贵州省“模式识别与智能系统”重点实验室建设项目(黔科合计[2009] 4002); (3) 贵州省“信息处理与模式识别”研究生教育创新基地; (4) 数学建模及其应用创新人才团队, 黔教科研发[2013] 405 号;

中,同一品种的 k 块土地未必是均匀的,因而对同一品种的实验数据虽然独立但不同分布;在学生学业成绩评价中,同一班级若干门课的成绩分析,各门课的成绩是不独立的,是相关的。所以统计学家又发展了多样本的非参数秩方法,诸如 Kruskal-Wallis 检验、Friedman 检验和 Hodges-Lehmann 检验等,使用它们的条件各有不同。若说姻缘,它们和方差分析一起可称多样本统计比较家族的主要成员。本文拟对以上三种非参数秩方法做一个简介,并对它们进行比较研究,给出各自实现的 R 语言程序。

2. 三个非参数检验的秩方法比较^[1,4,5,6,7]

2.1 Kruskal-Wallis 检验 (秩方差分析)

(1) 秩方差分析

这里省略多样本比较模型的一般描述,只考虑常用的模型:设有 k 个总体,其分布为 $F_i = F(x - \mu_i)$, 分布 F 未知。感兴趣的问题是:(1)从第 i 个总体中抽出 iid 样本 $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i} (i = 1, 2, \dots, k)$, 欲检验 (1)。只知道这点信息时不能做方差分析,但模型还是方差分析模型的形式:

$$\begin{cases} X_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}, i = 1, 2, \dots, n \\ \text{诸 } \varepsilon_{ij} \text{ 是独立的零均值的噪声(未必 iid, 即未必有方差齐性)} \end{cases} \quad (2)$$

于是不能用方差分析方法了,只能用 Kruskal-Wallis 检验。其思想是:在零假设 H_0 下,诸 X_{ij} (混合样本) 是 iid 的 N 个样本 ($n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$), 对 N 个样本排秩 R_{ij} (R_{ij} 是在混合样本 $\{X_{ij}\}$ 中的秩), 如果有结 (有相同的值是用平均秩方法)。用秩代替做方差分析。

$$\left. \begin{aligned} SSB &= \sum_{i=1}^k n_i \left(\bar{R}_i - \frac{n+1}{2} \right)^2, \\ SST &= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \left(R_{ij} - \frac{n+1}{2} \right)^2 = \frac{n(n^2-1)}{12} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$H = \frac{SSB}{SST/(N-1)} = \frac{SSB^{H_0}}{MST} \sim \chi^2(k-1) \quad (4)$$

因此在 H_0 下第 i 总体的平均秩 $\bar{R}_i$ 应该与 $(n+1)/2$ 非常接近, SSB 应该小; 否则相去很远, 可以考虑拒绝原假设。

注 1: 在单因素方差分析中, SSB 表示组间平方和。

注 2: 在 R 中 Kruskal-Wallis 检验直接调用函数 `kruskal.test(x ~ a)`, 其中 a 为因子向量, 使用时应注意因子向量应与数据向量 x 对应。

(2) 差异具体出自何处?

如果处理间存在显著差异, 要问差异具体出自何处, 可仿照 Tukey 多重比较的方法, Dunn (1964) 提议用下列方法处理

$$d_{ij} = \frac{|R_i - \bar{R}_j|}{SE}, \quad (\forall i, j = 1, 2, \dots, k, i \neq j) \quad (5)$$

$$SE = \sqrt{MST \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} = \sqrt{\frac{n(n+1)}{12} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

做 Kruskal-Wallis 检验, 以前要查表, 现在在 R 语言中做, 不用查表, 很方便的; 但是在 R 语言做多重比较时, 要用循环语句编一小段程序。

(3) 选优问题

试验设计及其统计比较分析的一个重要目的是选优, 如果处理间存在显著差异, 何者为优? 例如小麦品种实验中, 哪个品种的单位产量显著地最高? 如果只问这个问题, 则用箱线图就可以解决, 调用 `plot(x ~ a)` 函数可以实现, 其中 x 为数据向量, a 为相应的因子向量。

2.2 Friedman 检验 (秩方差分析)

(1) Friedman 秩方差分析

如果对随机区组试验数据做统计比较分析, 就不能用 Kruskal-Wallis 检验了, 因为存在区组影响 (区组效应), 同一处理中各数据是独立的但未必同分布, $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$ iid 的条件不成立了。这时模型是:

$$\begin{cases} X_{ij} + \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}, & i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, n \\ \text{诸 } \varepsilon_{ij} \text{ 是独立的零均值的噪声 (未必 iid, 即未必有方差齐性)} \end{cases} \quad (6)$$

