

APPROACHING
MATHEMATICS

走近数学

徐 锋 吴红颖 裴 艳 倪华平 钟 薇 编著



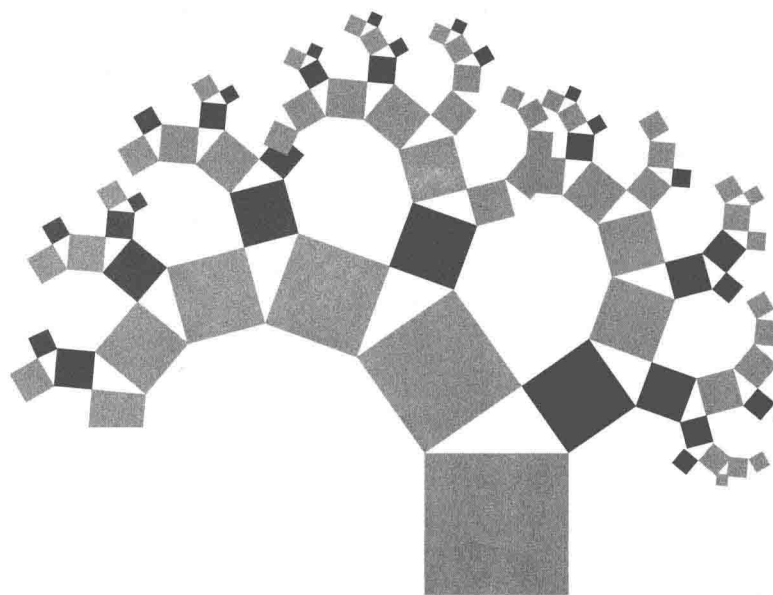
ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

APPROACHING
MATHEMATICS

走近数学

徐 锋 吴红颖 裘 艳 倪华平 钟 薇 编著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

走近数学 / 徐锋等编著. —杭州: 浙江大学出版社, 2018. 7

ISBN 978-7-308-18038-2

I. ①走… II. ①徐… III. ①数学课—中等专业学校—课外读物 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 050912 号

走近数学

徐 锋 吴红颖 裘 艳 倪华平 钟 薇 编著

责任编辑 杨利军

文字编辑 王安安

责任校对 沈巧华

封面设计 续设计

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州中大图文设计有限公司

印 刷 浙江省邮电印刷股份有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 12.5

字 数 211 千

版 印 次 2018 年 7 月第 1 版 2018 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-18038-2

定 价 39.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社市场运营中心联系方式: 0571-88925591; <http://zjdxcbbs.tmall.com>

内容提要

数学是一种文化,源远流长。无论是屈指计数、丈量天地,还是寻求真理、格物致知,数学在人类文明发展历程中都展现了理性的光华、智慧的力量、文化的魅力。全书按照数学新课程标准的要求并结合中等职业学校学生的实际特点,以通俗易懂的语言、丰富多样的图片从“探秘数学”、“实用数学”、“魅力数学”和“玩转数学”四个方面来帮助学生了解数学的发展历程,领会数学在人类发展史上的作用,感受数学独特的文化魅力,进而提升自身的数学素养并形成良好的数学观。

本书是数学素养方面的通俗读物,适合作为中等职业学校数学选修课程教材、中职学生的课外读物。

前 言

数学是一门科学,产生于计数、计算和对物体形状及运动的观察,它通过抽象化和逻辑推理,利用符号语言研究数量、结构、变化、空间及信息的概念。数学在人类的历史发展和社会生活中起到了不可替代的作用,它极大地提高了人类大脑缜密思维的能力,同时也是自然科学和社会科学领域不可缺少的基本工具。

数学文化是人类文化的核心组成部分之一。数学文化教育对提高学生的数学素质,培养未来公民的理性精神、审美意识的作用不言而喻。在基础教育阶段,数学学科往往被人们认为是应试色彩最浓的学科,学生负担过重。在许多人心目中,数学常常令人望而生畏,成为“枯燥无味”“单调难学”的代名词。但在数学家眼里,数学如诗、如歌、如画,数学家为数学魂牵梦绕。

