MBA/MPA/MPAcc等管理类硕士联考专用教材

秒杀

2019年 MBA/MPA/MPAcc 管理类专业学位联考

高分指南

综合能力

（数学分册+逻辑分册+写作分册）

数学分册

全国管理类研究生入学考试专用教材编写组◎编写

MBA
MPA
MPAcc

第8版

旅游管理硕士
工程管理硕士
图书情报硕士
审计硕士

中国人民大学出版社

2019年MBA/MPA/MPAcc管理类专业学位联考高分指南综合能力（数学分册+逻辑分册+写作分册）数学分册

全国管理类研究生入学考试专用教材编写组　编写

中国人民大学出版社
·北京·

总 序
Preface

从2011年第一版问世至今，本套书已经陪伴大家走过了7个年头。2018年，本套书进行了较大的修订和改编，套书由9册精心整合为5册，分为英语词汇、高分指南以及考前点睛等几个方面，从而更加精简、凝练、全面！

本套书有如下几个特点：

一、名校、名师倾情联手，专业、权威、实用

本套书由全国知名培训机构——环球卓越策划并联手资深辅导名师执笔，将环球卓越多年教学精华浓缩在本套书中。环球卓越立足北京，分校遍布上海、广州、南京、郑州、济南等全国70多个城市，多年来将考试培训和图书出版相结合，赢得了市场广泛的赞誉。

二、紧扣大纲，直击2019年考试真题

自2009年以来，管理类专业学位联考考试大纲一直在变革中，需要考生充分认识并把握考纲要点。本套书在研究历年真题和大纲的基础上，将考点、要点及考试趋势进行了充分详尽的展示。"考前点睛"则直击最新考试真题，达到仿真实战的目的。

三、独一无二的"英语词汇"周计划，助你高效攻克词汇难关

英语是很多在职考生的痛，词汇更是背了又忘忘了又背，翻来翻去还是那几页。《英语词汇一本通关》则将考纲规定的5 500个词汇严格分配到5周时间里，由基础词汇到核心高频词汇，由浅入深，天天有任务，周周有规划，学习和记忆单词，不再是难事！

四、紧密结合考试形式的"高分指南"，精简凝练，切实满足考生需求

本套书的"高分指南"部分由综合能力和英语二组成，不仅仅与考试形式进行了严密的结合，而且在内容上也做到了精简凝练，让考生在有限的时间里快速入门和攻关。

五、畅销多年的"考前点睛"，真题解析详尽，模拟演练仿真，真材实料好伴侣

本套书的两本"考前点睛"自2011年第一版上市以来便畅销不衰，其制胜法宝便是全方位详尽的真题解析以及高度专业和仿真的模拟试题！对考生而言，真题和模拟题无疑是熟悉和掌握考试形式、考试题型、考点和要求的最佳选择，且提供了考生必须大量实操和练习的必备资料，而人性周到的真题解析和全真的模拟试题，更是大家的贴心伴侣！

我们一直在用心地做着这套书，希望考生使用本套书取得成功！

编者

目 录

Contents

条件充分性判断题的解题说明

一、充分条件

定义： 由条件 A 成立，就可以推出结论 B 成立（即 $A \Rightarrow B$ 是真命题），则说 A 是 B 的充分条件．

若 A 是 B 的充分条件，也可以说 A 具备了使 B 成立的充分性．若 $A \nRightarrow B$，则说 A 不是 B 的充分条件，也可以说 A 不具备使 B 成立的充分性．

例如：A 为 $x>3$；B 为 $x>2$.

