



普通高等学校
电类规划教材
电气自动化

非线性系统 控制理论与技术

◎虞继敏 蔡林沁 唐晓铭 唐贤伦 莫玉忠 编著



中国工信出版集团



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS



普通高等学校
电类规划教材
电气自动化

非线性系统 控制理论与技术

◎虞继敏 蔡林沁 唐晓铭 唐贤伦 莫玉忠 编著

人民邮电出版社

北京

图书在版编目 (CIP) 数据

非线性系统控制理论与技术 / 虞继敏等编著. — 北京: 人民邮电出版社, 2018.4
普通高等学校电类规划教材. 电气自动化
ISBN 978-7-115-47636-4

I. ①非… II. ①虞… III. ①非线性系统 (自动化)
— 高等学校—教材 IV. ①TP271

中国版本图书馆CIP数据核字 (2017) 第324757号

内 容 提 要

面对实际问题建立的数学模型往往对应的是非线性系统, 非线性系统的复杂性促使科研工作者探索其基本理论和应用。本书是作者根据多年的研究生教学积累编写而成的。主要分为基础理论和应用方法两部分, 内容包括二维相平面轨线图分析、李雅普诺夫 (Lyapunov) 稳定性理论、无源性理论及非线性系统线性化控制技术、反馈线性化控制技术、反步控制技术、滑模控制技术。本书注重基本理论与应用, 特别是对复杂的轨线分析给出了仿真程序并画出仿真图, 使问题变得直观, 易于理解。

本书可作为研究生非线性系统控制理论及技术课程的教材, 也可作为科研人员的参考用书。

-
- ◆ 编 著 虞继敏 蔡林沁 唐晓铭 唐贤伦 莫玉忠
责任编辑 张 斌
责任印制 沈 蓉 彭志环
- ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路 11 号
邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
固安县铭成印刷有限公司印刷
- ◆ 开本: 787×1092 1/16
印张: 12.25 2018 年 4 月第 1 版
字数: 307 千字 2018 年 4 月河北第 1 次印刷
-

定价: 49.80 元

读者服务热线: (010)81055256 印装质量热线: (010)81055316

反盗版热线: (010)81055315

非线性在工程实际问题中是非常普遍的现象。多年来,作者在从事研究生非线性课程教学过程中使用过不同的教材,感到需要一本适合工科研究生的关于非线性系统的理论知识和处理非线性系统控制技术的教材。教材中的数学理论不宜太深奥,特别是要让学生非常直观地理解所述的结果,在此基础上结合掌握的方法应用到所学相关专业上去。

本书是作者多年来研究生教学经历的积累,并按工科研究生特点在以下几方面做了改进,形成了本书特点。

(1) 内容紧凑实用

本书涉及的非线性系统相关内容比较丰富。结合控制类学生的基础情况,围绕基本理论和实用技术这条主线,我们在内容上做了适当取舍。理论部分详细分析 Lyapunov 稳定性理论及无源性理论原理,应用部分详细介绍非线性系统线性化控制、反馈线性化控制、反步控制、滑模控制等控制技术的原理和应用。通过课程学习后,读者可以把相关控制理论和技术应用到控制类的科学研究,达到学以致用目的。

(2) 内容直观通俗

非线性系统问题涉及一些深奥抽象的数学知识,注重数学概念、工具的选择,强调数学知识本意而非复杂的推导过程。读者在课程学习中只需具备线性系统知识基础,结合微分方程、线性代数就能阅读本书。本书对于复杂的微分方程轨线图给出了仿真图和程序,把抽象的难以想象的问题变得直观,易于理解。

(3) 可移植参考性强

书中所选应用问题具有一定的代表性,如书中涉及的非线性“三角”系统控制问题的反步控制技术,是近年来研究的热点问题。非线性“三角”系统控制这类问题在方法上具有一定的代表性,书中对这类系统的控制律做了详细讨论,用类似方法可以移植到相关控制问题的解决中。

(4) 内容的前沿性

作为研究生教材,本书为了体现对问题的研究性,选取了近年来控制领域比较热点的问题,如无源性理论的应用、反步控制方法及滑膜控制等,为读者做非线性控制的科学研究提供了较前沿的问题及研究方法,起到了抛砖引玉的作用。

参加本书编写的人员有:虞继敏(第二章~第四章、第六章)、蔡林沁(第五章)、唐晓铭(第七章)、唐贤伦(第八章)、莫玉忠(第一章)。全书由虞继敏和蔡林沁教授统一整理并校正。

本书在编写过程中参阅了 Hassan K. Khalil、Jean-Jacques E. Slotine、Arjan van der Schaft、李殿璞、王久和、梅生伟、申铁龙、刘康志、卢强、梅生伟、孙元章等学者的相关著作和文献。许多同事、研究生也为本书的完成付出了较大精力,书中插图由研究生熊代金制作,书中的

