



郑水忠 / 著

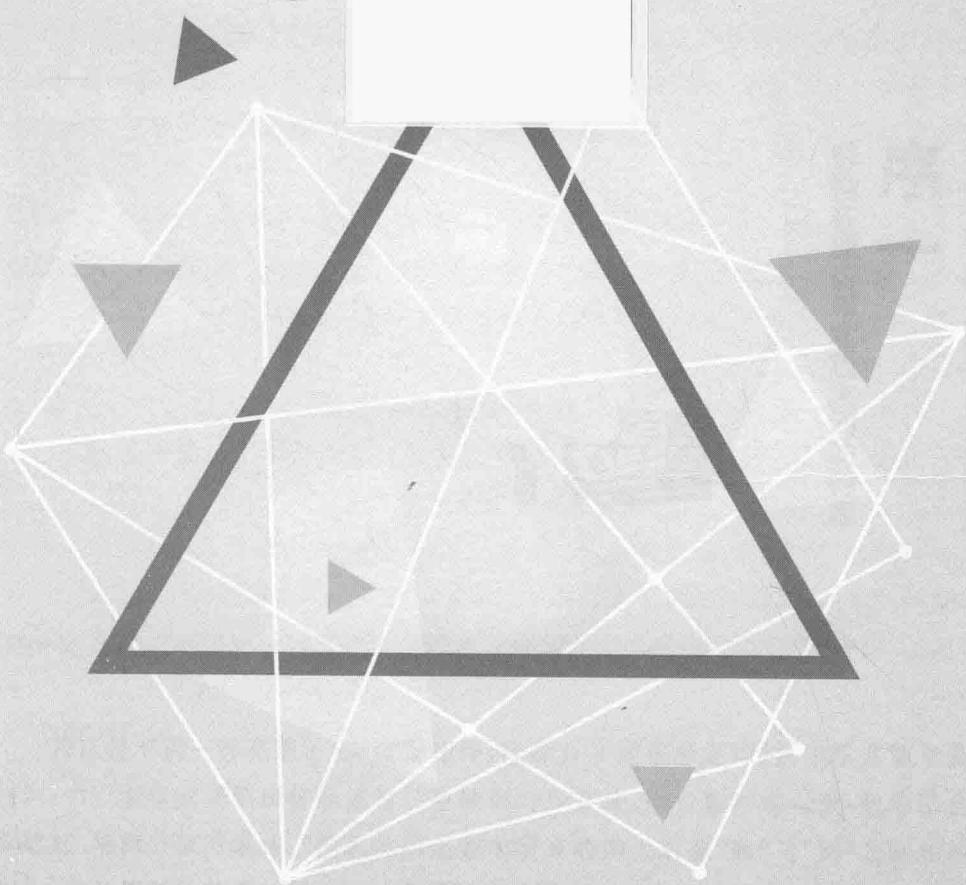
小学儿童学几何



XIAOXUE ERTONG XUE JIHE



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE



郑水忠 / 著

小学儿童学几何

XIAOXUE ER



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

小学儿童学几何 / 郑水忠著. —上海:上海教育出版社,2017.12

ISBN 978 - 7 - 5444 - 8076 - 5

I. ①小… II. ①郑… III. ①几何课-教学研究-小学

IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017) 第 301736 号



责任编辑 成俊 庄晓明

封面设计 静澜

小学儿童学几何

郑水忠 著

出版发行 上海教育出版社有限公司
官 网 www.seph.com.cn
地 址 上海市永福路 123 号
邮 编 200031
印 刷 上海展强印刷有限公司
开 本 700 × 1000 1/16 印张 12.5
字 数 245 千字
版 次 2017 年 12 月第 1 版
印 次 2017 年 12 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5444 - 8076 - 5 / G · 6683
定 价 39.80 元

如发现质量问题,读者可向本社调换 电话: 021 - 64377165

序

穿梭在理论与实践之间的行者



国庆佳节由一杯花茶、一支清香相伴，我翻开了郑水忠老师的《小学儿童学几何》一书。数学家华罗庚曾经说过：“数缺形时少直观，形少数时难入微；数形结合百般好，隔离分家万事休。”他表达的是数学研究的两大对象“数”与“形”之间相依相生、彼此依赖的关系。其实在教育活动中“理论与实践”也是一对彼此支撑、互为始终的概念。郑水忠老师的成长过程就是不断穿梭于这两者之间，并试图成为它们之间衔接的桥梁。