新课改后的数学课程标准要求教师适当地介绍一些有关数学发现、数学史料、数学趣闻及数学家的故事,丰富学生对数学发展的整体认识,体会数学在人类发展中的作用,激发学生学习兴趣。

法国数学家庞加莱说:“若想预见数学的将来,正确的方法是研究他的历史和现状。”数学是怎样发展起来的?在辉煌的数学成就背后,蕴含着数学家们何等艰辛的努力?在人类社会的发展和变革中,数学产生了怎样的影响?我们向历史望去的时候,就会惊讶地发现,数学并不是枯燥定义的累积,也不是繁琐公式的堆砌,而是人类智慧的精华。

本书分为四个篇章:一是探秘数学,介绍了文明古国的数学、中外数学家的故事及数学的由来。通过大量的图片,带领读者去抚摸古巴比伦的泥板画,揣摩古埃及纸草书中的象形数字,感叹古希腊数学中的理性精神,品味中国古代数学的算法神韵等。二是实用数学,介绍了数学在实际生活中的应用。用善于发现的眼睛去寻找数学,体会数学与实践的密切联系,感受人体健康中的奇妙数字,探寻经济生活中的数学规律,阐述体育活动中的数学问

题。三是魅力数学,介绍了数学如何渗透于自然、文学、音乐与美术。自然与艺术诠释了数学的内涵,使数学变得生动有趣;数学又诠释了自然,开创了艺术创作新方法,使艺术、文学变得丰富多彩。四是玩转数学,介绍了数学智具、游戏、奇图与智趣问题。在一组组生动的图文、一个个精巧的游戏、一串串有趣的问题中,领略数学的趣味性,获得智力的享受与乐趣。

本书撰写分工如下:第一章由徐锋负责,第二章由吴红颖负责,第三章的第1、3、4节由裘艳负责,第三章的第2节、第四章的第4节由钟薇负责,第四章的第1、2、3节由倪华平负责,徐锋对全书做了统稿。湖州师范学院韩祥临教授通读了书稿,并提出了许多宝贵的意见和建议。湖州艺术与设计学校给予了经费资助,为本书的编写和出版提供了便利条件。

由于笔者才疏学浅,在编写过程中难免有错误和不当之处,敬请读者批评、指正。本书参考和引用了许多出版物以及网络上的相关资料和观点,书末列有主要参考文献,其余恕不一一列举。在此谨向所有支持本书写作和出版的单位及个人致以衷心的感谢。

徐 锋

2017年9月

目 录

1 探秘数学	1
1.1 文明古国的数学	1
1.1.1 中国古代	1
1.1.2 古巴比伦	7
1.1.3 古埃及	9
1.1.4 古印度	14
1.1.5 古希腊	17
1.2 数学家的故事	22
1.2.1 牛顿	22
1.2.2 高斯	25
1.2.3 华罗庚	28
1.2.4 陈景润	31
1.3 数学的由来	35
1.3.1 集合论	35
1.3.2 概率论	39
1.3.3 一般函数	43
1.3.4 对数	46
2 实用数学	50
2.1 数学与实践	50
2.1.1 编码中的数学	50
2.1.2 广场中的数学	52
2.1.3 拉面中的数学	54

2.2	数学与健康	57
2.2.1	人体与数字	57
2.2.2	人体与函数	59
2.2.3	吸烟与健康	62
2.3	数学与经济	65
2.3.1	打折促销	65
2.3.2	分期付款	66
2.3.3	理财产品	68
2.4	数学与体育	71
2.4.1	球场场地	71
2.4.2	寻求最佳角度	75
2.4.3	体育运动的几何图案	78
3	魅力数学	80
3.1	数学与自然	80
3.1.1	对称之美	80
3.1.2	螺旋之美	84
3.1.3	三重联结之美	87
3.1.4	自然界中的斐波那契数列	88
3.2	数学与文学	92
3.2.1	著作中的数学	92
3.2.2	诗歌中的数学	93
3.2.3	成语中的数学	97
3.3	数学与音乐	101
3.3.1	乐器与数学	101
3.3.2	乐谱与数学	105
3.3.3	音波与数学	107
3.3.4	舞蹈与数学	109
3.4	数学与美术	113
3.4.1	世界名画中的数学家	113
3.4.2	绘画中的数学	115