习题、仿真由研究生杨晨晨、翟如梦、王耀恒、胡美臣、邓梨、杨爽等完成。重庆邮电大学自动化学院王平院长给了我们热情鼓励及许多重要的评论和建议。本书还得到了重庆市教育委员会项目：重庆市研究生教育优质课程建设计划（201535）的基金支持。在此对所有人的支持和帮助致以诚挚的谢意。

第一章 绪 论 1

1.1 非线性现象和模型 1

1.1.1 简化线性系统还原成 非线性系统 1

1.1.2 硬非线性特性现象 3

1.1.3 模型的不确定性现象 4

1.1.4 设计的简化现象 4

1.1.5 一些直接或间接地使用 非线性控制的原因 5

1.2 非线性系统特征 5

1.2.1 非线性特性 5

1.2.2 线性系统特征 6

1.2.3 不具有线性特性的 非线性系统例子 6

1.2.4 一些常见的非线性系统的特性 9

第一部分 非线性系统理论分析

第二章 二维相平面轨线图 分析 15

2.1 相平面分析的概念 15

2.1.1 相图 15

2.1.2 奇异点 16

2.2 二维系统轨线相图构造方法 18

2.2.1 解析法 18

2.2.2 等斜率法 21

2.3 线性系统的轨线相平面分析 21

2.4 非线性系统的相平面分析 26

2.4.1 非线性系统的局部性态 26

2.4.2 极限环 27

2.5 极限环的存在 30

2.6 轨线图在加热用电炉控制中 的应用 31

习题 33

3.1.4 标称运动 37

3.2 稳定的数学描述 37

3.2.1 稳定性与不稳定性 37

3.2.2 渐近稳定性和指数稳定性 38

3.2.3 局部稳定性与全局稳定性 38

3.3 线性化与局部稳定性 38

3.4 Lyapunov 直接方法 39

3.4.1 正定函数与 Lyapunov 函数 40

3.4.2 平衡点定理 40

3.4.3 不变集理论 43

3.5 时变系统稳定性理论 45

3.5.1 时变系统的稳定性概念 46

3.5.2 稳定性概念中的一致性 47

3.6 时变系统的 Lyapunov 稳定性分析 48

3.6.1 时变正定函数和具有 无穷大上界的函数 48

3.6.2 时变系统稳定的 Lyapunov 定理 48

3.6.3 全局一致渐近稳定相关定理 51

3.7 有界性和毕竟有界性 57

3.8 输入-状态稳定性 60

3.9 输入-输出稳定性 62

第三章 非线性控制系统 Lyapunov 稳定性理论 35

3.1 非线性系统与平衡点 35

3.1.1 非线性系统 35

3.1.2 自治系统与非自治系统 36

3.1.3 平衡点 36

3.9.1 L 稳定性	62	4.4.2 耗散性与 L_2 稳定性	79
3.9.2 状态模型的 L 稳定性	64	4.5 复联系统的无源性	80
3.9.3 L_2 增益	66	4.5.1 并联系统的无源性	80
3.10 Barbalat 引理与类 Lyapunov 分析	66	4.5.2 负反馈连接系统的无源性	80
3.10.1 函数及其导数的渐近性质	67	4.6 系统无源性的判断	81
3.10.2 Barbalat 引理	67	4.6.1 系统的零状态可检测性	81
3.10.3 利用 Barbalat 引理作 稳定性分析	68	4.6.2 KYP (Kalman Yakubovich Popov) 定理	82
3.11 平衡点不稳定定理	69	4.7 基于欧拉-拉格朗日方程的系统 无源性设计	83
习题	71	4.7.1 系统的欧拉-拉格朗日方程	83
第四章 无源控制理论..... 72		4.7.2 考虑外部作用时系统的 欧拉-拉格朗日方程	85
4.1 无源性形式	72	4.7.3 系统的欧拉-拉格朗日 误差方程	87
4.1.1 无源性直观意义	72	4.7.4 基于欧拉-拉格朗日方程的 系统无源控制器设计	88
4.1.2 块组合	73	习题	92
4.2 系统的无源性和耗散性	73		
4.3 耗散性、无源性与稳定性	76		
4.4 耗散性与 L_2 增益	78		
4.4.1 耗散性与 L_2 增益定义	78		

第二部分 非线性系统控制技术及应用

第五章 非线性系统线性化

控制..... 95

5.1 非线性系统控制基本概念	95
5.1.1 非线性控制问题	95
5.1.2 控制系统的任务分类	95
5.1.3 镇定问题定义	95
5.2 通过线性化实现稳定	97
5.3 积分控制	98
5.4 线性积分控制——跟踪问题	104
5.5 期望性态的规定：增益分配 控制	105
习题	108

