



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

文科高等数学 基础教程

(第三版)

周明儒 编著

高等教育出版社



普通高等教育“十一五”国家级规划教材



文科高等数学 基础教程

(第三版)

周明儒 编著

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是文科类专业大学生高等数学课程教材。前三篇包括一元微积分、概率统计初步、线性代数简介，比较简明、系统地介绍了高等数学的基础知识，同时用 10 个阅读材料介绍几个学科的创立、发展和应用以及一些数学家的事迹与风范。第四篇为数学科学精神与思想方法，包括数学史话五题和数学思想方法撷粹，着眼于对学生人文精神的熏陶。全书包含基本内容和选教选学内容，便于不同学时、不同要求的高校文科类专业选用。

图书在版编目(CIP)数据

文科高等数学基础教程 / 周明儒编著. --3 版. --

北京: 高等教育出版社, 2018. 9

ISBN 978 - 7 - 04 - 050402 - 6

I. ①文… II. ①周… III. ①高等数学—高等学校—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 182375 号

策划编辑 于丽娜
插图绘制 尹文军

责任编辑 贾翠萍
责任校对 刘娟娟

封面设计 张楠
责任印制 尤静

版式设计 于婕

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印刷 廊坊十环印刷有限公司
开本 787mm × 1092mm 1/16
印张 24.5
字数 450 千字
购书热线 010 - 58581118
咨询电话 400 - 810 - 0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
版 次 2005 年 2 月第 1 版
2018 年 9 月第 3 版
印 次 2018 年 9 月第 1 次印刷
定 价 45.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 50402 - 00

文科高等数学 基础教程

(第三版)

周明儒
编著

- 1 计算机访问 <http://abook.hep.com.cn/1229055>, 或手机扫描二维码、下载并安装 Abook 应用。
- 2 注册并登录, 进入“我的课程”。
- 3 输入封底数字课程账号 (20位密码, 刮开涂层可见), 或通过 Abook 应用扫描封底数字课程账号二维码, 完成课程绑定。
- 4 单击“进入课程”按钮, 开始本数字课程的学习。



课程绑定后一年为数字课程使用有效期。受硬件限制, 部分内容无法在手机端显示, 请按提示通过计算机访问学习。

如有使用问题, 请发邮件至 abook@hep.com.cn。



第三版前言

本书第二版作为普通高等教育“十一五”国家级规划教材于 2009 年 1 月出版，九年来，以本书作为教材的江苏师范大学“文科高等数学”课程取得了丰硕的成果。2009 年 10 月该课程被评为国家精品课程，2013 年 12 月入选第三批国家级精品资源共享课立项项目，2014 年 12 月在“爱课程”网上线，2016 年 6 月被教育部审定为第一批国家精品资源共享课，2017 年 9 月该课程在中国大学 MOOC 平台开课。

经过我们教学团队近十年来的教学实践，考虑到我国高校文科高等数学课程大都为 36 或 54 课时的实际，为了更加有利于教与学，本书第三版除未改变第二版的框架结构外，对全书做了全面认真的修订，有不少补充、重写或删节；为了加深读者对数学概念和思想方法的理解，增加了一些注释或说明；改写了绪论、假设检验；对行列式做了新的处理；例题习题也有少量增删，一些稍难的习题用 * 号标示。

本次修订结合教学过程中的重点难点，录制了 34 个讲解视频，并在教材的相应位置处做了标识，读者可登录 Abook 平台进行学习参考。这些视频的主讲人均为江苏师范大学文科高等数学教学团队的教师，他们是周明儒、苏简兵、刘笑颖、陈彬、朱元泽、刘菡、孙莉、李月玲、刘江、王秀荣十位老师。

根据教学实践，讲授本书基本内容约需 72 课时，可以安排绪论 2 课时，一元微积分 32 课时，小结 2 课时，概率统计初步 18 课时，线性代数简介 8 课时，数学科学精神与思想方法 10 课时。教材中用楷体字排印的内容是供教师选讲和学生选学的。任课老师可根据本校教学大纲规定的教学总时数安排教学。对于教学计划为 54 课时的学校，建议能够讲解概率统计初步，而不是通过将一元微积分的知识和例题、习题加多加深来完成本课程的教学。