3.4.3	实用美术中的数学	121
3.4.4	数学艺术大师埃舍尔	126
4	数学之趣	133
4.1	数学智具	133
4.1.1	七巧板	133
4.1.2	魔方	138
4.1.3	扑克与数学	141
4.2	数学游戏	144
4.2.1	数独	144
4.2.2	折纸与数学	150
4.2.3	魔术游戏	154
4.3	数学奇图	157
4.3.1	错觉图形	157
4.3.2	隐藏图形	162
4.3.3	不可能图形	167
4.4	数学趣题	173
4.4.1	图形趣题	173
4.4.2	算术名题	179
4.4.3	名人趣题	182
4.4.4	经典名题	185
	参考文献	188

1 探秘数学

1.1 文明古国的数学

数学诞生在四大文明古国,早在古埃及、古巴比伦、古印度及中国古代,已经有了许多数学知识。古希腊数学注重空间形式的研究,以及演绎论证思维模式的创立,这使得使数学的发展趋向严谨化,其影响远远超出了数学领域。

1.1.1 中国古代

1. 十进制、算筹与珠算

我国古代数学以计算为主,取得了十分辉煌的成就,其中十进位制记数法、算筹与珠算在数学发展史中起着举足轻重的作用。

十进位制记数法曾被马克思称为人类“最妙的发明之一”(见图 1-1)。从有文字记载开始,我国的记数法就遵循十进制(见图 1-2)。

甲骨	一	二	三	三	五	六	七	八	九	十
金文	一	二	三	三	五	六	七	八	九	十
汉时	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
现在	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

图 1-1 十进位制记数法

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	二十	三十	四十
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40
五	六	七	八	九	十	二十	三十	四十	五十	六十	七十	八十
50	60	70	80	100	200	300	400	500	600			
百	千	万	十万	百万	七	八	九	十	百	千	万	十万
800	900	1000	2000	3000	4000	5000	8000	10000	30000			

图 1-2 记数

古代的算筹是一根根长短和粗细相近的小棍子,一般长 13~14cm,径粗 0.2~0.3cm,多用竹子制成,也有用木头、兽骨、象牙(见图 1-3)、金属(见

图 1-4)等材料制成的,大约 270 多根为一束,放在一个袋子里,系在腰部随身携带,需要记数和计算时,就把它们取出来。

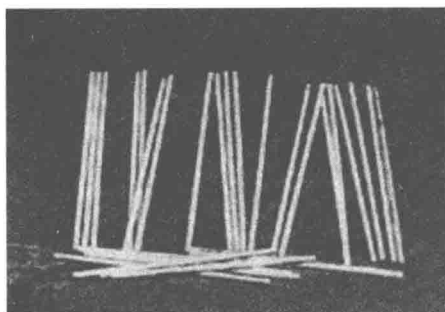


图 1-3 象牙算筹

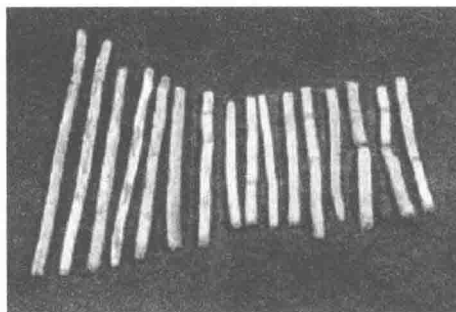


图 1-4 金属算筹

南北朝时期的《孙子算经》中记载了算筹记数的口诀:“凡算之法,先识其位,一纵十横,百立千僵,千十相望,万百相当。”