第六章 反馈线性化..... 110

6.1 反馈线性化及其标准形	110
6.2 输入-状态线性化	114

6.3 数学工具	117
6.3.1 向量场的李代数结构	117
6.3.2 李积或李括号	118
6.3.3 微分同胚和状态变换	119
6.4 单输入系统的输入-状态 线性化	120
6.4.1 输入-状态线性化的定义	120
6.4.2 输入-状态线性化的条件	121
6.4.3 线性化步骤	122
6.5 输入-输出线性化	126
6.5.1 相对阶定义	127
6.5.2 内动态	127
6.5.3 线性系统的内动态	128
6.5.4 内动态不稳定	129
6.6 单输入-单输出系统的输入-输出 线性化	130

6.6.1 产生一个线性输入-输出 关系	130	7.2 部分反馈线性化系统局部 渐近镇定	153
6.6.2 正则形式	132	7.3 部分反馈线性化系统全局 渐近镇定	153
6.6.3 输入-输出零动态	134	7.4 反步设计法原理	154
6.7 非线性系统的零动态设计方法	135	7.5 高阶系统反步设计	159
6.8 多输入-多输出系统的输入-输出 线性化及应用例子	140	7.6 反步法在鲁棒性问题的应用	164
6.8.1 多输入-多输出系统的 反馈线性化	141	7.7 反步控制设计应用	165
6.8.2 基本多输入-多输出线性化 的推广	141	习题	174
6.8.3 再定义输入: 动态扩张	142	第八章 非线性系统滑模 控制	175
6.8.4 再定义输出: 系统反演	142	8.1 问题引入	175
6.9 相对阶与无源性	143	8.2 滑动曲面	176
6.10 反馈线性化在光伏系统分析 中应用	145	8.3 滑模面设计	177
习题	148	8.4 抖动现象	178
第七章 非线性系统反步 控制	151	8.5 滑模控制在风力发电中 的应用	180
7.1 部分反馈线性化系统稳定性	151	习题	185
		参考文献	187

在分析和设计电路、机械系统等工程学科过程中,我们经常要面对非线性控制系统,也就是系统中至少含有一个非线性元件项。分析过程的任务是在一个已经设计好的非线性闭环系统确定其形态特性;设计过程的任务是结合控制非线性装置和闭环形态的要求,构造一个控制器,使该闭环系统满足期望的形态特征。为此,工程技术人员在分析和设计非线性动力学系统时,需要吸收和消化大量的非线性分析工具。本书主要强调引入李雅普诺夫(Lyapunov)方法,用无源性原理进行系统稳定性分析;同时介绍了一些非线性反馈控制工具,包括线性化、反馈线性化、反步法(backstepping)、滑模控制(sliding mode control)等。

1.1 非线性现象和模型

线性控制是一个成熟的理论,它包含许多有效的方法,包括能控能观性、Lyapunov、传递函数(transfer function)、特征根(characteristic value)等方法,在工业应用中有相当长的成功历史。但是近年来,来自网络控制、过程控制、航空航天控制、机器人控制等广泛领域的研究人员和设计师们却面对着大量的非线性现象,需要寻求线性控制无法解决的非线性控制方法,这促进了非线性控制方法的发展和应用。

1.1.1 简化线性系统还原成非线性系统

线性控制方法的一个关键假设是系统运动是小范围的,因而,线性模型是有效的。当所要求的运动范围变大时,线性控制的效果很差,甚至不稳定,因为系统的非线性不能得到恰当的补偿。而非线性控制器则可能在大范围内直接处理非线性。这一点在机器人运动(倒立摆运动)控制问题中很容易得到证实。当运动速度增大时,线性控制器的准确度迅速降低。因为许多相关的动态力(如向心力等)是以速度的平方变化的。因此,为了让机器人的工作(如抓取及放置、弧焊接和激光切割等)达到所要求的准确度,机器人的运动速度就会比较慢,从而影响了生产速度。然而,一种理想的简单的非线性控制器,通常称为计算力矩控制器,就能完全补偿机器人运动时的非线性力,从而在一个很大的工作空间及较大运动范围内实现机器人的高准度控制。

例 1.1 考虑倒立摆。

单摆的支点装在一个沿水平方向运动的小车上,小车由电机驱动,电机在小车上施加水平方向的力 F 。图 1.1 中给出了单摆的受力分析:重心的力 mg , 水平方向的反

作用力 H , 以及作用于支点的竖直方向的反作用力 V 。

写出单摆重心在水平方向和竖直方向上的牛顿定律, 有

$$m \frac{d^2}{dt^2} (y + L \sin \theta) = H \quad (1.1)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (L \cos \theta) = V - mg \quad (1.2)$$

取对重心的力矩可得到转矩方程

$$I \ddot{\theta} = VL \sin \theta - HL \cos \theta \quad (1.3)$$

而小车在水平方向上的牛顿定律为

$$I \ddot{y} = F - H - k \dot{y} \quad (1.4)$$

式中, m 是单摆的质量, L 是重心到支点的距离, I 是单摆对重心的转动惯量, k 是摩擦系数, y 是支点的位移, θ 是单摆转动的角度(顺时针测量), g 是重力加速度。系统方程是非线性系统, 不能在大范围展开成线性系统。