一个行者如果能驻足思考，他就是在悟“道”，因为“道”这一汉字就是边行走，边用“首”反省。郑老师深入教育教学的现场，不断有对教育的叩问萦绕脑海。为了释疑解惑，他开始向经典求学，与皮亚杰、维果茨基、布鲁纳、陶行知等对话，不断汲取营养，站在高处审视数学教育活动。这些学者的思想让他醍醐灌顶，这些学者的观点使他茅塞顿开。

郑老师读到美国教育心理学家奥苏贝尔在《教育心理学：认知观点》一书扉页中的一段话：假如让我把全部教育心理学仅仅归纳为一条原理的话，那么，我将一言以蔽之：“影响学习的唯一最重要的因素，就是学习者已经知道了什么。要探明这一点，并应据此进行教学。”这一段经典的话让他明白了研究教学起点的重要性，他尝试把感悟之“道”运用于教育实践，开始致力于研究儿童的学习起点。

郑老师把学习起点界定为学生学习新内容时应该和实际具备的知识与能力基

础,也就是逻辑起点与现实起点的统合,具体包括知识技能、方法能力和数学思想三个维度。他发现学生学习起点存在四种样态:一是现实起点与逻辑起点相当;二是现实起点高于逻辑起点;三是现实起点低于逻辑起点;四是现实起点与逻辑起点错位。

当一个教师能对一个教学概念尝试自己下定义研究其内涵,又通过分类把握其外延,那么他就已经从枚举思维向类化思维转变,他开始对自身的教育教学经验进行“概念化”的表征,构建起自封闭式的话语体系,这就是从实践上升为理论的一种重要方式。

当然,构建概念体系绝不是实践者的终极目标,如何使理性概念在实践中“返魅”,以理论去指导实践,并诠释实践的合理性是郑老师不断深入思考的问题。于是郑老师尝试对图形与几何领域展开了专题式的教学研究。探讨了“图形与几何”概念教学,“图形与几何”规则教学,“图形与几何”解决问题教学。通过五个几何教学的经典案例,郑老师诠释了自己数学观、学生观以及教育观的转变。那就是“从有限走向无限”“从生活走向数学”“从形式走向本质”“从教材走向儿童”“从理念走向实践”。

当一线教师能游刃有余地穿梭在理论与实践之间,通过“我注六经”与“六经注我”的方式连接理论与实践之时,他就成长为一名成熟的教育教学活动的行者,这也是一名优秀教师迈向卓越的必由之路。期待郑老师能在自己喜爱的数学课堂中“卓尔不群,越而胜己”。

浙江省中小学教师培训中心副主任、

浙江外国语学院教育学院副院长

吴卫东教授

序二

教材有序 教学有法



和郑水忠老师成为同事颇有故事性。那是2000年，水忠老师在省优质课观摩活动互动环节上，主动上台发言交流，给与会者留下深刻印象。当时，学校分管人事的校长助理现场通过电话给我描述场景，我即刻作出回应，要想方设法邀请这位有胆识的年轻老师来校工作。我这种“不拘一格揽人才”的办法回报是丰厚的。当年沈百军老师弃商从教来我校工作，现今已成为著名小学数学特级教师。我以为水忠老师也相似。水忠老师来校工作不久，即获得浙江省教改之星金奖，后来成为当年宁波市最年轻的名教师。他的很多课例成为经典，如《线段、射线和直线》《折线统计图》《平行四边形的面积》等等，都已传遍省内外。

国庆前夕，水忠老师拿着一摞书稿，希望我为他的学术专著写序，这是我离开学校一年多，他给我的又一大惊喜。

看完这本《小学儿童学几何》书稿，给予我最大的启示是，为了小学儿童更好地学几何，教师需要用心体会“教材有序”，需要有意探索“教学有法”。从这点上说，我认为这是一本揭示小学图形与几何领域教材教法的一个范例。将教材中的一个领域作为自己的研究对象，积极引入经典教育教学理论，自觉站在儿童的立场，系统探索图形与几何领域教材教法的规律，必将给予一线教师丰富且深刻的借鉴意义。