其后的《夏侯阳算经》又补充:“……满六以上,五在上方,六不积算,五不单张。”

算筹数字分纵横两式,纵式表示个位数、百位数等,横式表示十位数、千位数等(见图 1-5)。

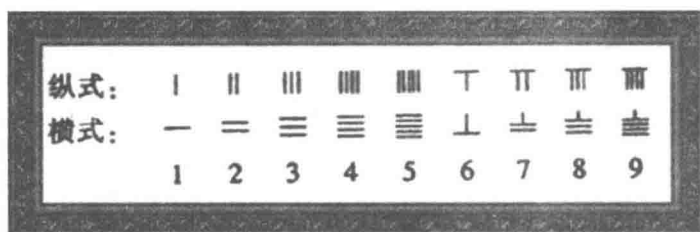


图 1-5 纵横算筹

最初算筹中没有“零”的符号,先是用空位表示,后来为了避免运算过程中出错,就借用古书缺字符号“□”,而“□”的书写很自然地演化为“○”,这一记号在宋元算书的演算中被广泛使用。

算筹,是世界上最早使用十进位制的记数法,在我国古代用了近 2000 多年,但由于使用不便、速度和效率不高等不足和社会发展对大量计算的需要,后被其他方法取代。沈括(见图 1-6)介绍了各



图 1-6 沈括(1031—1095 年)

种因乘法,最早出现“九归”,并指出算书应遵循“见简即用,见繁即变,不胶一法”的原则。记数的许多歌诀与后来的珠算常用口诀一致。

据史料分析,穿珠算盘在北宋时期已出现,张择瑞的《清明上河图》(见图 1-7)中有一个不很清楚的算盘,王振鹏的《乾坤一担图》(见图 1-8)中已明确绘有穿珠算盘。



图 1-7 《清明上河图》(部分)



图 1-8 《乾坤一担图》

到了元朝时期,珠算盘(见图 1-9)与珠算术(见图 1-10)已完成,并开始普及。

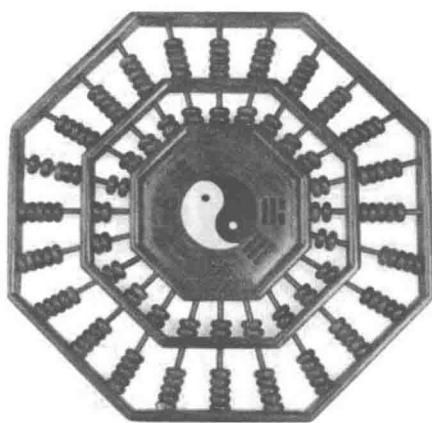


图 1-9 古代珠算盘



图 1-10 直指算法统宗

2.《九章算术》与勾股定理

1953 年,在由著名科学家组成的访问团搭乘的飞机上,科学家们从春秋战国时期的百家争鸣、七强并起、五雄争霸、秦国统一,一直谈到自秦汉以来科学技术、历法、算经的发展。华罗庚从钱三强和赵九章身上找到灵感,给出了经典的科学知识联对:(钱)三强韩赵魏,(赵)九章勾股弦。

《九章算术》(见图 1-11)约成书于西汉时期,它上承秦汉以前的数学成就,下启唐宋数学的创造之源,对中国及世界的古代数学发展有着极其重要的影响。

《九章算术》包括 246 个应用问题,对每个问题都分别给出了答案和解题方法,各章的名称和主要内容如下:

第一章“方田”:平面几何图形面积的计算方法及分数问题;

第二章“粟米”:以谷物粮食交换为例的各种比例问题;

第三章“衰分”:比例分配问题;

第四章“少广”:由面积、体积反求其一边长和径长问题;

第五章“商功”:与土石工程有关的体积计算及分配方案问题;

第六章“均输”:合理摊派赋税及用衰分术解决赋役的合理负担问题;

第七章“盈不足”:由两次假设求解复杂算术问题的特殊算法;