当 $x>3$ 时，由 $3>2$，故必有 $x>2$ 成立．

故 A 为 $x>3$ 是 B 为 $x>2$ 的充分条件，或说，对于 B 为 $x>2$ 的成立，A 为 $x>3$ 具有充分性．

显然，对于 A 为 $x>3$ 的成立，B 为 $x>2$ 不具有充分性．

又如：$x-2>2$ 不是 $4<x<6$ 的充分条件，同样 $x+2<8$ 也不是 $4<x<6$ 的充分条件．但 $x-2>2$ 与 $4<x<6$ 联合起来，即 $x-2>2$ 且 $x+2<8$，对于 $4<x<6$ 的成立具有充分性．

二、充分性判断

解题说明： 本题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论．阅读每小题中的条件（1）和（2）后选择．

A. 条件（1）充分，但条件（2）不充分

B. 条件（2）充分，但条件（1）不充分

C. 条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和（2）联合起来充分

D. 条件（1）充分，条件（2）也充分

E. 条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和（2）联合起来也不充分

例 1. 方程 $x^2-3x-4=0$ 成立．

（1）$x=-1$　　　　（2）$x=5$

解：由条件（1），$x=-1$，$x+1=0$，所以 $(x+4)(x+1)=0$，即 $x^2-3x-4=0$ 成立（或将 $x=-1$ 直接代入所给方程进行检验）.

所以条件（1）充分.

由条件（2），$x=5$，得 $x^2-3x-4=5^2-3\times5-4=6\neq0$，因此条件（2）不充分.

故此题应选 A.

例 2. 将一篇文章录入计算机，录入员甲比录入员丙效率低.

（1）录入员甲与录入员乙合作，需 2 小时录完

（2）录入员乙与录入员丙合作，需 1 小时 30 分钟录完

解：条件（1）与条件（2）单独显然不具备使录入员甲比录入员丙效率低的充分性.

下面考虑条件（1）和条件（2）联合：

由于甲、乙合作所需时间大于乙、丙合作所需时间，所以甲比丙录入速度慢，即甲的效率比丙低.

也可以用如下的计算方法：

设甲单独录入需 x 小时录完，丙单独录入需 y 小时录完.

由条件（1），乙每小时录入量为 $\frac{1}{2}-\frac{1}{x}$，再由条件（2）得

$$\frac{1}{y}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{1.5}=\frac{2}{3}$$

所以，$\frac{1}{y}=\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{6}>\frac{1}{x}$

即：甲每小时完成的工作量小于丙每小时完成的工作量，即甲的效率比丙低.

故此题应选 C.

由上述例题可以得出结论：条件充分性判断的求解过程即为以下三个命题中某个命题真假的判定：

①条件（1）成立，则题干结论成立.

②条件（2）成立，则题干结论成立.

③（1）与（2）两个条件都成立，则题干结论成立.

注意：本版图书中，所有充分性判断题中的 A、B、C、D、E 这 5 个选项所规定的含义，均以本节为准，即

A. 条件（1）充分，但条件（2）不充分

B. 条件（2）充分，但条件（1）不充分

C. 条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和（2）联合起来充分

D. 条件（1）充分，条件（2）也充分

E. 条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和（2）联合起来也不充分

以后不再重复说明.

第一章　实数的性质及其运算

第一节　有理数

一、有理数的分类及基本概念

整数和分数统称为有理数．

其中整数包括正整数、负整数和零；分数包括正分数和负分数．

任何一个有理数都可以写成分数$\dfrac{m}{n}$的形式（m，n 均为整数，$n\neq0$）．因为分数与有限小数和无限小数可以互化，所以又称有理数为有限小数和无限循环小数．

两个有理数的和、差、积、商（分母不等于0）仍然是一个有理数．

二、整数

两个整数的和、差、积仍然是整数，但是用一个不等于零的整数去除另一个整数所得的商不一定是整数，因此，我们有以下整除的概念：

定义： 设 a，b 是任意两个整数，其中 $b\neq0$，如果存在一个整数 q，使得等式$a=bq$成立，则称 b 整除 a 或 a 能被 b 整除，记作：$b\mid a$，此时我们把 b 叫做 a 的因数，把 a 叫做 b 的倍数．如果这样的整数 q 不存在，则称 b 不整除 a，记作：$b\nmid a$.

整除具有如下的性质：

(1) 如果 $c\mid b$，$b\mid a$，则 $c\mid a$；

(2) 如果 $c\mid b$，$c\mid a$，则对任意的整数 m，n，有 $c\mid ma+nb$.