衷心感谢江苏师范大学文科高等数学教学团队的 17 位老师，感谢他们十多年来 的支持、帮助以及在课程建设中所做的大量工作，在本书的修订过程中，我吸收、采纳了他们在教学中的经验和提出的建议。也衷心感谢高等教育出版社于丽娜、贾翠萍等编辑的辛勤

付出。

本书虽经多次修改，问题仍在所难免，敬请批评指正。

周明儒

2017年12月

第二版前言

本书第一版受到教师、学生以及其他读者和专家们的欢迎与好评，2007年被评为江苏省高等学校精品教材，第二版被列入普通高等教育“十一五”国家级规划教材。编者根据三年多的教学实践，并吸收了讲授此书或读过此书的同志们的意見和建议，对原书作了较大的修改，主要是：

1. 在对原书体系和基本內容不作太大改变的前提下，尽可能将数学基本知识与数学科学精神及思想方法更好地结合起来，同时使教材更便于教和学。为此，将第一版数学概览中的一些内容融入了基本知识部分，增列了11个阅读材料，并根据本人的教学实践，增加了绪论。
2. 原书上篇基本知识內容有減有增。按照文科类大学生素质教育的要求，适当降低了数学的难度。基本內容用宋体字排印，供教师选教和学生选学的内容则用楷体字排印；原书上篇中一些较难的证明、例题和习题，有的被删去，有的改用楷体字排印。另一方面，根据同行们的希望，增加了线性代数知识。这样原书的上篇增改为现在的前三篇，即：第一篇，一元微积分；第二篇，概率统计初步；第三篇，线性代数简介。
3. 尽可能压缩教材篇幅。对全书文字作了认真修改，力求精练、准确，数学概览部分作了精简，删去了一些涉及较多数学、物理知识的內容，相对次要的人与事的介绍和第十三章数学国际。原书下篇精简为现在的第四篇，集中介绍数学科学精神与思想方法。附录中的不定积分表也删去，因为需要时可以利用数学软件Maple。
4. 根据同行建议，增加了习题答案。但为控制全书篇幅，删去了人名索引。

根据编者的实践，讲授本教材约需70课时，其中绪论2课时，第一篇28课时，第二篇18课时，第三篇8课时，第四篇14课时。由于文科的不同专业对数学的要求不同，目前我国高校对文科高等数学教学的认识和要求也不尽相同，教师可以根据学校的要求、专业的特点和学生的情况，酌情处理。

衷心感谢审稿专家和陈利国、苗正科、刘笑颖、陈彬等教授对书稿提出的宝贵意见。因本人水平所限，书中不妥之处，敬请批评指正。

周明儒

2008年8月

第一版前言

这本教材是为大学文科类学生开设高等数学课程而编写的。给文科类专业的大学生介绍高等数学的基础知识，并揭示数学科学的精神实质和思想方法，是加强文理渗透，提高学生素质的需要，也是时代的要求。

人类社会已进入信息化时代，科学技术迅猛发展，全球经济一体化进程急剧加快，国际间综合国力竞争日趋激烈，我们每一个人都面临着更多的机遇与挑战，多一点真才实学就多一分主动权。数学是现代科学技术的基础，随着计算机的出现和迅速发展，数学的研究领域、研究方法与手段已发生深刻的变化，其应用范围也有了空前的拓广。1971年2月，卡尔·多伊奇 (K.Deutsch) 等在《科学》杂志上发表了一项研究报告，列举了世界上1900—1965年间社会科学方面的62项重大成就，其中有三分之二是数学化的定量研究，而在1930年以后作出的重大成就中，定量研究占六分之五。自1969年颁发诺贝尔经济学奖以来，因成功地将数学方法运用于经济研究领域而获奖的工作占了三分之二。联合国教科文组织1992年在巴西里约热内卢发表的宣言中指出“纯粹数学与应用数学是理解世界及其发展的一把主要钥匙”，并宣布世纪之交的2000年是“世界数学年”。如今，不仅是自然科学和工程技术离不开数学，人文社会科学的许多领域也已发展到不懂数学的人望尘莫及的阶段。