例 1.2 直线二级柔性倒立摆系统的数学模型。

在忽略了空气阻力后, 可将直线二级柔性倒立摆系统抽象成由弹簧、均质摆杆和小车块组成的系统, 如图 1.2 所示。

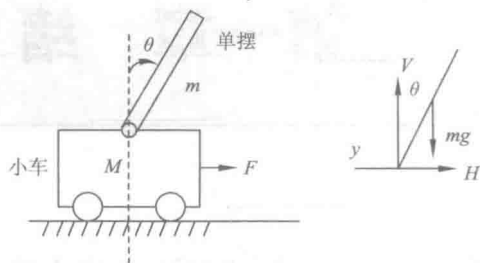


图 1.1 倒立摆

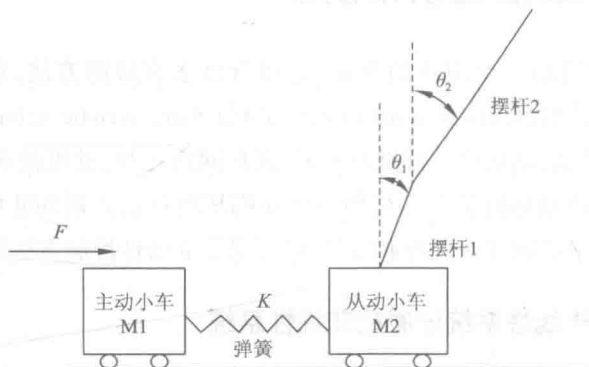


图 1.2 直线二级柔性倒立摆的结构图

一般采用牛顿力学方法建立被控对象的数学模型。但此法分析复杂而且要计算大量的微分方程组, 再考虑到质点组受到的约束条件, 建模问题将更加复杂。因此本文采用分析力学方法中的拉格朗日 (Lagrange) 方程推导柔性倒立摆的系统模型。Lagrange 方程建模的基本假设条件为:

- ① 各级摆体视为刚体。
- ② 各部分的摩擦力(力矩)与相对速度(角速度)成正比。
- ③ 施加在小车上的驱动力与加在功率放大器上的输入电压成正比, 并且无延时地施加到小车上。
- ④ 皮带轮与传送带之间无滑动, 传送带无伸长现象。

于是, 对于同时受到保守力和耗散力作用的倒立摆系统的 Lagrange 方程应为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = F_{q_i} \quad (1.5)$$

式(1.5)中, q_i 为广义坐标, F_{q_i} 为作用在系统上的广义力, T 、 V 和 D 是系统的动能、势能和耗散能, 分别为

$$T = \sum_{i=0}^n T_i, V = \sum_{i=0}^n V_i, D = \sum_{i=0}^n D_i$$

n 为倒立摆的级数, T_i 为小车和各级摆杆的动能, V_i 为小车和各级摆杆的势能, D_i 为小车和各级倒立摆的耗散能。

由 Lagrange 方程得

$$M(\theta_1, \theta_2) \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + F(\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = N(u, x_1, x_2, \theta_1, \theta_2) \quad (1.6)$$

其中

$$M(\theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 + m_1 + m_2 & (m_1 l_1 + m_2 L_1) \cos \theta_1 & m_2 l_2 \cos \theta_2 \\ 0 & (m_1 l_1 + m_2 L_1) \cos \theta_1 & J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2 & m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ 0 & m_2 l_2 \cos \theta_2 & m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) & J_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix}$$

$$F(\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & -(m_1 l_1 + m_2 L_1) \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 & -m_2 l_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 \\ 0 & 0 & f_1 + f_2 & -m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2 - f_2 \\ 0 & 0 & m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_1 - f_2 & f_2 \end{bmatrix}$$

$$N = [u + K(x_2 - x_1) \quad -K(x_2 - x_1) \quad (m_1 l_1 + m_2 L_1) g \sin \theta_1 \quad m_2 l_2 g \sin \theta_2]^T$$

以上两个非线性系统模型例子,说明了在运动范围增大时,不能以简单的线性化代替反映真实现象的非线性系统。

1.1.2 硬非线性特性现象

线性控制的另一个假定是系统的模型可以被线性化。但是,在控制系统中有许多的非线性因素,它们的不连续性使其不具有线性近似。这些所谓的“硬非线性特性”包括干摩擦非线性、饱和非线性、死区非线性、间歇非线性及时滞非线性,它们大量存在于控制工程中,其效应不能用线性方法获得,因此必须发展非线性分析技术来预测当这些非线性因素存在于系统的动态。由于这些非线性因素经常引起控制系统不期望的性态,如不稳定性、拟似极限环等,这些效应应当被预测出来,并被恰当地补偿掉。