定理： 设 a，b 是两个整数，其中 $b>0$，则存在整数 q，r，使得 $a=bq+r$，$0\leqslant r<b$ 成立，而且 q，r 都是唯一的，q 叫做 a 被 b 除所得的不完全商，r 叫做 a 被 b 除所得的余数．

由整除的定义及带余除法可知，若 $b>0$，则 $b\mid a$ 的充要条件是带余除法中余数$r=0$.

用带余除法，我们可将整数分类：

能被 2 整除的数称为偶数，记作：$2n$（$n\in \mathbf{Z}$）；

不能被 2 整除的数称为奇数，记作：$2n\pm 1$（$n\in \mathbf{Z}$）.

注：（1）两个相邻整数必为一个奇数一个偶数.

（2）能被 2，3，4，5，6，8，9，10 整除的整数所具备的性质有：

①能被 2 整除的整数：个位数字为 0，2，4，6，8.

②能被 3 整除的整数：各位数字之和能被 3 整除.

③能被 4 整除的整数：末两位数字必能被 4 整除.

④能被 5 整除的整数：个位数字为 0 或 5.

⑤能被 6 整除的整数：同时能被 2 和 3 整除.

⑥能被 8 整除的整数：末三位数字必能被 8 整除.

⑦能被 9 整除的整数：各位数字之和能被 9 整除.

⑧能被 10 整除的整数：个位数字必为 0.

例 1.1：当整数 n 被 6 除时，其余数为 3，则下列哪一项不是 6 的倍数(　　).

A. $n-3$　　B. $n+3$　　C. $2n$　　D. $3n$　　E. $4n$

【难度系数：0.68】

解：由已知 $n=6k+3$，这里 k 是整数，从而 $n-3=6k+3-3=6k$，$n+3=6k+3+3=6(k+1)$，$2n=2(6k+3)=6(2k+1)$，$4n=4(6k+3)=6(4k+2)$

即 $n-3$，$n+3$，$2n$，$4n$ 都是 6 的倍数.

而 $3n=3(6k+3)=6(3k+1)+3$，其余数为 3，即 $3n$ 不是 6 的倍数.

故本题的正确选项是 D.

例 1.2：有偶数位来宾.

（1）聚会时所有来宾都被安排在一张圆桌周围，且每位来宾与其邻座性别不同

（2）聚会时，男宾人数是女宾的人数的 2 倍

【2010 年真题，难度系数：0.7】

解：设男嘉宾的人数为 x 人，女嘉宾的人数为 y 人.

条件（1），必有 $x=y$，因此 $x+y=2x$ 为偶数，所以条件（1）是充分的.

条件（2），取 $y=1$，$x=2$，因此 $x+y=1+2=3$ 不是偶数，所以条件（2）不充分.

故本题的正确选项是 A.

例 1.3：m 是一个整数.

（1）若 $m=\dfrac{p}{q}$，其中 p 与 q 为非零整数，且 m^2 是一个整数

（2）若 $m=\dfrac{p}{q}$，其中 p 与 q 为非零整数，且 $\dfrac{2m+4}{3}$ 是一个整数

【难度系数：0.48】

解：条件（1），若 m^2 是一个整数，则 $m=\dfrac{p}{q}$ 一定是整数，因此条件（1）是充分的.

条件（2），取 $m=\dfrac{11}{2}$，则 $\dfrac{2m+4}{3}=5$ 是整数，但 m 不是整数，因此条件（2）不充分.

故本题的正确选项是 A.

例 1.4：三个 2 002 位数的运算 $99\cdots9\times88\cdots8\div66\cdots6$ 的结果中有（　　）.

A. 相邻的 2 001 个 3　　B. 相邻的 2 002 个 3　　C. 相邻的 2 001 个 2

D. 相邻的 2 002 个 2　　E. 以上答案均不正确

【难度系数：0.27】

解：$99\cdots9\times88\cdots8\div66\cdots6=\frac{99\cdots9\times88\cdots8}{66\cdots6}=\frac{99\cdots9\times8}{6}=33\cdots3\times4=1\underbrace{33\cdots3}_{2\,001}2$

故本题的正确选项是 A.