其中 α_i, β_j 是处理效应和区组效应, 感兴趣的问题还是比较处理效应, 即检验假设

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0 \leftrightarrow H_1: \exists \alpha_i \neq 0 \quad (7)$$

数据结构如表 1, 其特点是每一单元只有一个实验。

表 1 Friedman 检验数据结构示范表

处理	区组			
	1	2	...	b
1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1b}
2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2b}
...				
k	X_{k1}	X_{k2}	...	X_{kb}

Friedman (1937) 的想法是先消除区组效应, 再比较处理效应。方法是: 先将同一区组的数据排序, 因而对任意的 $j: R_{ij} \in \{1, 2, \dots, k\}$, ($i = 1, 2, \dots, k$), 用第 i 处理的平均秩 $\bar{R}_i$ ($\bar{R}_i = b^{-1} \sum_{j=1}^k R_{ij}$) 计量第 i 处理的效应。这样就消除了区组的效应。 $SSB = b \sum_{i=1}^k \left(\bar{R}_i - \frac{k+1}{2} \right)^2$,

$$SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} \left(R_{ij} - \frac{k+1}{2} \right)^2 = bk \frac{(k^2 - 1)}{12} \quad (8)$$

Friedman 建议用 $(k-1)/k$ 乘以 SSB/MST 做调整得到下式

$$Friedman = \frac{k-1}{k} \frac{SSB}{MST} \stackrel{H_0}{\sim} \chi^2(k-1), \quad MST = SST/(bk) \quad (9)$$

如果 H_0 成立, 则同一区组中的 k 个样本是 iid 的, 因而对每一个 i, R_{ij} 以同等的概率 $1/k$ 取到 $\{1, 2, \dots, k\}$ 中的每一个数, 因此 $E(\bar{R}_i) = (k+1)/2$ 。所以当成立的时候处理的组间平方和应该小, 所以 Friedman 的拒绝域是 $\{Friedman > \chi_a^2(k-1)\}$ 。

做 Friedman 检验, 在 R 语言中直接调用如下函数:

`M=matrix (x, k, b, byrow=T); #根据表 1 的数据结构`

`Friedman.test (t (M)) ; #检验矩阵是以处理的数据为列`

注: Friedman 检验还有一个重要的应用, 即 Kendall 和谐系数检验和计算。这时以区组为列, 即 `Friedman.test (t (M))`, 如果检验的 P 值 $p\text{-value} < \text{显著水平}$, 认为 k 个处理是和谐的, 因而 b 个区组变量是相关的。此时应有 `Friedman.test (M)` 的 P 值 $p\text{-value} > \text{显著水平}$, b 个区组数据是相关的。

(2) 差异具体出自何处?

如果处理间存在显著差异, 要问差异具体出自何处, 可仿照 Tukey 多重比较的方法, Dunn (1964) 提议用下列方法处理

$$d_{ij} = \frac{|\bar{R}_i - \bar{R}_j|}{SE}, \quad SE = \sqrt{MST \left(\frac{2}{b} \right)} = \sqrt{\frac{bk(k+1)}{6}}, (\forall i, j = 1, 2, \dots, k, i \neq j) \quad (10)$$

在 R 语言中做多重比较的程序如同前面, 只是 SE 的表达稍有不同而已。

(3) 选优问题

试验设计的一个重要目的是选优, 如果处理间存在显著差异, 何者为优? 如果只问这个问题, 则只用箱线图就可以解决。

请注意, 在做数据分析时, 要注意条件而选择分析方法, Kruskal-Wallis 检验要求的条件要强一些, 同一处理的数据是 iid 的, 当存在区组效应时, 就要用 Friedman 检验了。

2.3 Hodges-Lehmann 检验

(1) H_L 调整的秩方差分析

Friedman 检验有两个缺点: ①在区组内编秩, 这种编秩方法仅限于区组内的效应, 所以不同区组间响应的比较就不能奏效^[4]; ②每个单元只有一个样本 X_{ij} , 不能很好地估计该单元的两个效应 (α_i, β_i) ^[6]。Hodges 和 Lehmann (1962) 提出改进这两个缺点方法: 为改进如上两个缺点, 试验设计时每一单元 (α_i, β_i) 可以多做几个实验 (m), 其数据结构如表 2。