例 1.3 质量-弹簧系统。

在图 1.3 所示的质量-弹簧机械系统中,在水平面上滑动并通过弹簧连接到竖直表面的物体 m 受到一个外力 F 。定义物体距参考点的位移为 y ,根据牛顿定律,有

$$m\ddot{y} + F_f + F_\phi = F$$

式中, F_f 是摩擦力, F_ϕ 是弹簧的回复力。设 F_ϕ 只是位移 y 的函数,即 $F_\phi = g(y)$,同时假设参考点位于 $g(0) = 0$ 处,外力 F 由我们确定。对于不同的 F 会出现不能线性化的自治或者非自治的非线性系统模型。

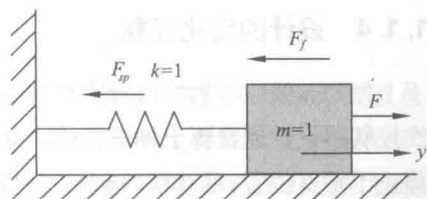


图 1.3 质量-弹簧系统

位移较小时,弹簧回复力可用线性函数 $g(y)=ky$ 建模,其中 k 是弹簧系数。但当位移较大时,回复力与位移 y 是非线性的关系。如函数关系

$$g(y)=k(1-a^2y^2)y, \quad |ay|<1 \quad (1.7)$$

的模型称为软化弹簧模型,即超过一定位移时,较大位移增量产生的力增量较小。另一方面,函数关系

$$g(y)=k(1+a^2y^2)y \quad (1.8)$$

的模型称为硬化弹簧模型,即超过一定位移时,较小位移增量产生的力增量较大。

阻力 F_f 包含静摩擦力、库伦摩擦力和黏滞摩擦力。当物体静止时,静摩擦力 F_s 与水平面平行,其大小限制在 $\pm\mu_s mg$, $0<\mu_s<1$ 是静摩擦系数。 F_s 在其取值范围内无论取何值都保持物体静止。当物体开始运动时,一定有一个作用于物体上的力克服由静摩擦力引起的运动阻力。在没有外力,即 $F=0$ 时,静摩擦力将与弹簧的回复力平衡,并当 $|g(y)|<\mu_s mg$ 时保持平衡。一旦运动开始,作用在与运动相反方向上的阻力 F_f ,可以按照滑动速度的函数 $v=\dot{y}$ 建立模型。由库伦摩擦力引起的阻力 F_c ,其大小为常数 $\mu_k mg$, μ_k 是动摩擦系数,即有

$$F_c = \begin{cases} -\mu_k mg, & v < 0 \\ \mu_k mg, & v > 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

当物体在黏滞介质,如空气或润滑剂中运动时,会有由黏滞性引起的摩擦力。这个力通常按照速度的非线性函数建立模型,即有 $F_v=h(v)$, $h(0)=0$ 。当速度较小时,可假设 $F_v=cv$ 。

对于硬化弹簧,考虑线性黏滞摩擦力和一个周期外力 $F=A\cos\omega t$,可得到动力系统方程

$$m\ddot{y}+c\dot{y}+ky+ka^2y^3=A\cos\omega t \quad (1.10)$$

对于线性弹簧,考虑静摩擦力、库伦摩擦力和黏滞摩擦力,当外力为零时可得到

$$m\ddot{y}+c\dot{y}+ky+\eta(y,\dot{y})=0 \quad (1.11)$$

其中

$$\eta(y,\dot{y}) = \begin{cases} \mu_k mg \sin(\dot{y}), & |\dot{y}| > 0 \\ -ky, & |\dot{y}| = 0, |y| \leq \mu_s mg/k \\ -\mu_k mg \sin(y), & |\dot{y}| = 0, |y| > \mu_s mg/k \end{cases}$$

式(1.9)和式(1.10)是两个硬非线性控制系统。

1.1.3 模型的不确定性现象

在设计线性控制器时,通常需要先假设系统模型的参数已知。但是在许多控制问题中,模型参数有不确定性。这可能是由于参数的慢时变(例如在飞机飞行中周围空气压力的变化)或参数的突然变化(例如当机器人突然抓起一个物体时惯性参数的变化)引起的。基于不准确或过时的模型参数值得到的线性控制器,其性能可能严重降低,甚至不稳定。非线性因素可以被有意地导入控制系统的控制部分,从而使模型的不确定性可以容忍。有两类非线性控制器用于此目的:鲁棒控制器和自适应控制器。

1.1.4 设计的简化现象

好的非线性控制器设计比相应的线性控制器更加简单直观。这个似乎不合理的结论是因为非线性控制器设计通常源于物理特性。如一个垂直于平面的摆,从任意初始位置开始作简谐振动并最后停止于垂直位置,尽管摆的运动可以通过其在平衡点附件的线性化进行分析,但物理上它的稳定性与