例 1.5：m 为偶数.

(1) 设 n 为整数，$m=n(n+1)$

(2) 在 1，2，3，…，1 988 这 1 988 个自然数中的相邻两个数之间添加一个加号或减号，这样组成运算式的结果是 m

【难度系数：0.56】

解：条件 (1)，$m=n(n+1)$，连续两个整数中，正好是一个奇数一个偶数，从而 m 是偶数，条件 (1) 是充分的.

条件 (2)，在 1，2，3，…，1 988 中有 994 个偶数，994 个奇数，其运算结果一定是偶数，从而条件 (2) 也是充分的.

故本题的正确选项是 D.

三、质数与合数

1. 定义

在正整数中，1 的正因数只有它本身，因此在整数中 1 的地位是很特殊的. 任何一个大于 1 的整数，都至少有两个正因数，即 1 和这个整数本身. 将大于 1 的整数，按照它们含有正因数的个数分类，可以将正整数分为质数和合数.

定义：一个大于 1 的整数，如果它的正因数只有 1 和它本身，则称这个整数是质数（素数）；一个大于 1 的整数，如果除了 1 和它本身，还有其他的正因数，则称这个整数是合数.

由定义可知，除了最小质数 2 是偶数外，其余质数都是奇数.

2. 质数的性质

(1) 若 M 是一质数，a 是任一整数，则 a 不能被 M 整除或 M 与 a 互质（M 与 a 的最大公因数是 1).

(2) 设 a_1，a_2，…，a_n 是 n 个整数，M 是质数，若 $M\mid a_1a_2\cdot\cdots\cdot a_n$，则 M 一定能整除其中一个 a_k.

例 1.6：设 a，b，c 是小于 12 的三个不同的质数（素数)，且 $|a-b|+|b-c|+|c-a|=8$，则 $a+b+c=$（　　）.

A. 10　　B. 12　　C. 1　　D. 15　　E. 19

【2011 年真题，难度系数：0.73】

解： 根据题意，得：$a=7$，$b=5$，$c=3$.

所以 $a+b+c=7+5+3=15$.

故本题的正确选项为 D.

例 1.7： 若几个质数（系数）的乘积为 770，则它们的和为（　　）.

A. 85　　B. 84　　C. 28　　D. 260　　E. 25

【2014 年真题，难度系数：0.59】

解： 由题意可知 770 是几个质数（系数）的乘积，那么将 770 进行化解直到全部是质数为止.

$770=2\times385=2\times5\times77=2\times5\times7\times11$

则有：$2+5+7+11=25$

故本题的正确选项为 E.

例 1.8： 三个质数之积恰好等于它们和的 5 倍，则这三个质数之和为（　　）.

A. 11　　B. 12　　C. 13　　D. 14　　E. 15

【难度系数：0.30】

解法一： 设三个质数分别为 a，b，c，根据题意有：$abc=5(a+b+c)$，可推知 a，b，c 中有一个为 5，不妨设 $c=5$，则 $ab=a+b+5\Rightarrow b=\frac{a+5}{a-1}=1+\frac{6}{a-1}$.

所以 $a-1$ 是 6 的约数，且 a，b 是质数 $\Rightarrow a=2$，$b=7$，从而 $a+b+c=14$.

故本题的正确选项为 D.

解法二： 根据题意有：$abc=5(a+b+c)$.

右边是 5 的倍数，所以左边也是 5 的倍数，故有一个是 5.

设 $c=5$，有 $ab=a+b+5$，即 $ab-a-b=5\Rightarrow ab-a-b+1=6\Rightarrow(a-1)(b-1)=6$.

所以 $(a-1)(b-1)=2\times3=1\times6$.

即有 $\begin{cases}a-1=2\\b-1=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a-1=1\\b-1=6\end{cases}$，所以 $\begin{cases}a=3\\b=4\end{cases}$（舍），$\begin{cases}a=2\\b=7\end{cases}$

所以这三个质数为 2，5，7. 从而 $a+b+c=2+7+5=14$.

