2018 电力版

考试推荐用书

注册公用设备工程师考试

公共基础
历年真题解析与模拟试卷

给水排水
暖通空调及动力专业

刘 燕 主编

- 畅销十余年，获考生一致好评，网友和各大培训机构强烈推荐。
- 权威专家编写，对考试的命题趋势把握精准到位。
- 汇集 2005~2017 年考试真题，分析历年考试情况，提供复习指导与答题技巧。

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

2018

注册公用设备工程师考试

公共基础

历年真题解析与模拟试卷

给水排水 暖通空调及动力专业

刘 燕 主编

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书以建设部2009年公布的注册公用设备工程师基础考试大纲为依据，以2005～2017年（2015年未考）考试真题为基础，将考试大纲中的内容按学科分成了九章，每一章又通过对历年考题的具体分析分为若干考点；为方便考生复习时能抓住重点，有的放矢，书中对各考点中历年考题的分布情况进行了统计列表，并对每一道考题进行了详细的解答，给出正确答案。书后附有模拟试卷、答案与提示，供广大考生模拟练习使用。

本书可与《2018注册公用设备工程师考试公共基础课精讲精练　给水排水、暖通空调及动力专业》配套使用。

由于很多专业（如电气、结构、岩土、环保等）工程师执业资格公共基础部分的考试大纲完全相同，因此本书不仅是参加公用设备（给水排水、暖通空调及动力专业）工程师执业资格公共基础考试人员的参考书，也同样适用于其他与注册公用设备工程师公共基础考试大纲相同的专业。

图书在版编目（CIP）数据

2018注册公用设备工程师考试公共基础历年真题解析与模拟试卷．给水排水、暖通空调及动力专业／刘燕主编．—北京：中国电力出版社，2018．3

ISBN 978-7-5198-1752-7

Ⅰ．①2…　Ⅱ．①刘…　Ⅲ．①城市公用设施-资格考试-题解②给排水系统-资格考试-题解③建筑工程-供热系统-资格考试-题解④建筑工程-通风系统-资格考试-题解⑤建筑工程-空气调节系统-资格考试-题解　Ⅳ．①TU8-44

中国版本图书馆CIP数据核字（2018）第028032号

出版发行：中国电力出版社
地　　址：北京市东城区北京站西街19号（邮政编码100005）
网　　址：http://www.cepp.sgcc.com.cn
责任编辑：梁　瑶　杨淑玲（010-63412605/010-63412602）
责任校对：朱丽芳
装帧设计：张俊霞
责任印制：杨晓东

印　　刷：北京大学印刷厂
版　　次：2018年3月第1版
印　　次：2018年3月北京第1次印刷
开　　本：787mm×1092mm　16开本
印　　张：21
字　　数：516千字
定　　价：65.00元

编委会成员

主　编　刘　燕

参　编（以编写章节为序）

李群高　魏京花　岳冠华　刘　燕

张　英　王文海　刘辛国　陈志新

姜　军　王建宾　章美芬

各章编写人员名单如下：

第一章	数学	李群高
第二章	物理学	魏京花
第三章	化学	岳冠华
第四章	理论力学	刘　燕
第五章	材料力学	张　英
第六章	流体力学	王文海
第七章	电气与信息	刘辛国　陈志新
第八章	法律法规	姜　军　王建宾
第九章	工程经济	章美芬

前　言

建设部和人事部决定自2005年起实施注册公用设备（给水排水、暖通空调及动力专业）工程师执业资格考试制度，这是为适应社会主义市场经济体制，使工程设计管理体制和人事管理制度尽快与国际接轨的一项配套改革措施。注册公用设备（给水排水、暖通空调及动力专业）工程师执业资格，必须通过全国统一考试才能取得。

为有效指导考生复习和应考，本书编者组织编写的《注册公用设备工程师考试公共基础课精讲精练　给水排水、暖通空调及动力专业》辅导教材，自2005年出版以来，深受广大读者和考生的好评。为配合该教材的使用，特以2005~2017年（2015年未考）考试真题为基础，编写了本书。