线性化系统矩阵的特征值无关,而是由于各种摩擦力(如铰链的摩擦)使系统的全部机械能耗尽。因此,摆停在能量最小的位置。

例 1.4 单摆模型。

摆杆长度为 l , 摆锤质量为 m , 假设杆是硬质的且质量为零。用 θ 表示杆与通过中心点的竖直轴之间的夹角。单摆在竖直平面内自由摆动, 摆锤以半径为 l 作圆周运动。为了写出单摆的运动方程, 先来确定作用在摆锤上的力, 有一个向下的重力 mg , g 为重力加速度。还有一个阻碍运动的摩擦力, 假设与摆的速度成正比, 摩擦系数为 k 。运用牛顿第二定律, 得到运动方程为

$$ml\ddot{\theta} = -mg\sin\theta - k\dot{\theta} \quad (1.12)$$

假设 $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}$ 则有

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{g}{l}\sin x_1 - \frac{k}{m}x_2$$

这也是一个理想化的非线性控制系统。

1.1.5 一些直接或间接地使用非线性控制的原因

在工业应用中, 特别是当将线性技术推广到具有显著非线性的先进机械控制时, 可能引起不适宜、高费用以及过长的开发周期等问题。而且控制程序的稳定性能都差, 更难于转移到类似的但用途不同的其他装置上去。线性控制可能要求更高质量的执行器及传感器, 以产生在一定范围内的线性状态, 而非线性控制可能允许较便宜的具有非线性特性的组件。至于性能优化的实现, 我们只要看看开关式控制器就够了, 它能产生快速反应, 但它显然是非线性的。

因此, 非线性控制的内容是自动化控制的一个重大领域。学习非线性控制系统的分析与设计的基本技术, 可以明显增强控制工程师的能力, 以便于有效处理实际控制问题; 加深对具有固有非线性特性的实际系统的理解。过去, 非线性控制方法的应用受到在非线性控制系统设计与分析中所需计算复杂性的限制。但现在, 由于计算机技术的发展, 计算的难度大大降低, 因此, 人们对非线性控制方法的研究与应用的热情大增, 尤其是大范围非线性控制器设计成为热点。一方面, 高效微处理器的出现使得非线性控制器的应用变得简单; 另一方面, 现代控制在工程中占有越来越显著的地位, 这也反映在非线性控制研究和应用的论文及报告在持续增加。

1.2 非线性系统特征

物理系统本质上就是非线性的。因此, 一切控制系统都是一定程度上的非线性系统, 非线性控制系统可以用非线性常微分方程来描述。但是, 如果控制系统运行区域小, 而且与之相关的非线性特性是光滑的, 那么就可以使用线性系统, 即一组线性常微分方程就可以合理地近似了。

1.2.1 非线性特性

非线性可以分为本质的(自然的)和刻意的(人造的)两种。本质的非线性特性是由系统的装置及其运动所产生的, 如旋转时的向心力, 接触界面的干摩擦阻尼。通常这些非线性特性具有不良效应, 控制应对它们作补偿。刻意的非线性特性是由设计者人为引入的。非线性控制规律, 如在适应控制

规律以及开关式最优控制率,就是刻意非线性特性的例子。

从数学的角度将非线性特性分为连续的和不连续的。

1.2.2 线性系统特征

线性系统研究最关心的是时不变线性控制系统

$$\dot{x} = Ax \quad (1.13)$$

其中, x 是状态向量, A 是系统矩阵。该系统具有以下简单的性质:

- (1) 当 A 为非奇异时, 一个线性系统具有唯一的平衡点。
- (2) 如果 A 的特征值均是具有负实部, 则平衡点稳定, 与初值无关。
- (3) 线性系统的瞬态响应由系统的主模态组成, 且可得到一般解的表达式。
- (4) 当存在外部输入 $u(t)$, 即

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1.14)$$

线性系统的响应有一系列有趣的性质: 首先, 它有叠加性; 其次, 正弦函数输入导致同频率的正弦函数输出。

例 1.5 网络控制系统结构模型。

在一般情况下, 网络控制系统是一个分布式控制系统类型, 其中传感器、执行器和控制器通过通信网络相互连接, 如图 1.4 所示。

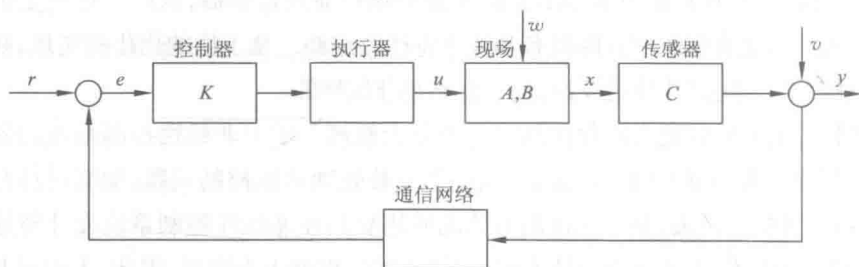


图 1.4 网络控制原理图

网络控制系统可理解为多输入多输出的闭环控制系统。可以进行如下描述。

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k) \quad (1.15)$$

$$y(k) = K[r(k) - (Cx(k) + v(k))] \quad (1.16)$$

其中, r 为输入量, 即系统给定的输入信号; u 为施加给工业现场受控对象的信号, 使受控对象按照一定的规律运行。 x 为工业现场信息采集量。 k 为在离散时域的时间系数, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{r \times n}$, $w(k)$ 和 $v(k)$ 分别是系统的干扰和测量噪音。 $w(k) = [w_1(k), \dots, w_n(k)]^T$, $v(k) = [v_1(k), \dots, v_n(k)]^T$ 假定有界。为了简化, 假定 $C = I$, 即所有状态均可测量。