故本题的正确选项为 D.

例 1.9： 已知 p、q 为质数，且 $5p^2+3q=59$，则以 $p+3$，$1-p+q$，$2p+q-4$ 为边长的三角形是（　　）.

A. 等边三角形　　B. 等腰但非等边三角形　　C. 直角三角形

D. 钝角三角形　　E. 以上答案均不正确

【难度系数：0.29】

解： 由已知，$5p^2$，$3q$ 为一奇一偶，从而 p、q 为一奇一偶质数.

若 $q=2$，则 $5p^2=53$ 无解. 因此得 $\begin{cases}p=2\\q=13\end{cases}$.

即 $p+3=5$，$1-p+q=12$，$2p+q-4=13$.

又 $5^2+12^2=13^2$，所以以 5，12，13 为边长的三角形是直角三角形.

故本题的正确选项为 C.

例 1.10：$p=mq+1$ 为质数.

(1) m 为正整数，q 为质数.

(2) m，q 均为质数.

【2013 年真题，难度系数：0.63】

解：本题用数字代入法检验即可.

条件 (1) 中，当 $m=1$，$q=3$ 时，$p=1\times3+1=4$，4 不是质数，条件 (1) 不满足题干；

条件 (2) 中，当 $m=5$，$q=7$ 时，$p=5\times7+1=36$，36 不是质数，条件 (2) 不满足题干.

很显然，将条件 (1) 和条件 (2) 联合起来，也不能满足题干要求.

因此，条件 (1) 和条件 (2) 单独都不充分，联合起来也不充分.

故本题的正确选项为 E.

例 1.11：设 m，n 是小于 20 的质数，则满足条件 $|m-n|=2$ 的 $\{m, n\}$ 共有（　）.

A. 2 组　　B. 3 组　　C. 4 组　　D. 5 组　　E. 6 组

【2015 年真题，难度系数：0.50】

解：由于 20 以内的质数只有 2，3，5，7，11，13，17，19，那么能满足题干条件的 $|m-n|=2$ 的 $\{m, n\}$ 只能为 $\{3, 5\}$，$\{5, 7\}$，$\{11, 13\}$，$\{17, 19\}$，一共 4 组.

故本题正确选项为 C.

四、最大公因数和最小公倍数

定义：设 a，b 是两个整数，若整数 d 满足 $d\mid a$ 且 $d\mid b$，则称 d 是 a，b 的一个公因数. 整数 a，b 的公因数中最大的一个叫做 a，b 的最大公因数，记为 (a, b).

若 $(a, b)=1$，则称 a，b 互质.

定义：设 a，b 是两个整数，若整数 d 满足 $a\mid d$ 且 $b\mid d$，则称 d 是 a，b 的一个公倍数，a，b 的所有公倍数中最小的正整数叫做 a，b 的最小公倍数，记为 $[a, b]$.

定理：设 a，b 是任意两个正整数，则有

(1) a，b 的所有公倍数就是 $[a, b]$ 的所有倍数，即若 $a\mid d$ 且 $b\mid d$，则 $[a, b]\mid d$；

(2) $[a, b]=\dfrac{ab}{(a, b)}$，特别当 $(a, b)=1$，则 $[a, b]=ab$.

例 1.12：从 1 到 120 的自然数中，能被 3 整除或能被 5 整除的数的个数为（　）.

A. 64　　B. 48　　C. 56　　D. 46　　E. 72

【难度系数：0.85】

解：在 1 到 120 中，能被 3 整除的数可表示为 $3k$，$k=1, 2, \cdots, 40$；能被 5 整除的数可表示为 $5k$，$k=1, 2, \cdots, 24$。又因为 3 和 5 的最小公倍数是 15，所以既能被 3 整除又能被 5 整除的数一定是 15 的倍数，可表示为：$15k$，$k=1, 2, \cdots, 8$。从而能被 3 或 5 整除的数的个数为：$40+24-8=56$ 个.