经济学中数学的广泛应用，产生了数理经济学、计量经济学、经济控制论和经济预测等新兴分支，形成了**数理经济学科群**（参看§12.2）。数学也已经渗透到语言学的各个分支，诸如形态学、句法学、词汇学、语音学、文字学及语义学等，形成了**数理语言学**这一新兴交叉学科；人们运用数学方法，结合计算机的运用，取得了许多出人意料而又令人叹服的成果（参看§12.1）。**定量社会学**已发展成高度数学化、高度统计化的社会学学科。**计量史学**突破了传统历史研究的手段和方法，开辟了许多过去不为人重视或未很好利用的历史资料的新领域。**军事运筹学**、**数理战术学**、**计算机作战模拟**等已经成为当代军事指挥员必须掌握的知识与技能。哲学与数学历来就密不可分，古今很多哲学家具有很高的数学素养，近代笛卡儿 (R.Descartes, 1596—1650)、莱布尼茨 (G.W.Leibniz, 1646—1716)、庞加莱 (J.H.Poincaré, 1854—1912) 等人就既是杰出的哲学家又是伟大的数学家。革命导师马克思 (K.Marx, 1818—1883) 和恩格斯 (F.Engels, 1820—1895)，既是伟大的哲学家，也有很

深的数学造诣。马克思的《数学手稿》、恩格斯的《自然辩证法》和《反杜林论》都闪耀着数学和哲学智慧的光芒，而马克思所说“任何科学只有在数学得以成功地应用于其中时才能被认为是完美的科学”，则已成为至理名言。

数学和哲学一样，都是自然科学和人文社会科学共有的工具，也是人们应当掌握的一种思维方法和文化精神。数学不仅提供了诸如建立模型、符号化、抽象化、公理化、最优化、逻辑推理、数据分析等独具特色的思维方法，也蕴含着严谨求实、实事求是、尽善尽美、一丝不苟的科学精神，学习数学，学好数学，不仅可以提高自身认识世界、服务社会的能力，也可培养自己踏实勤奋、求真务实的品质。

当前，我国中小学的数学课程正在进行深刻的改革。新的教材体系更加贴近学生的生活实际和社会需求，注重培养学生分析问题、解决问题的能力。教学内容也有更新，从小学一年级起就逐步介绍统计与概率的知识，简单微积分已纳入高中教材。

作为一名新世纪的文科大学生，只懂得中学所学的数学知识是不够的。而且，已学过的知识也未必能灵活运用于实际。我们来看下面四个问题：

问题一：由载重量不同的两种卡车来装运水泥，试问应如何安排顺序，才能使卡车等候装载的时间总和为最少？

问题二：一条地下水管出现故障，如何尽快查找？

问题三：第 29 届夏季奥运会定于 2008 年 8 月 8 日在北京开幕，试问该日是星期几？

问题四：10 名学生只有 2 张报告会入场券，用 10 人按序“抓阄”的方法决定谁去，是否合理？

上述问题，用不到高等数学知识就可解决，而下面一些问题就需要进一步学习高等数学的知识：

问题五：当 $x \rightarrow 0$ 时， $(1+x)^{10} \rightarrow 1, (1+x)^{\frac{1}{x}}$ 是否有极限？

问题六：给出方程 $16x^3 - 20x^2 - 4x + 5 = 0$ 的三个根的近似值，使相应的误差均不超过 $\frac{1}{2}$ 。

问题七：给出圆的面积和球的体积公式的证明。

问题八：一条公交线正常运行需要 10 辆公交车，已知公交车抛锚的概率是 0.05，试问需要几辆备用车，才能有 99% 的把握保证这条公交线正常运行？

这些问题，在学习本门课程后都将迎刃而解。

根据当前文科大学生的实际情况和编者多次给文、理科学生讲授高等数学，特别是近几年给文科学生讲授高等数学的体会，我们认为，给文科学生开设这门课程，既要介绍高等数学最基础的知识，又要开阔学生的眼界，尽可能使学生对近现代数学的概貌有一个粗略