该书的主要特点是：

1. 将2009年考试大纲中的内容按学科分成了九章，每一章又通过对历年考题的具体分析分为若干考点。

2. 为方便考生复习时能抓住重点有的放矢，教材对各考点中历年考题的分布情况进行了统计列表。

3. 对每一道考题进行了详细的解答，并给出正确答案。

需要说明的是：

1. 本辅导教材搜集了2005~2017年（2015年未考）的考试真题，但由于收集的难度，收集不全（例如2012、2016年和2017年有缺题），也有收集到的原题有些问题被编者修改过（极少数），如与真题有出入，还请读者见谅。

2. 有些内容是2009年考试大纲修订后新增的，故2005~2008年就没有这部分内容的考题，例如第七章考点4和第八章。

3. 有些内容在2009年考试大纲修订后与修订前有了根本的变化，2005~2008年有些考题对目前的考试来说没太大参考价值，故在本书中也被略去，例如第七章考点7~考点10。

由于很多专业（如电气、结构、岩土、环保等）工程师执业资格公共基础部分的考试大纲完全相同，因此本书不仅是参加公用设备（给水排水、暖通空调及动力专业）工程师执业资格公共基础考试人员的参考书，也同样适用于其他与注册公用设备工程师公共基础考试大纲相同的专业。

由于时间仓促，在编写过程中难免有疏漏之处，恳请读者指正，有关本书的任何疑问、意见及建议，欢迎加入QQ群（669309214）或扫描封底的二维码进行交流。

编　者

2018年2月

目　录

第一章　数　　学

一、历年考点及试题分布

考点 \ 试题 年份/年	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2016	2017	合计
1. 向量及运算	1	1		1	1	1			1		1	1	8
2. 空间的平面和直线	2	1	2	1	1	1	1	1	1	1			12
3. 空间的曲面和曲线	1	1	1	1			1	2		1	1		9
4. 一元函数及性质						1						1	2
5. 极限	1	1	1	1		1	1	1	1	2	1		11
6. 函数的连续和间断	1				1	1	1	1		1	1	1	8
7. 一元函数的导数和微分	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	14
8. 一元微分学的应用		1	2	2	2		1	2	2	1	2	1	16
9. 多元函数的导数和微分		1	1		1				2	2	2	1	10
10. 多元微分学的应用	1	1				1	1						4
11. 不定积分		1	1	1	2	2	1	2	2	1	1		14
12. 定积分	1	1	1	1	1		2	1		1	1		10
13. 广义积分			1	1	1	1			1		1		6
14. 二重积分	1	1	1	1				1	1	1	1	1	9
15. 三重积分					1	1							2
16. 曲线积分		1					1		1	1	1		5
17. 积分的应用	2		1	1		1	1	1		1			8
18. 数项级数的收敛与发散	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
19. 幂级数	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		11
20. 傅里叶级数	1												1
21. 微分方程的概念		1		1						1	1		4

续表

年份/年 试题 考点	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2016	2017	合计
22. 可分离变量微分方程	1	2	1	1	1		1	1	1			1	10
23. 齐次和一阶线性方程		1				1	1	1		1			5
24. 可降阶方程			1	1	1								3
25. 二阶线性常系数方程		1	1	1		1		1	1	1	1	1	9
26. 行列式	1		1		1	1				1			5
27. 矩阵	1	1	1	1		1	2				1		8
28. 向量组的线性相关性				1	1			1	1		1		5
29. 线性方程组	1	1	1			1	1		1	1		1	8
30. 矩阵的特征值和特征向量、矩阵的相似及对角化		1		1	1	1	1	1	1		1		8
31. 二次型					1			1		1			3
32. 随机事件及概率	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1	1		15
33. 随机变量	1		1		1	1	1		1	1			7
34. 随机变量的数字特征		1			1	1		1			1		5
35. 样本及抽样分布	1						1			1			3
36. 参数估计		1	1	1					1		1		5
37. 假设检验								1					1

二、历年真题解析

考点 1　向量及运算

考试大纲：向量的线性运算；向量的数量积、向量积及混合积；两向量垂直、平行的条件。

【2005-1】设 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 都是向量，下列说法正确的是（　　）。