第八章“方程”:一次线性方程组问题;

第九章“勾股”:利用勾股定理求解的各种问题。

勾股定理是一个基本的几何定理,指直角三角形的两条直角边的平方和等于斜边的平方。中国古代称直角三角形为勾股形,并且以直角边中直立者为股,另一直角边为勾,斜边为弦,所以称这个定理为“勾股定理”,也有人称“商高定理”。

勾股定理现约有 500 种证明方法,是数学定理中证明方法最多的定理之一。公元 3 世纪,三国时代的赵爽对《周髀算经》内的勾股定理作出了详细注释,记录于《九章算术》中,“勾股各自乘,并而开方除之,即弦”,赵爽创制了一幅“勾股圆方图”(见图 1-12),用形数结合的方法,给出了勾股定理的详细证明。



图 1-11 《九章算术》

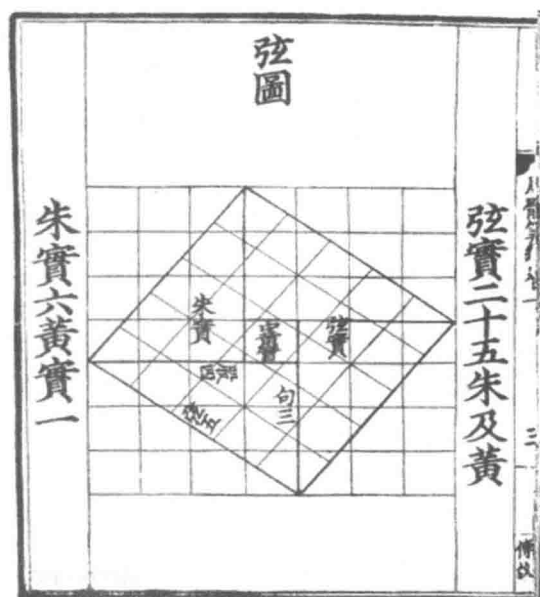


图 1-12 赵爽“勾股圆方图”

3. 刘徽、祖冲之与圆周率

3 世纪中期,魏晋时期的数学家刘徽(见图 1-13)首创割圆术,为计算圆周率建立了严密的理论和完善的算法。所谓割圆术(见图 1-14、1-15),就是不断倍增圆内接正六边形的边数求出圆周率的方法。



图 1-13 刘徽(约公元 3 世纪)

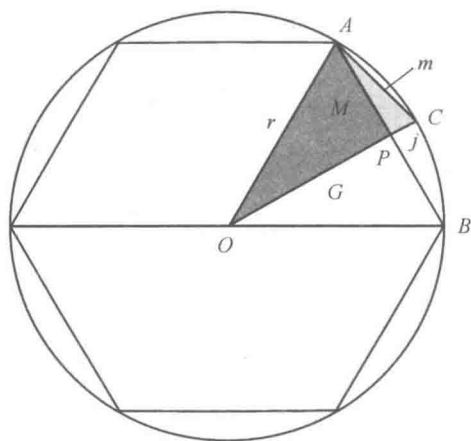


图 1-14 割圆术



图 1-15 刘徽割圆术邮票

南北朝时期的数学家祖冲之(见图 1-18)在刘徽得到的 $\pi = 3.1416$ 的基础上继续使用割圆术,在地上画了一个直径为一丈的大圆,将圆割成六等分(见图 1-19),然后再依次内接一个 12 边形、24 边形、48 边形……他按勾股定理用算筹摆出乘方、开方等式,一一求出多边形的边长和周长,计算到正 24576 边形时,得到了圆周率 π 值的范围: $3.1415926 < \pi < 3.1415927$ 。



图 1-16 祖冲之(429—500 年)