故本题的正确选项为 C.

例 1.13：两个正整数的最大公约数是 6，最小公倍数是 90，满足条件的两个正整数组成的大数在前的数对共有(　　)对.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4　　E. 5

【难度系数：0.38】

解法一：根据两个正整数的最大公约数是 6，可设两个整数 $m_1=6k_1$，$m_2=6k_2$（k_1，k_2 互质），则 m_1 与 m_2 的最小公倍数为 $6k_1k_2=90\Rightarrow k_1k_2=15$.

得 $k_1=5$，$k_2=3$ 或 $k_1=15$，$k_2=1$，故有两对.

故本题的正确选项为 B.

解法二：设所求两个数为 a，b，由已知 $(a, b)=6$，$[a, b]=90$，从而 $ab=[a, b](a, b)=90\times6=540=2\times2\times3\times3\times3\times5$.

即 $a=2\times3\times3\times5=90$，$b=2\times3=6$ 或 $a=2\times3\times5=30$，$b=2\times3\times3=18$.

故本题的正确选项为 B.

例 1.14：将长、宽、高分别为 12、9、6 的长方体切割成正方体，且切割后无剩余，则能切割成相同正方体的最少个数为(　　).

A. 3　　B. 6　　C. 24　　D. 96　　E. 64

【2017 年真题，难度系数：0.55】

解：设能切割成相同正方体的最少个数为 x，那么要想符合题干，则必须满足 x 能被长方体的长、宽、高即 12、9、6 整除，那么此时 x 应该是 12、9、6 的最大公因数，即 $x=3$.

因此正方体的最少个数为：$\dfrac{12\times9\times6}{3\times3\times3}=24$.

故本题的正确选项为 C.

五、分数

1. 定义

将单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或几份的数叫做分数．表示其中一份的数是这个分数的单位．分数有真分数、假分数、带分数等．把“1”平均分成多少份的数，称为分数的分母；表示取了多少份的数，称为分数的分子．

2. 分数的性质

(1) 若 m 与 n 的最大公约数为 1，则称 $\dfrac{m}{n}$ 为既约分数．

(2) 分数的分子和分母同时乘以或除以一个非零的数，分数值不变，即

$$\frac{a}{b}=\frac{am}{bm}=\frac{\frac{a}{m}}{\frac{b}{m}}\quad(b\neq0,\ m\neq0)$$

3. 分数的运算

（1）同分母的分数相加减，分子相加减，分母不变．

（2）异分母分数相加减，先通分，然后按照同分母分数的加减法法则进行运算．

（3）分数乘以整数，用分子和整数相乘作积的分子，分母不变．

$$\frac{a}{b}\times c=\frac{a\times c}{b}$$

（4）分数乘以分数，用分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母．

$$\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$$

（5）一个数除以另一个数（零除外），等于一个数乘以另一个数的倒数．

例 1.15：$\dfrac{\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{9}\right)}{0.1+0.2+0.3+\cdots+0.9}=($　　$)$.

A. $\frac{2}{81}$　　B. $\frac{2}{9}$　　C. $\frac{9}{2}$　　D. $\frac{81}{2}$　　E. $\frac{13}{9}$

【难度系数：0.79】

解：细心观察本题，有规律：分子中第一个括号中运算之后的分母是第二个括号中运算之后的分子，同样第二个括号中运算之后的分母是第三个括号中运算之后的分子，依次下去，得：

$$原式=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\cdots\cdot\frac{8}{9}}{(0.1+0.9)+(0.2+0.8)+(0.3+0.7)+(0.4+0.6)+0.5}=\frac{\frac{1}{9}}{\frac{9}{2}}=\frac{2}{81}.$$

故本题的正确选项是 A.

例 1.16：$1+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\dfrac{1}{1+2+3+4}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+100}=($　　$)$.

A. $\frac{99}{100}$　　B. $\frac{99}{101}$　　C. $\frac{100}{101}$　　D. $\frac{200}{101}$　　E. 1

【难度系数：0.34】

解：形如$\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+n}$的形式，一般变形为：$\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+n}=\dfrac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}=\dfrac{2}{n(n+1)}=2\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$.