（A）$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=|\boldsymbol{a}|^2-|\boldsymbol{b}|^2$　　（B）$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})=|\boldsymbol{a}|^2\boldsymbol{b}$

（C）$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{b}$　　（D）$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2$

解：利用向量数量积的分配律以及 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|^2$，有 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|^2-|\boldsymbol{b}|^2$。

选项 B 和 D 在数量积中使用了结合律，所以是错误的；选项 C 在向量积中使用了交换律，故也是错误的，应选 A。

【2006-1】已知 $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{i}+a\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{\beta}=a\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}+6\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{\gamma}=-2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+6\boldsymbol{k}$，若 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$ 共面，则 $\boldsymbol{a}$ 等于（　　）。

（A）1 或 2　　（B）−1 或 2　　（C）−1 或−2　　（D）1 或−2

解：若 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$ 共面，则 $\begin{vmatrix}1 & a & -3\\ a & -3 & 6\\ -2 & 2 & 6\end{vmatrix}=0$，计算三阶行列式得 $a^2+3a+2=0$，求解该方程得 $a=-1$ 或 -2，应选 C。

【2008-1】设 $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}$，与 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$ 都垂直的单位向量为（　　）。

（A）$\pm(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$　　（B）$\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$

（C）$\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}(-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$　　（D）$\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$

解：由向量积定义可知，$\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}\perp\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}\perp\boldsymbol{\beta}$，先作向量 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$ 的向量积，再单位化则可，由于 $\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & -3 & -2\end{vmatrix}=5(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$，取 $\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$，再单位化得 $\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$，应选 D。

【2009-1】设 $\boldsymbol{\alpha}=-\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+t\boldsymbol{k}$，已知 $\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}=-4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{k}$，则 t 等于（　　）。

（A）1　　（B）0　　（C）−1　　（D）−2

解：$\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ -1 & 3 & 1\\ 1 & 1 & t\end{vmatrix}=(3t-1)\boldsymbol{i}+(1+t)\boldsymbol{j}-4\boldsymbol{k}=-4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{k}$，得 $t=-1$，应选 C。

【2010-2】设 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}$ 都是非零向量，$\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\gamma}$，则（　　）。

（A）$\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\gamma}$　　（B）$\boldsymbol{\alpha}/\!/\boldsymbol{\beta}$ 且 $\boldsymbol{\alpha}/\!/\boldsymbol{\gamma}$

（C）$\boldsymbol{\alpha}/\!/(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma})$　　（D）$\boldsymbol{\alpha}\perp(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma})$

解：由 $\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\gamma}$，有 $\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\gamma}=0$，提取公因子得 $\boldsymbol{\alpha}\times(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma})=\boldsymbol{0}$，由于两向量平行的充分必要条件是向量积为零，所以 $\boldsymbol{\alpha}/\!/(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma})$，应选 C。

【2013-1】已知向量 $\boldsymbol{\alpha}=(-3,-2,1)$，$\boldsymbol{\beta}=(1,-4,-5)$，则 $|\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}|$ 等于（　　）。

（A）0　　（B）6　　（C）$14\sqrt{3}$　　（D）$14\boldsymbol{i}+16\boldsymbol{j}-10\boldsymbol{k}$

解：由向量积计算公式有 $\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ -3 & -2 & 1\\ 1 & -4 & -5\end{vmatrix}=14\boldsymbol{i}-14\boldsymbol{j}+14\boldsymbol{k}$，$|\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}|=\sqrt{3\times14^2}=14\sqrt{3}$，应选 C。

【2016-4】若向量 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$ 满足 $|\boldsymbol{\alpha}|=2$，$|\boldsymbol{\beta}|=\sqrt{2}$，且 $\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\beta}=2$，则 $|\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}|$ 等于（　　）。