的了解，并着力揭示数学科学的精神实质和思想方法，这样才可能使学生终生受益。传授知识和揭示实质二者不可偏废。没有必要的知识基础，无法领会精神实质；不能领会精神实质，则既不可能灵活运用所学知识，也难以提高自身素质。

基于上述考虑，本教材分上、下两篇。上篇介绍研究确定性现象和随机现象的数学理论的基础知识：一元微积分和概率统计初步。这部分内容虽与现有的教科书大同小异，但在内容的取舍、结构的安排、概念的叙述和定理的证明上，我们力求简捷明了，同时尽可能注意系统性和严谨性。考虑到数学基础不同和学习目的不同的学生的需要，其中一些内容、证明和习题用*号标出，供有兴趣的同学自己研读。教师也可视情况决定是否讲解。下篇介绍数学科学的精神、思想和方法，数学促进社会进步，数学与其他学科的交叉和发展趋势，以及国际数学界的组织与活动。这部分内容在现有数学教材中是鲜见的。我们认为这正是以往教学中做得不够而应当着力加强的。考虑到教学目的、要求和有限的学时，我们既力求多角度、全方位地向学生展示数学科学的全貌，也尽可能地做到概括和浅显。我们觉得，从宏观上对数学有所了解，不仅对文科学生有益，对于理科学生来说也是必要的、有益的。下篇的内容，学生大都可以自己阅读，教师只需有选择地介绍（例如第十章，§9.2 ~ §9.5, §11.1, §12.3, §12.4）。讲授本教材，上篇约需 50 学时，下篇约需 20 学时。

在本书编写过程中，2003 年 9 月底，教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会数学专业分委员会在中南大学召开工作会议，笔者有幸将本书的上篇书稿，以及下篇的写作提纲和部分手稿向中国科学院院士、复旦大学李大潜教授，南开大学顾沛教授和北京师范大学王昆扬教授请教，他们给予了热情的指导和帮助。特别是李先生就编写的指导思想、注意事项等提出了极其宝贵的意见。此后他又始终关心本书的编写，给予了热情的鼓励和帮助，并对书稿的修改提了非常重要的指导意见。在此谨向他们致以最诚挚的感谢！

本书的出版，得到了高等教育出版社徐刚、李艳馥、李蕊、马丽和张冰峰的大力支持和帮助，在此一并表示感谢。

这本教材虽在我校试用后修改定稿，但因本人水平所限，特别是下篇的取材和表述较难把握，书中不少观点，是编者在 40 多年教学、科研工作中形成的对数学科学的一些认识，其中难免有不妥之处，恳请读者们批评指正。

周明儒

2004 年 5 月

目 录

绪论 学习高等数学应成为自觉需求 001

第一篇 一元微积分

第一章 极限与连续 013

 §1.1 初等函数 013

 §1.2 极限的概念与运算法则 015

 §1.3 极限存在准则与两个重要极限 024

 §1.4 函数的连续性 029

 阅读材料 1 欧拉与数 e 033

第二章 导数与微分 037

 §2.1 导数的概念 037

 §2.2 求导法则 043

 §2.3 中值定理 050

 §2.4 导数的应用 053

 §2.5 与导数有关的常用经济学概念 062

 §2.6 微分 066

第三章 积分 071

 §3.1 不定积分的概念与性质 071

 §3.2 换元积分法 075

 §3.3 分部积分法 080

 §3.4 定积分的概念和基本性质 083

 §3.5 微积分学基本定理 089

 §3.6 定积分的换元公式和分部积分公式 093

 §3.7 定积分的应用 096

 §3.8 反常积分 103

阅读材料 2 微积分的创立	109
第四章 无穷级数	118
§4.1 数项级数	118
§4.2 幂级数	125
§4.3 函数的幂级数展开式	128
阅读材料 3 幂级数的应用	130
阅读材料 4 分析学的发展	133