所以，原式$=2\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{100}-\frac{1}{101}\right)=2\left(1-\frac{1}{101}\right)=\frac{200}{101}$.

故本题的正确选项是 D.

例 1.17：$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\cdots\cdot\left(1-\frac{1}{99^2}\right)=($　　$)$.

A. $\frac{50}{97}$　　B. $\frac{52}{97}$　　C. $\frac{47}{98}$　　D. $\frac{47}{99}$　　E. $\frac{50}{99}$

【难度系数：0.57】

解：原式$=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\cdots\cdot\left(1+\frac{1}{99}\right)\left(1-\frac{1}{99}\right)$

$=\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\cdots\cdot\left(1+\frac{1}{99}\right)\right]\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\cdots\cdot\left(1-\frac{1}{99}\right)\right]$

$=\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\cdots\cdot\frac{100}{99}\right)\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\cdots\cdot\frac{98}{99}\right)=\frac{100}{2}\times\frac{1}{99}=\frac{50}{99}$.

故本题的正确选项是 E.

例 1.18：$\frac{1}{13\times15}+\frac{1}{15\times17}+\cdots+\frac{1}{37\times39}=$(　　).

A. $\frac{1}{37}$　　B. $\frac{1}{39}$　　C. $\frac{1}{40}$　　D. $\frac{2}{41}$　　E. $\frac{2}{39}$

【难度系数：0.8】

解：形如$\frac{1}{n\times(n+2)}$的形式，一般变形为：$\frac{1}{n\times(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$

所以，原式$=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{13}-\frac{1}{15}\right)+\left(\frac{1}{15}-\frac{1}{17}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{37}-\frac{1}{39}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{13}-\frac{1}{15}+\frac{1}{15}-\frac{1}{17}+\cdots+\frac{1}{37}-\frac{1}{39}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{13}-\frac{1}{39}\right)=\frac{1}{39}$.

故本题的正确选项是 B.

例 1.19：如果当 x 取 1，2，3，4，5 时，对应的 y 的值分别是：$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{5}$，$\frac{3}{10}$，$\frac{4}{17}$，$\frac{5}{26}$，那么当 $x=8$ 时，对应的 y 的值是(　　).

A. $\frac{8}{61}$　　B. $\frac{8}{63}$　　C. $\frac{8}{65}$　　D. $\frac{8}{67}$　　E. $\frac{8}{69}$

【难度系数：0.68】

解：由题意知，y 与 x 的关系式为：$y=\frac{x}{x^2+1}$；所以当 $x=8$ 时，对应的 y 的值是$\frac{8}{65}$.

故本题的正确选项是 C.

例 1.20：$x=11$.

(1) $x=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{101} i}{\sum\limits_{i=1}^{101}(-1)^{i-1}i}$

(2) $x=\dfrac{1-2+3-4+5-6+\cdots+2\,005-2\,006+2\,007}{(2\,008+2\,006+\cdots+4+2)-(2\,007+2\,005+\cdots+3+1)}$

【难度系数：0.70】

解：由条件 (1)，原式$=\dfrac{1+2+3+\cdots+101}{1-2+3-4+\cdots+99-100+101}=\dfrac{\frac{101\times102}{2}}{-50+101}=101$.

即条件 (1) 是不充分的.

由条件 (2)，原式$=\dfrac{(1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots+(2\,005-2\,006)+2\,007}{(2\,008-2\,007)+(2\,007-2\,005)+\cdots+(2-1)}$

$$=\frac{-1\,003+2\,007}{1\,004}=1.$$

即条件（2）也是不充分的.

所以条件（1）和条件（2）都不充分，且条件（1）和条件（2）不能联合.

故本题的正确选项是 E.

第二节　实　数

一、实数的基本概念

有理数和无理数统称为实数.

无理数是无限不循环小数，有理数能表示成$\frac{m}{n}$的形式，而无理数不能（m，n 均为整数，$n\neq 0$）.