表 2 H-L 检验数据结构示范表

处理	区组
	1.....b
1	$X_{111}, X_{112}, X_{11m}, \dots, X_{1b1}, X_{1b2}, \dots, X_{1bm},$
2	$X_{211}, X_{212}, X_{21m}, \dots, X_{2b1}, X_{2b2}, \dots, X_{2bm},$
...	
k	$X_{k11}, X_{k12}, X_{k1m}, \dots, X_{kb1}, X_{kb2}, \dots, X_{kbm},$

为与 Friedman 检验比较, 下面给出 $m=1$, 即完全随机区组试验数据的 H-L 检验的步骤^[1,4,5,6]:

1) 对每区组 j ($j=1, 2, \dots, b$), 计算其某一位置的平均估计, 例如估计均值, $\bar{X}_{.j} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X_{ij}$;

2) 同一区组中的每个观察值都减去均值, 即 $AX_{ij} = X_{ij} - \bar{X}_{.j}$, 此为调整观察值;

3) 对调整后的观察值, 像 Kruskal-Wallis 检验一样, 求混合样本的秩, 有结时用平均秩;

4) 如果 H_0 成立, 则每个处理的平均值应与总平均 $(N+1)/2$, ($N = kb$) 相等, 检验统计量是

$$H-L = c^{-1}bm \sum (\bar{R}_{i.} - (N+1)/2)^2 = c^{-1}SSB \stackrel{H_0}{\sim} \chi^2(k-1)$$

$$c = \sum_{i,j} (R_{ij} - \bar{R}_{.j})^2 / ((k-1)b)$$

其实 c 就是区组内的均方和。

在 R 中做 H-L 检验需要编程计算, 经研究, 数据以矩阵表示时编程要方便一些。

(2) 差异具体出自何处?

此问题同 Kruskal-Wallis 方法。

(3) 优选同上

3. 三个非参数秩方法检验的实例比较

例 1 (陈希孺《数理统计学教程》P97 例 3.3)^[2]: 为比较 A 与 B 两种施肥方法何者为优, 选择 15 块一般大小的地, 可能质量不一, 把每一块地分成质量和大小一样的两小块, 随机地其中一块派给 A, 另一小块派给 B, 各小块产量如下:

A: 188 96 168 176 153 172 177 163 146 173 186 168 177 184 96

B: 139 163 160 160 147 149 149 122 132 144 130 144 102 124 144

A-B: 49 -67 8 16 6 23 28 41 14 29 56 24 75 60 -48

这里算出 $\sum (A - B) = 314$, $m=n=15$ 。检验的假设为

H_0 : A 与 B 效果等同; H_1 : A 的效果优于 B

陈希孺 [2] 用 EPT (ExactPermutation test) 给出 p 值为 <0.0001 , 作者用 RPT (Randomized Permutation test) 的 p 值 <0.015 。用 Bootstrap 检验的 p 值 <0.01 , 下面用刚介绍的三种秩方差分析方法检验这个问题。

$x = c(188, 96, 168, 176, 153, 172, 177, 163, 146, 173, 186, 168, 177, 184, 96)$;

$y = c(139, 163, 160, 160, 147, 149, 149, 122, 132, 144, 130, 144, 102, 124, 144)$;

$xy = c(x, y)$;

$gr = \text{factor}(\text{rep}(1:2, c(15, 15)))$;

(1) Kruskal-Wallis 检验的结果如下

Kruskal-Wallis chi-squared = 9.1886, $df = 1$, $p\text{-value} = 0.002435$

(2) Friedman 检验的结果如下

Friedman chi-squared = 8.0667, $df = 1$, $p\text{-value} = 0.004509$

(3) H-L 检验的结果如下

HL = 7.870523; P 值 = 0.04876479;

比较分析: 显然, 这个试验存在区组效应, 所以 Kruskal-Wallis 检验的条件不满足, 所以 Kruskal-Wallis 检验的结论是不可靠的, 只能选用 Friedman 检验和 H-L 检验。Friedman 检验的 P 值为 0.004509, H-L 检验的 P 值为 0.04876, 当显著水平取为 0.05 时两者都拒绝零假设, 认为区组存在显著差异。但是 Friedman 检验的 P 值远小于 H-L 检验的 P 值, 两个检验是有差异的, 前者更接近真实的 P 值 (EPT 的 P 值)。这个时候, 处理数 = 2, Friedman 检验等同 Wilcoxon 秩和检验。