1.2.3 不具有线性特性的非线性系统例子

非线性系统的性态要复杂得多。由于没有线性特性及其相关的叠加性, 非线性系统对外部输入的响应与线性系统截然不同, 请看下例。

例 1.6 水下车辆运动的一个简单模型可写为。

$$\dot{v} + |v|v = u$$

式中, v 是车速, u 是控制输入(推力, 由螺旋桨提供), 非线性 $v|v|$ 对应典型的“平方律”牵引。

假设用单位阶跃函数作为推力 u , 5s 后改为负单位阶跃函数。可以看出, 系统对正阶跃函数的稳态响应比其后的负阶跃函数快得多。直观说就是有如下事实: 等效阻尼系数 $|v|$ 在高速时比低速时大。

现在假定用振幅为 10 的阶跃函数, 那么对正阶跃和负阶跃的稳态时间会更显著。而且稳态速度 v_s 对于第一个阶跃的响应并不像在线性系统那样 10 倍于第一次对第一个阶跃的响应。

$$u=1 \Rightarrow 0+ |v_s| v_s = 1 \Rightarrow v_s = 1$$

$$u=10 \Rightarrow 0+ |v_s| v_s = 10 \Rightarrow v_s = \sqrt{10} \approx 3.2$$

为了更直观了解, 我们通过 Matlab 进行程序设计并进行仿真, 仿真图(见图 1.5 和图 1.6)与程序如下。

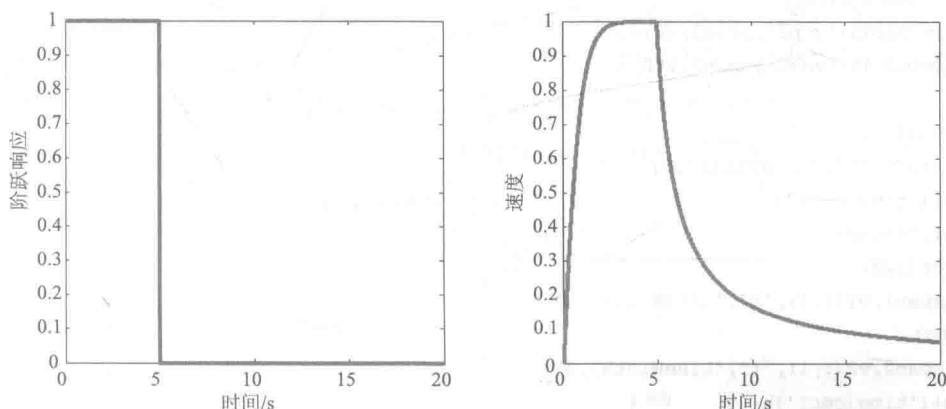


图 1.5 输入为单位阶跃函数及系统响应图

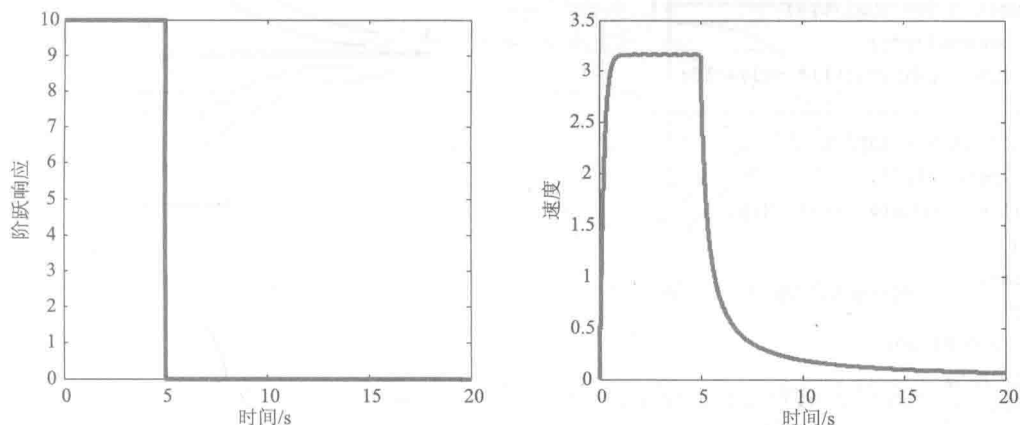


图 1.6 输入振幅为 10 的阶跃函数及响应

程序一: 输入为单位阶跃函数及相应程序

```
function dv= vdp1(t,v)
dv= zeros(1,1);
dv(1)= - (abs(v(1))) * v(1) + 1;
end
function dv= vdp2(t,v)
```

```

dv= zeros(1,1);
dv(1)= - (abs(v(1))) * v(1);
end

clear;
clc;
tt= 0:0.01:20;
tnt= 2.5;
width= 5;
ft= rectpuls(tt- tnt,width);
v0= 0;
v00= 1;
span1= 0:0.001:5;
span2= 5:0.001:20;
[t,v1]= ode45('vdp1',span1,v0);
[t,v2]= ode45('vdp2',span2,v00);

subplot(121)
plot(tt,ft,'b','LineWidth',3)
xlabel('time(sec)')
ylabel('thrust')
subplot(122)
plot(span1,v1(:,1),'r','LineWidth',3)
hold on;
plot(span2,v2(:,1),'r','LineWidth',3)
xlabel('time(sec)')
ylabel('speed')

```

程序二 :输入为振幅 10 的阶跃函数及相应程序

```

function dv= vdp1(t,v)
dv= zeros(1,1);
dv(1)= - (abs(v(1))) * v(1)+ 10;