（A）2　　（B）$2\sqrt{2}$　　（C）$2+\sqrt{2}$　　（D）不能确定

解：$\cos(\widehat{\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}})=\dfrac{\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\beta}}{|\boldsymbol{\alpha}||\boldsymbol{\beta}|}=\dfrac{2}{2\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\sin(\widehat{\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}})=\sqrt{1-\cos^2(\widehat{\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}})}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$|\alpha\times\beta|=|\alpha||\beta|\sin(\alpha\hat{,}\beta)=2\times\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2$，应选 A。

【2017-3】设 α,β 均为非零向量，则下面结论正确的是（　　）。

（A）$\alpha\times\beta=0$ 是 α 与 β 垂直的充要条件

（B）$\alpha\cdot\beta=0$ 是 α 与 β 平行的充要条件

（C）$\alpha\times\beta=0$ 是 α 与 β 平行的充要条件

（D）若 $\alpha=\lambda\beta$（λ 是常数），则 $\alpha\cdot\beta=0$

解：$\alpha\times\beta=0$ 是 α 与 β 平行的充分必要条件，应选 C。

考点 2　空间的平面和直线

考试大纲：直线方程、平面方程；平面与平面、直线与直线、平面与直线之间的位置关系；点到平面、直线的距离。

【2005-2】过点 $M(3,-2,1)$ 且与直线 $\begin{cases}x-y-z+1=0\\2x+y-3z+4=0\end{cases}$ 平行的直线方程是（　　）。

（A）$\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$　　（B）$\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$

（C）$\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$　　（D）$\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$

解：直线 $\begin{cases}x-y-z+1=0\\2x+y-3z+4=0\end{cases}$ 的方向向量 $\boldsymbol{s}$ 应垂直于平面 $x-y-z+1=0$ 和平面 $2x+y-3z+4=0$ 的法向量，因此方向向量 $\boldsymbol{s}$ 应是这两个法向量的向量积，即 $\boldsymbol{s}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\1&-1&-1\\2&1&-3\end{vmatrix}=4\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$，应选 D。

【2005-3】过 z 轴和点 $(1,2,-1)$ 的平面方程是（　　）。

（A）$x+2y-z-6=0$　　（B）$2x-y=0$

（C）$y+2z=0$　　（D）$x+z=0$

解：解法 1：过 z 轴的平面方程为 $Ax+By=0$，再将点 $(1,2,-1)$ 代入得 $A=-2B$，故有 $-2Bx+By=0$，消去 B 得 $-2x+y=0$，应选 B。

解法 2：因平面过 z 轴，故方程 $Ax+By+Cz+D=0$ 中的 $C=D=0$，故应选 B。

【2006-2】设平面 π 的方程为 $3x-4y-5z-2=0$，以下选项中错误的是（　　）。

（A）平面 π 过点 $(-1,0,-1)$　　（B）平面 π 的法向量为 $-3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$

（C）平面 π 在 z 轴的截距是 $-\dfrac{2}{5}$　　（D）平面 π 与平面 $-2x-y-2z+2=0$ 垂直

解：平面 $3x-4y-5z-2=0$ 的法向量为 $n_1=(-3,4,5)$，平面 $-2x-y-2z+2=0$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}_2=(-2,-1,-2)$，两个平面垂直的充要条件是法向量的数量积为零，而 $\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2=(-3)\times(-2)+4\times(-1)+5\times(-2)=-8\neq0$，故 D 选项错误。将点 $(-1,0,-1)$ 代入 $3x-4y-5z-2=0$ 满足，A 选

项正确；显然 $-3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$ 是平面 π 的法向量，B 选项正确；将 $x=y=0$ 代入 $3x-4y-5z-2=0$，解得 $z=-\dfrac{2}{5}$，平面 π 在 z 轴的截距是 $-\dfrac{2}{5}$，C 选项正确。应选 D。

【2007-1】设直线的方程为 $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$，则直线（　　）。

（A）过点 $(1,-1,0)$，方向向量为 $2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$　（B）过点 $(1,-1,0)$，方向向量为 $2\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$

（C）过点 $(-1,1,0)$，方向向量为 $-2\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$　（D）过点 $(-1,1,0)$，方向向量为 $2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$