例 2 (王静龙 [6] P126 习题 2)^[6] 有四台测量纺织纤维弹性的测量仪器, 为检验这四台仪器之间有无差异, 请了 8 位质量检验员, 要求每一位检验使用每一台测量仪器对同一批原料进行测量, 试验数据如下表

测量仪器	检验员							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	71	73	72	73	75	73	77	75
2	73	75	76	74	78	77	74	74

续表

测量仪器	检验员							
	1	2	3	4	5	6	7	8
3	76	73	79	77	74	75	74	73
4	75	73	73	72	70	71	69	69

数据录入程序如下：

```
x=c (71, 73, 72, 73, 75, 73, 77, 75, 73, 75, 76, 74, 78, 77,
74, 74, 76, 73, 79, 77, 74, 75, 74, 73, 75, 73, 73, 72, 70, 71,
69, 69);
```

```
M=matrix (x, 4, 8, byrow=T);
```

显然这是一个随机区组试验，可能有区组效应，不能 Kruskal-Wallis 检验了，要用 Friedman 检验和 H-L 检验，

(1) Friedman 检验结果：

```
friedman. test (t (M)); # 检验处理间的差异性
```

```
Friedman rank sum testFriedman chi-squared = 8.6, df = 3, p-value
=0.03511
```

```
friedman. test (M); #检验区组间的差异性
```

```
Friedman rank sum test
```

```
Friedman chi-squared=3.1858, df=7, p-value=0.8673
```

结果分析：处理间的差异性检验 P 值为 0.03511，显著水平为 0.05 时处理间存在显著差异，即 4 台机器存在显著差异；区组间的差异性检验 P 值为 0.8673，说明检验员是和谐一致的^[4,5,6]。

(2) H-L 检验结果：

用例 1 中程序调整一下相应的参数，得到 H-L 检验的结果为

```
HL=9.434307; df=3, p-value=0.02404059
```

结果分析：H-L 检验的 P 值为 0.02404，在显著水平为 0.05 时拒绝零假设，即 4 台机器存在显著差异，这与 Friedman 检验的结果基本一致。但这里与例 1 不同，H-L 检验的 P 值小于 Friedman 检验的 P 值。所以两者之间谁优，不能一概而论。同时使用两种检验，使得检验的可靠性提高，使得统计分析人员更放心。

注：这里提醒学人注意，试验以及统计分析都是为了解决问题，这里要解决的问题不是纤维的弹性的差异性，因为同批纤维的弹性不应该存在显著差异，而是检验机器和检验员的问题。注意到前面 friedman. test 对检验员的检验，认为检验员是和谐一致的，所以该试验问题是同一批纤维经 4 台机器测量棉花弹性有显著差异，说明 4 台机器有显著差异，应该调修机器使得 4 台机器的测量值具有良好的一致性、真实性。

4. 结论与展望

(1) 三个秩方差分析的提出与 R 语言的发展，解决了多样本统计比较仅用方差分析存在的实质问题，即正态假设和方差齐性一般不能满足，这时可用秩方差分析，即 Kruskal-Wallis 检验、Friedamn 检验和 Hodges-Lenmann 检验。虽然还有许多方法，如置换检验等等，但这已经基本满足多样本统计比较的需求。

(2) 虽然如此，如上检验体系还是不如人意，如达不到例 1 中 EPT 的 P 值，还有待于研究发现更好的检验，使得检验的 P 值更接近 EPT。

(3) 近年来，秩方差分析以及置换检验 (Permutation test) 已广泛应用于生物医学、神经和行为科学、数值分类学、科技工程等多学科和领域，生态统计，满意度分析等。非参数统计方法的应用前景越来越广阔！

参考文献

- [1] 陈希孺，方兆本著：《非参数统计》，中国科学技术大学出版社，2012 年版。
- [2] 陈希孺，倪国熙著：《数理统计教程》，中国科学技术大学出版社，2011 年版。
- [3] 陈希孺著：《数理统计引论》，科学出版社，1999 年版。
- [4] 王星著：《非参数统计》，清华大学出版社，2009 年版。
- [5] 吴喜之著：《非参数统计》，中国统计出版社，2006 年版。
- [6] 王静龙，梁小筠著：《非参数统计分析》，高等教育出版社，2006 年版。
- [7] 孙山泽著：《非参数统计讲义》，北京大学出版社，2000 年版。