第二篇 概率统计初步

第五章 随机事件及其概率	143
§5.1 随机现象与随机事件	143
§5.2 概率的定义和基本性质	148
§5.3 概率的计算公式	154
阅读材料 5 概率论的起源与概率论公理化定义的建立	164
第六章 随机变量及其分布	167
§6.1 随机变量	167
§6.2 离散型随机变量	168
§6.3 连续型随机变量	171
§6.4 分布函数	174
阅读材料 6 高斯与正态分布	179
第七章 随机变量的数字特征	183
§7.1 数学期望	183
§7.2 方差	189
§7.3 正态分布的应用	193
第八章 数理统计基础	202
§8.1 数理统计的基本概念	202
§8.2 参数估计	207
§8.3 假设检验	215
阅读材料 7 方兴未艾的数理语言学	222

第三篇 线性代数简介

第九章 矩阵	235
§9.1 矩阵的概念与运算	235
§9.2 矩阵的初等变换和逆矩阵	238
§9.3 矩阵的秩	242
阅读材料 8 转移矩阵与天气预测	243
第十章 线性方程组	246
§10.1 基本概念	246
§10.2 一般线性方程组的求解	247
§10.3 行列式与克拉默法则	251
阅读材料 9 《九章算术》中的消元法	257
阅读材料 10 异军突起的数理经济学	258

第四篇 数学科学精神与思想方法

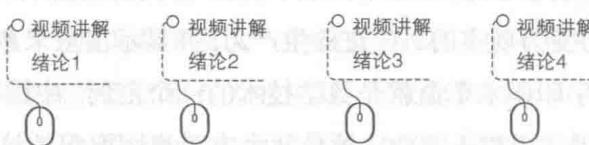
第十一章 数学科学精神——数学史话五题	266
§11.1 数学的三次危机	266
§11.2 非欧几里得几何的创立与启示	273
§11.3 费马大定理的证明与启示	282
§11.4 中国传统数学的辉煌与衰退	292
§11.5 中国现代数学的发展	299
阅读材料 11 几个国际数学大奖	307
第十二章 数学思想方法撷粹	311
§12.1 抽象结构 符号运算	311
§12.2 公理体系 演绎推理	317
§12.3 猜想推断 严格证明	319
§12.4 建立模型 求解验证	330
§12.5 更新工具 创新方法	337

§12.6 交叉渗透 相互促进	339
(一) 别开生面的混沌动力学	340
(二) 异彩纷呈的分形几何学	349
附录	359
表 1 泊松分布数值表	359
表 2 标准正态分布函数值表	361
表 3 t 分布分位数值表	362
表 4 χ^2 分布分位数值表	363
部分习题答案与提示	364
主要参考书	371
第一版后记	373

绪论 学习高等数学应成为自觉需求

文科大学生为什么还要学习高等数学,而且还应当成为一种自觉的需求?学数学应当学什么?怎样学?要回答这些问题,需要对数学有进一步的了解和认识.

一、重新认识数学



第一,“数学”的内涵随人类社会的进步而发展,数学不能简单地划归为自然科学,而是和哲学相对于人文社会科学的地位和作用相像,数学是自然科学共有的基础.

数学和哲学都是最古老的学科.“数学”是一个历史的概念,其内涵随着人类社会的进步而不断充实、发展.在公元前6世纪之前,数学主要是关于“数”的研究,几何学可看作是应用算术.此后,古希腊数学突出了对“形”的研究,逐步形成了以算术、代数、几何、三角等分支构成的“初等数学”.欧洲文艺复兴时期,理性回归,随着资本主义生产方式的出现和发展,17、18世纪的数学家们关注的焦点是运动与变化,解析几何、微积分应运而生,数学成为研究数、形及其运动与变化的学问.由于在微积分创立初期,一些基本概念(例如实数)尚不清楚,一些推理运算在逻辑上存在漏洞,促使19世纪的数学家们更多地关注数学内部的需要,研究数学本身的抽象世界,由此发展了现代意义上的纯粹数学.20世纪,在世界人民奋起抗击法西斯的斗争中,大批数学家也投身其中,为最终胜利作出了重要贡献,同时大大推动了应用数学的发展.从此纯粹数学和应用数学各扬所长,形成互补.