解：由所给直线的对称式方程知，直线过点 $(1,-1,0)$，方向向量为 $-2\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，故 $2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$ 也是所给直线的方向向量，应选 A。

【2007-2】设平面 π 的方程为 $2x-2y+3=0$，以下选项中错误的是（　　）。

（A）平面 π 的法向量为 $\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}$　（B）平面 π 垂直于 z 轴

（C）平面 π 平行于 z 轴　（D）平面 π 与 xoy 面的交线为 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-\frac{3}{2}}{1}=\dfrac{z}{0}$

解：平面 π 的方程中不含 z，平面 π 平行于 z 轴，不可能垂直于 z 轴，应选 B。A 选项和 C 选项显然正确；π 的方程可改写为 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-\frac{3}{2}}{1}$，而 xOy 面的方程为 $z=0$，两者联立即为 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-\frac{3}{2}}{1}=\dfrac{z}{0}$，所以 D 选项也正确。

【2008-2】已知平面 π 过点 $(1,1,0)$、$(0,0,1)$、$(0,1,1)$，则与平面 π 垂直且过点 $(1,1,1)$ 的直线的对称方程为（　　）。

（A）$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z-1}{1}$　（B）$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{z-1}{1},y=1$

（C）$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$　（D）$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z-1}{-1}$

解：因为直线与平面 π 垂直，故平面 π 的法向量就是所求直线的方向向量，又平面 π 过点 $(1,1,0)$、$(0,0,1)$、$(0,1,1)$，三点可确定两个向量，平面 π 的法向量可取为这两个向量的向量积，即 $\boldsymbol{n}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 1 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{k}$，所求直线的方向向量为 $\boldsymbol{i}+\boldsymbol{k}$，应选 B。

【2009-2】设平面的方程为 $x+y+z+1=0$，直线的方程为 $1-x=y+1=z$，则直线与平面（　　）。

（A）平行　（B）垂直　（C）重合　（D）相交但不垂直

解：平面 $x+y+z+1=0$ 的法向量为 $(1,1,1)$，既不平行也不垂直，故直线 $1-x=y+1=z$ 的方向向量为 $(-1,1,1)$，这两个向量既不垂直也不平行，表明直线与平面相交但不垂直，应选 D。

【2010-1】设直线的方程为 $\begin{cases}x=t+1\\ y=2t-2\\ z=-3t+3\end{cases}$，则直线（　　）。

（A）过点 $(-1,2,-3)$，方向向量为 $\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{k}$

（B）过点 $(-1,2,-3)$，方向向量为 $-\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$

（C）过点 $(1,2,-3)$，方向向量为 $\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$

（D）过点 $(1,-2,3)$，方向向量为 $-\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$

解：将直线的方程化为对称式得 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-3}$，直线过点 $(1,-2,3)$，方向向量为 $\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{k}$，或 $-\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$，应选 D。

【2011-2】设直线的方程为 $x=y-1=z$，平面的方程为 $x-2y+z=0$，则直线与平面（　）。

（A）重合　　（B）平行不重合　　（C）垂直相交　　（D）相交不垂直

解：直线的方向向量为 $\boldsymbol{s}=(1,1,1)$，平面的法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-2,1)$，因 $\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{n}=1-2+1=0$，这两个向量垂直，从而直线与平面平行，又直线上的点 $(0,1,0)$ 不在平面上，故直线与平面不重合，应选 B。

【2012-18】设直线 L 为 $\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\2x-y-10z+3=0\end{cases}$，平面 π 为 $4x-2y+z-2=0$，则直线和平面的关系是（　）。

（A）L 平行于 π　　（B）L 在 π 上　　（C）L 垂直于 π　　（D）L 与 π 斜交

解：直线 L 的方向向量为 $\boldsymbol{s}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\1&3&2\\2&-1&-10\end{vmatrix}=-7(4\boldsymbol{i}+-2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$，平面 π 的法向量为 $\boldsymbol{n}=4\boldsymbol{i}+-2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，对应坐标成比例，$\boldsymbol{n}/\!/\boldsymbol{s}$，故 L 垂直于 π，应选 C。