图 1-17 割圆术求圆周率



祖冲之还给出了圆周率 π 的分数近似值:约率 $\frac{22}{7}$,密率 $\frac{355}{113}$,他得出的圆周率精确值在当时世界上已遥遥领先,直到 1000 年后,才有阿拉伯数学家阿尔·卡西的计算超过了他。为纪念祖冲之的工作,“密率”又称为“祖率”。令人叫绝的是《蓝色多瑙河》起始的三个音符 1、3、5 与“祖率”的分子、分母不谋而合,每当圆号吹起时,我们的脑海里浮现的是“祖率”跳动在波光粼粼的多瑙河上。

【拓展与实践】

◆知识拓展:中国古代数学



◆动手实践

1. 百鸡问题:今有鸡翁一,值钱五;鸡母一,值钱三;鸡雏三,值钱一。今百钱买鸡百只。问鸡翁、鸡母、鸡雏各几何?
2. 李白买酒:李白街上走,提壶去买酒。遇店加一倍,见花喝一斗。三遇店和花,喝光壶中酒。试问酒壶中,原有多少酒?
3. 迄今为止,对于勾股定理的证法有很多种,请查阅相关数学资料,给出其中一种证法。

1.1.2 古巴比伦

古巴比伦(见图 1-18)位于亚洲西部的两河流域(底格里斯河与幼发拉底河),版图上接近于今天的伊拉克。

1. 楔形数字与六十进位制

两河流域有优质黏土,聪明的巴比伦人独创性地把它制成泥版,当做书写材料。把芦苇杆削尖做笔,在黏土泥版上刻画下楔形的印痕。泥版晒干或烧烤后这种楔形文字便能长期保存。现出土的 50 万块文字泥版中,大约有 300 多块上印有清晰的楔形数字(见图 1-19)。

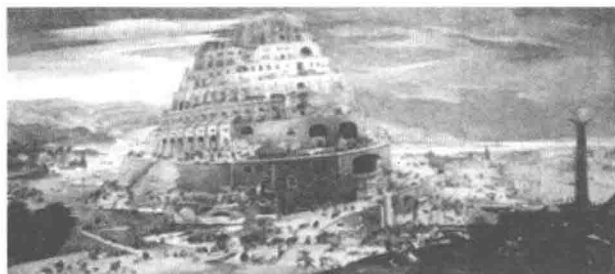


图 1-18 古巴比伦



图 1-19 楔形数字

公元前 2400 年左右,古巴比伦人就已经完善了数学计算体系,采用六十进位制(见图 1-20)。例如,六十进位制的数“2,34”写成十进位制便是 154,运算是 $2 \times 60 + 34 = 154$ 。

1	𐎶	11	𐎶𐎵	21	𐎶𐎵𐎶	31	𐎶𐎵𐎶𐎶	41	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	51	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
2	𐎶𐎶	12	𐎶𐎶𐎵	22	𐎶𐎶𐎵𐎶	32	𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶	42	𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	52	𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
3	𐎶𐎶𐎶	13	𐎶𐎶𐎶𐎵	23	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	33	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶	43	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	53	𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
4	𐎶𐎶𐎶𐎶	14	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵	24	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	34	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶	44	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	54	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	15	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵	25	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	35	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶	45	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	55	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	16	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵	26	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	36	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶	46	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	56	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	17	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵	27	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	37	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶	47	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	57	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	18	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵	28	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	38	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶	48	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	58	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	19	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵	29	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	39	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶	49	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	59	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
10	𐎵	20	𐎵𐎵	30	𐎵𐎵𐎵	40	𐎵𐎵𐎵𐎵	50	𐎵𐎵𐎵𐎵𐎵	60	𐎶

图 1-20 六十进位制

2. 天文学

古巴比伦人很早就开始使用年、月、日的天文历法,他们的年历是从春分开始的,一年 12 个月,每月 30 天。一星期 7 天,这 7 天是以太阳、月亮、金星、木星、水星、火星、土星来命名的,每个星球的神主管一天,如太阳神主管星期日。圆周分为 360 度,每度 60 分,时间 1 小时等于 60 分,1 分等于 60 秒,这些记法及现在的星期制,都是在古巴比伦时代创立的(见图 1-21)。