当代数学的发展有一些重要的特点和趋势:首先,数学学科日益走向综合,已经形成一个庞大的科学体系.数学的各个分支之间交叉渗透,彼此的界限已经逐渐模糊.像解析数论、代数几何、代数拓扑、微分拓扑、随机微分方程等,已将传统的代数、几何、分析、拓扑、随机分析方法,相互渗透、交融在一起,取长补短,相得益彰.时至今日,数学学科的所有分支都或多或少地存在联系,形成了一个包含上百个分支学科,相互渗透、交融的科学体系,充分显示了数学学科的统一性.其次,数学与其他学科之间交叉渗透,以及计算机技术的运用,一系列崭新的边缘学科迅速崛起,蓬勃发展.例如非线性科学(研究自然界和社会生活中各种各样的非线性问题)、现代数学物理、生物数学、经济数学、定量社会学、数理语言学、计量史学、军事运筹学等.再者,随着“数学技术”的迅速兴起,数学对促进

社会进步的作用已从幕后走向台前。高精至航天飞行、太空探测，普通到网络视频、洗衣、看病，都离不开数学的帮助。例如，模糊控制的洗衣机用到模糊数学的原理，CT 扫描和核磁共振成像技术与数学思想方法密切相关，数字电视、智能手机等，均与数学密不可分。数学已前所未有地深入到人类生活的各个领域和各个层面。电子计算机的迅速发展和普及，不仅为数学提供了强大的技术手段，也极大地改变着数学的研究方法和传统思维模式。过去作为“科学”的“数学”，其思想和方法与当代计算机技术相结合形成了一种高级的、可实现的“技术”，即“数学技术”。这种技术的关键部分是数学，拿掉它就只剩下一个空壳；而且这种技术借助计算机技术又是可以即时实现的。数学的思想和方法一旦成为数学技术，就由潜在的生产力变为现实的、先进的生产力，并显示出愈来愈大的威力。使印刷业告别了“铅与火”的汉字印刷术革命就是数学技术的一个范例。中国科学院和中国工程院院士、北京大学教授王选（1937—2006）领导北大方正集团取得的这一划时代成就，渊源于他深厚的数学功底。王选1958年毕业于北京大学数学系，1975年他在研究处理汉字信息数字存储的激光照排系统时，因为汉字字形信息量太大，数字化的困难是西方文字无法相比的。王选说：“由于我是数学系毕业，所以很容易想到信息压缩，即用轮廓描述和参数描述相结合的方法描述字形，并于1976年设计出一套把汉字轮廓快速复原成点阵的算法”。进而，王选发明了高分辨率字形的高倍率信息压缩和复原技术，并设计了专用的超大规模集成电路实行复原算法，显著改善了激光照排系统的性能价格比，取得了领先国际水平的技术成就。他领导研制的华光和方正系统被全国的报社和出版社使用，并迅速风靡全球。1995年11月6日王选荣获联合国教科文组织科学奖，2001年又荣获我国最高科学技术奖。

19世纪，恩格斯曾精辟地指出“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系”。随着数学科学的不断发展，人们对数学科学内涵的认识也在不断深化。1990年，美国国家研究委员会编写了一本书：《振兴美国数学——90年代的计划》，书中把数学称作“模式的科学”，其目的是要揭示人们从自然界和数学本身的抽象世界中所观察到的结构和对称性”。这里的“模式(pattern)”有着极广泛的内涵，包括数的模式、形的模式、运动与变化的模式、推理的模式、行为的模式等。这些模式可以是现实的，也可以是想象的；可以是定量的，也可以是定性的。人的思维和社会行为成为数学研究的对象，表明数学已经深入到人文社会科学的广阔领域。

时至今日，可以看到，数学是研究现实世界和数学的抽象世界中的数量关系、空间形式、运动变化、思维模式、社会行为等的科学。

通常人们说数学是自然科学，其实，数学不能简单地划归为自然科学的范畴，而是和哲学相对于人文社会科学的地位和作用相像，数学是自然科学共有的基础。从古到今，哲学