【2013-15】已知直线 L: $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$，平面 π: $-2x+2y+z-1=0$，则（　）。

（A）L 与 π 垂直相交　　（B）L 平行于 π 但 L 不在 π 上

（C）L 与 π 非垂直相交　　（D）L 在 π 上

解：平面的法向量为 $\boldsymbol{n}=(-2,2,1)$，直线的方向向量为 $\boldsymbol{s}=(3,-1,2)$，对应坐标不成比例，直线与平面不垂直，又 $\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{n}=(3,-1,2)^{\mathrm{T}}\cdot(-2,2,1)^{\mathrm{T}}=-6\neq0$，直线与平面不平行，应选 C。

【2014-9】设有直线 L_1: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+5}{1}$，与 L_2: $\begin{cases}x=3-t\\y=1-t\\z=1+2t\end{cases}$，则 L_1 与 L_2 的夹角 θ 等于（　）。

（A）$\dfrac{\pi}{2}$　　（B）$\dfrac{\pi}{3}$　　（C）$\dfrac{\pi}{4}$　　（D）$\dfrac{\pi}{6}$

解：L_1 的方向向量 $\boldsymbol{s}_1=(1,-2,1)$，$L_2$ 的方向向量 $\boldsymbol{s}_2=(-1,-1,2)$，$\cos\theta=\dfrac{1\times(-1)+(-2)\times(-1)+1\times2}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}\times\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+2^2}}=\dfrac{1}{2}$，所以 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$，应选 B。

考点 3　空间的曲面和曲线

考试大纲：母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程；常用的二次

曲面方程；空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

【2005-4】将椭圆$\begin{cases}\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1\\ y=0\end{cases}$，绕$x$轴旋转一周所生成的旋转曲面方程是（　）。

（A）$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$　　（B）$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$

（C）$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{4}=1$　　（D）$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{9}=1$

解：将$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$中的变量$z$换成$\pm\sqrt{y^2+z^2}$就可得到所求旋转曲面方程，应选C。

【2006-3】球面$x^2+y^2+z^2=9$与平面$x+z=1$的交线在xOy坐标面上投影的方程是（　）。

（A）$x^2+y^2+(1-x)^2=9$　　（B）$\begin{cases}x^2+y^2+(1-x)^2=9\\ z=0\end{cases}$

（C）$z^2+y^2+(1-z)^2=9$　　（D）$\begin{cases}(1-z)^2+y^2+z^2=9\\ x=0\end{cases}$

解：解法 1：联立$x^2+y^2+z^2=9$和$x+z=1$消去z，得投影柱面方程$x^2+y^2+(1-x)^2=9$，再与$z=0$联立，就得到投影曲线的方程，应选B。

解法2：因为是求在xOy坐标面上的投影方程，故处有z=0，应选B。

【2007-3】下列方程中代表单叶双曲面的是（　）。

（A）$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}-z^2=1$　　（B）$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}+z^2=1$

（C）$\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{3}-z^2=1$　　（D）$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}+z^2=0$

解：$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}-z^2=1$表示单叶双曲面，$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}+z^2=1$表示椭球面，$\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{3}-z^2=1$表示双叶双曲面，$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}+z^2=0$表示原点，应选A。

【2008-3】下列方程中代表锥面的是（　）。

（A）$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}-z^2=0$　　（B）$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}-z^2=1$

（C）$\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{2}-z^2=1$　　（D）$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}+z^2=1$

解：由二次曲面的分类知：$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}-z^2=0$表示锥面；$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}-z^2=1$表示单叶双曲面，$\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{2}-z^2=1$表示双叶双曲面，$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}+z^2=1$表示椭球面，应选A。