end
function dv= vdp2(t,v)
dv= zeros(1,1);
dv(1)= - (abs(v(1))) * v(1);
end
clear;
clc;
tt= 0:0.01:20;
tnt= 2.5;
width= 5;
ft= 10* rectpuls(tt- tnt,width);
v0= 0;
v00= sqrt(10);
span1= 0:0.001:5;
span2= 5:0.001:20;
[t,v1]= ode45('vdp1',span1,v0);
[t,v2]= ode45('vdp2',span2,v00);

subplot(121)

```

```

plot(tt,ft,'b','LineWidth',3)
xlabel('time(sec)')
ylabel('thrust')
subplot(122)
plot(span1,v1(:,1),'r','LineWidth',3)
hold on;
plot(span2,v2(:,1),'r','LineWidth',3)
xlabel('time(sec)')
ylabel('speed')

```

1.2.4 一些常见的非线性系统的特性

1. 多平衡点

非线性系统通常有一个以上的平衡点(平衡点是系统可以停留、永远不动的一个点)。

例 1.7 一阶系统 $\dot{x} = -x + x^2$ 其初始值为 $x(0) = x_0$ 。它的线性化方程为 $\dot{x} = -x$, 线性化系统只有一个平衡点。并且这个线性系统的解可以表示为 $x(t) = x_0 e^{-t}$, 轨线图见图 1.7。

与此相反, 非线性系统 $\dot{x} = -x + x^2$ 有两个平衡点 $x=0, x=1$, 通过变量分离法求解, 对式子 $dx/(-x+x^2) = dt$ 求积分, 得到非线性系统的解响应为

$$x(t) = \frac{x_0 e^{-t}}{1 - x_0 + x_0 e^{-t}}$$

其解的形态强烈依赖于初始值。轨线图见图 1.8。

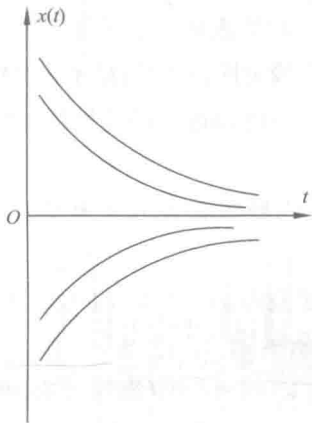


图 1.7 线性轨线图

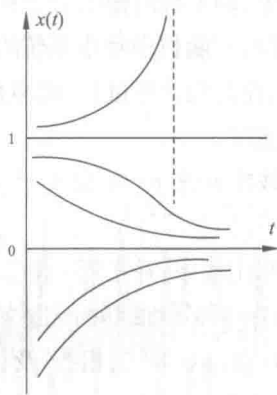


图 1.8 非线性系统轨线图

2. 极限环

在没有外部激励的情况下, 非线性系统可以表现为固定幅值及固定周期的简谐振动, 这种简谐振动称为极限环, 荷兰电气工程师范德波尔(Van der Pol)在 1920 年首次对其开展研究。

例 1.8 范德波尔方程。

二阶非线性微分方程 $m\ddot{x} + 2c(x^2 - 1)\dot{x} + kx = 0$ 称为范德波尔方程(这里 m, c, k 为正常数)。它可以看作一个质量-弹簧-阻尼系统的模型。其阻尼系数依赖于位置 $2c(x^2 - 1)$ (或者一个带有非线性电阻的 RLC 电路)。当 x 较大时阻尼为正, 即阻尼消耗系统的能量。这表明系统运动具有收敛性。当 x 较小时阻尼系数为负, 即阻尼向系统注入能量。因此, 由于非线性阻尼随 x 变化, 系统运动既不会无限增长也不会衰减到零。表现为依赖于初值的持续震荡(运动轨迹仿真)。这种所谓极限环是由阻尼