二、实数的基本性质

在水平直线上取一点表示原点，选取某一长度作为单位长度，规定直线上向右的方向为正方向，就得到如图 1－1 所示的数轴.

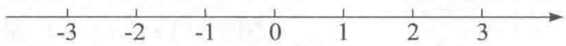

图 1－1

（1）实数与数轴上的点一一对应，即对于数轴上的每一个点都可以找到唯一的实数与它对应；反过来，对于每一个实数都可以在数轴上找到一个确定的点与它对应.

（2）若 a、b 是任意两个实数，则在 $a<b$，$a=b$，$a>b$ 中有且只有一个关系成立.

（3）若 a 是任意实数，则 $a^2\geqslant 0$ 成立.

三、实数的运算

1. 任意两个实数的和、差、积、商（除数不等于零）仍然是实数.

2. 实数的加、减、乘、除四则运算符合加法和乘法运算的交换律、结合律和分配律.

（1）加法交换律：$a+b=b+a$

（2）加法结合律：$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$

（3）乘法交换律：$a\times b=b\times a$

(4) 乘法结合律：$a\times b\times c=(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

(5) 乘法分配律：$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$；$(a-b)\times c=a\times c-b\times c$

3. 乘方运算：

(1) 当实数 $a\neq0$ 时，$a^0=1$，$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$.

(2) 负实数的奇数次幂为负数，负实数的偶数次幂为正数.

4. 开方运算.

(1) 在实数范围内，负实数无偶次方根；0 的偶次方根是 0，正实数的偶次方根有两个，它们互为相反数，其中正的偶次方根称为算术根. 如：$a>0$ 时，a 的平方根是 $\pm\sqrt{a}$，其中 $\sqrt{a}$ 是正实数 a 的算术平方根.

(2) 在运算有意义的前提下，$a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$.

例 2.1：下列说法正确的是(　　).

A. 两个无理数的和是无理数　　B. 两个无理数的乘积是无理数

C. 两个无理数的乘积是有理数　　D. 一个有理数和一个无理数的乘积是无理数

E. 一个有理数和一个无理数相加减，其结果是无理数

【难度系数：0.53】

解：两个无理数的和或差不一定是无理数，例如：$a=2+\sqrt{3}$，$b=2-\sqrt{3}$，则 $a+b=4$ 是有理数；两个无理数的乘积或商不一定是无理数，例如：$a=\sqrt{2}-1$，$b=\sqrt{2}+1$，则 $ab=2-1=1$ 是有理数. 因此 A，B，C 都不正确.

一个有理数和一个无理数的乘积可能是有理数，也可能是无理数. 如：$a=0$，$b=\sqrt{3}$，则 $ab=0$ 是有理数，若 $a\neq0$，a 为有理数，b 为无理数，则 ab 一定是无理数，因此 D 不正确. 一个有理数和一个无理数相加减，其结果一定是无理数，因此 E 选项正确.

故本题的正确选项是 E.

例 2.2：已知 x 是无理数，且 $(x+1)(x+3)$ 是有理数，则

①x^2 是有理数　　②$(x-1)(x-3)$ 是无理数

③$(x+1)^2$ 是有理数　　④$(x-1)^2$ 是无理数

以上结论正确的有(　　)个.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4　　E. 5

【难度系数：0.36】

解：由 x 是无理数，$(x+1)(x+3)=x^2+4x+3$ 是有理数，可知：

$x^2=(x^2+4x+3)-(4x+3)$ 是无理数；

$(x-1)(x-3)=x^2-4x+3=(x^2+4x+3)-8x$ 是无理数；

$(x+1)^2=x^2+2x+1=(x^2+4x+3)-(2x+2)$ 是无理数；

$(x-1)^2=x^2-2x+1=(x^2+4x+3)-(6x+2)$ 是无理数.

因此②，④正确.

故本题的正确选项是 B.

例 2.3：设 x，y 是有理数，且 $(x-\sqrt{2}y)^2=6-4\sqrt{2}$，则 $x^2+3y^2=$(　　).

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8　　E. 9