【2011-1】在三维空间中方程$y^2-z^2=1$所代表的图形是（　）。

（A）母线平行 x 轴的双曲柱面　　　　（B）母线平行 y 轴的双曲柱面

（C）母线平行 z 轴的双曲柱面　　　　（D）双曲线

解：方程中缺变量 x，故是母线平行 x 轴的柱面；又 $y^2-z^2=1$ 在 yOz 面内表示双曲线，故该图形为双曲柱面，应选 A。

【2012-16】 曲线 $x^2+4y^2+z^2=4$ 与平面 $x+z=a$ 的交线在 yOz 平面上的投影方程是（　　）。

（A）$\begin{cases}(a-z)^2+4y^2+z^2=4\\ x=0\end{cases}$　　（B）$\begin{cases}x^2+4y^2+(a-x)^2=4\\ z=0\end{cases}$

（C）$\begin{cases}x^2+4y^2+(a-x)^2=4\\ x=0\end{cases}$　　（D）$(a-z)^2+4y^2+z^2=4$

解：联立 $x^2+4y^2+z^2=4$ 和 $x+z=a$ 消去 x，得投影柱面方程，$(a-z)^2+4y^2+z^2=4$。再与 $x=0$ 联立，就得到投影曲线的方程，故应选 A。

【2012-17】 方程 $x^2-\dfrac{y^2}{4}+z^2=1$，表示（　　）。

（A）旋转双曲面　　　　（B）双叶双曲面

（C）双曲柱面　　　　（D）锥面

解：这是双曲线 $\begin{cases}x^2-\dfrac{y^2}{4}=1\\ z=0\end{cases}$（或 $\begin{cases}-\dfrac{y^2}{4}+z^2=1\\ x=0\end{cases}$）绕 y 旋转所生成的旋转双曲面，应选 A。

【2014-2】 在空间直角坐标系中，方程 $x^2+y^2-z=0$ 所表示的图形是（　　）。

（A）圆锥面　　（B）圆柱面　　（C）球面　　（D）旋转抛物面

解：这是抛物线 $\begin{cases}z=x^2\\ y=0\end{cases}$（或 $\begin{cases}z=y^2\\ x=0\end{cases}$）绕 z 旋转所生成的旋转抛物面，应选 D。

【2016-8】 yOz 坐标面上的曲线 $\begin{cases}y^2+z=1\\ x=0\end{cases}$ 绕 Oz 轴旋转一周所生成的旋转曲面方程是（　　）。

（A）$x^2+y^2+z=1$　　　　（B）$x+y^2+z=1$

（C）$y^2+\sqrt{x^2+z^2}=1$　　　　（D）$y^2-\sqrt{x^2+z^2}=1$

解：由于曲线是绕 Oz 轴旋转，故旋转曲面的方程只需将 $y^2+z=1$ 中的 y 换成 $\sqrt{x^2+y^2}$ 则可，故得 $x^2+y^2+z=1$，应选 A。

考点 4　一元函数及性质

考试大纲：函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。

【2010-3】 设 $f(x)=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$，则（　　）。

（A）$f(x)$ 为偶函数，值域为 $(-1,1)$　　（B）$f(x)$ 为奇函数，值域为 $(-\infty,0)$

（C）$f(x)$为奇函数，值域为$(-1,1)$　　　　（D）$f(x)$为奇函数，值域为$(0,+\infty)$

解：$f(-x)=\dfrac{e^{-2x}-1}{e^{-2x}+1}=\dfrac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}}=-\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}=-f(x)$，$f(x)$为奇函数。又$f(x)$的定义域为$(-\infty,+\infty)$；而$f'(x)=\dfrac{e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}>0$知$f(x)$单调增，又$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$，$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$，所以值域为$(-1,1)$，应选C。

【2017-2】函数$y=\sin\dfrac{1}{x}$是定义域内的（　　）。

（A）有界函数　　（B）无界函数　　（C）单调函数　　（D）周期函数

解：$y=\sin x$是有界函数，与$y=\dfrac{1}{x}$复合后仍是有界的。其余选项都不对，应选A。

考点5　极限

考试大纲：数列极限与函数极限的定义及其性质；极限的四则运算；无穷小和无穷大的概念及其关系；无穷小的性质及无穷小的比较；两个重要极限；洛必达法则。

【2005-5】下列极限计算中，错误的是（　　）。

（A）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{x}\cdot\sin\dfrac{x}{2^n}=1$　　　　（B）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$

（C）$\lim\limits_{x\to0}(1-x)^{\frac{1}{x}}=e^{-1}$　　　　（D）$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{2x}=e^2$

解：因为$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}=0$，而$\sin x$是有界量，根据无穷小量与有界量的乘积还是无穷小量，知$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0$，故$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$错误。利用两个重要极限的结论，知其他三个选项都是正确的。应选B。

【2006-4】若$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{ax^2-3}{x^2+1}+bx+2\right)=\infty$，则$a$与$b$的值是（　　）。

（A）$b\neq0,a$为任意实数　　　　（B）$a\neq0,b=0$

（C）$a=1,b=-8$　　　　（D）$a=0,b=0$

解：利用$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}=\begin{cases}0, & m<n\\ \infty, & m>n\\ \dfrac{a_m}{b_n}, & m=n\end{cases}$［其中$P_m(x)=a_mx^m+a_{m-1}x^{m-1}+\cdots+a_0$，$Q_n(x)=b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+\cdots+b_0$］，由$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{ax^2-3}{x^2+1}+bx+2\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{bx^3+(a+2)x^2+bx-1}{x^2+1}\right]=\infty$，知$b\neq0,a$为任意实数，应选A。

【2007-4】若有$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{x-a}=0$，则当$x\to a$时，$f(x)$不一定是（　　）。

（A）有极限的函数　　　　　　　　　　（B）有界函数
（C）无穷小量　　　　　　　　　　　　（D）比 $(x-a)$ 高阶的无穷小

解：由 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{x-a}=0$ 知，必有 $\lim\limits_{x\to a}f(x)=0$，这说明当 $x\to a$ 时，$f(x)$ 是有极限的函数，且是无穷小量，并且是比 $(x-a)$ 高阶的无穷小，因而选项（A）、（B）、（C）都是对的，$f(x)$ 是有界函数不一定成立，应选 B。

【2008-3】函数 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0\leqslant x<1\\ 4-x, & 1\leqslant x\leqslant 3\end{cases}$，在 $x\to 1$ 时，$f(x)$ 的极限是（　　）。

（A）2　　　　（B）3　　　　（C）0　　　　（D）不存在

解：分段函数在交接点，必须考虑左右极限，由 $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=3$，$\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=2$ 知，在 $x\to 1$ 时，$f(x)$ 的极限不存在，应选 D。

【2010-4】求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}$ 时，下列各种解法中正确的是（　　）。

（A）用洛必达法则后，求得极限为 0

（B）因为 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$ 不存在，所以上述极限不存在

（C）原式 $=\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}\times\dfrac{x}{\sin x}=0$

（D）因为不能用洛必达法则，故极限不存在

解：因为 $\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}=0$（无穷小与有界量的乘积），而 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin x}=1$，$\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}\times\dfrac{x}{\sin x}=0\times1=0$。由于 $\left(x^2\sin\dfrac{1}{x}\right)'=2x\sin\dfrac{1}{x}-\cos\dfrac{1}{x}$，当 $x\to 0$ 时极限不存在，故不能用洛必达法则，但求导后极限不存在，不能得出原极限不存在，所以选项 A 和 D 都不对；又 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$，B 选项错，应选 C。

【2011-3】当 $x\to 0$ 时，3^x-1 是 x 的（　　）。
（A）高阶无穷小　　　　　　　　（B）低阶无穷小
（C）等价无穷小　　　　　　　　（D）同阶但非等价无穷小

解：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^x-1}{x}=\ln 3$，故 3^x-1 是 x 的同阶但非等价无穷小，应选 D。

【2012-2】设 $\alpha(x)=1-\cos x,\ \beta(x)=2x^2$，则当 $x\to 0$ 时，下列结论中正确的是（　　）。
（A）$\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是等价无穷小
（B）$\alpha(x)$ 是 $\beta(x)$ 的高阶无穷小
（C）$\alpha(x)$ 是 $\beta(x)$ 低阶无穷小
（D）$\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是同阶无穷小但不是等价无穷小