本书在撰写结构上虽然分了八章，但实质上可分为四个板块，分别是内容结构

梳理,相关理论阐述,基本模式提炼及典型案例研究。本书所透视出来的研究特色十分鲜明。从研究的视角上来审视,孔企平教授的《小学儿童如何学数学》一书是对儿童学习数学的整体阐述和引领,朱乐平老师团队的《一课研究丛书》则聚焦于一节课的深入、系统研究,水忠老师的著作则聚焦于“图形与几何”一类课程的思考与实践;从研究的内容上来审视,本书既对图形与几何领域的教材编排作出系统性、结构性的梳理,又将这一领域划分为三个部分,对每一部分作出基本模式的提炼、教学事项的提醒以及研究案例的展示;从研究的方法上来审视,本书既将传统经典教学理论和当下鲜活教学实践之间作出关联,又积极寻求学科逻辑顺序和学生心理顺序之间的沟通。充分显示了尊重学生、尊重规律、尊重科学的研究精神。

下面允许我就“教材有序、教学有法”稍作展开来谈点体会。

一名普通教师成长为优秀教师、名师,其在把握教材的过程中一般会经历“读懂教材、会用教材、活用教材”三个层次,其中核心是如何更好地领会教材有序。这犹如我们阅读一部小说,需要去厘清各种错综复杂的关系,不但要找到故事情节展开的明线,还要善于发现蕴含在情节展开中的暗线。也犹如我们去赏析一篇散文,不但要看到“形”,还要品味“神”。水忠老师在对教材有序的“序”之要义把握主要从两个方面来阐述。

一是系统性。在本书中水忠老师用结构图的形式较为全面地呈现了小学“图形与几何”领域的学习内容,让我们了解到整套教材关于这一领域的编排体系。它既不以欧几里得的几何公理体系为主线,也不是严格按照知识的逻辑顺序展开该领域内容,而是更多地兼顾了儿童的生理、心理特征,关注儿童的参与学习、探究学习。我认为对教材编排体系的了解,有助于教师更好地明确其价值追求,从而有效地指导教学实践。水忠老师还围绕核心概念应具有的奠基性和迁移性两大基本特征,通过对相关内容的梳理,确立了核心概念体系。并通过图式表征,让我们发现图形与几何核心概念大量地集中于图形的认识与测量领域,即传统的数学教材中蕴含了几何大厦的最重要的基础知识,新课程在图形与运动和位置领域新增的内容更多地是起到补充而非更替作用。同样,水忠老师用图示和列表的方式对图形与几何规则类内容及解决问题内容作出了梳理。我认为对教材梳理的过程,就是读懂教材、会用教材的过程。我们不但要了解整套教材的编排体系,还要理解单元教材的内容组合,熟知课时教材的展开逻辑。只有这样,我们在处理教材时,才能做到瞻前顾后,左右逢源,举重若轻,深入浅出。

二是科学性。数学教材不仅是数学文化知识的载体,也是教学活动设计的指南,同时,也是学生数学学习活动的范本。所以,这里讲的科学性,不仅是指数学知识的对与错,数学概念的准确与模糊,更是指在解读教材、展开教学时寻求学科

逻辑顺序与学生心理顺序之间沟通的适切性。正如水忠老师在对儿童“线”概念的建立与发展研究后指出的“存在即是合理的”，在儿童对线概念认知的发生发展过程中，总有一条隐形的“线”在主导着儿童的认知发展，而这根“线”很多时候都是停留在经验层次上的自发理解，常常在有形无形中主导儿童建构起错误的认知，这就需要教师加强对教材内容的深入研读和对儿童认知规律的准确把握。

如何寻求“两种顺序”的沟通，水忠老师在认真研读美国教育心理学家奥苏贝尔的论述中找到了突破口，即对学习起点的研究。奥苏贝尔有句名言：假如让我把全部教育心理学仅仅归纳为一条原理的话，那么，我将一言以蔽之：“影响学习的唯一最重要的因素，就是学习者已经知道了什么。要探明这一点，并应据此进行教学。”奥苏贝尔关于认知起点的研究更多地是阐明了其意义和价值，指明研究方向，具体的研究实践较少涉及。水忠老师抓住这样的实践研究空档，从逻辑起点和现实起点两个维度展开研究，得到了四种关系：现实起点与逻辑起点相当；现实起点高于逻辑起点；现实起点低于逻辑起点；现实起点与逻辑起点错位。并以“平行四边形面积”一课为例，对学生学习的逻辑起点与现实起点进行全面、深入的分析。在此基础上，对该课教学的不同路径展开探索。这种研究方式对一线教师有着非常强的指导意义。

另外，水忠老师在对学生三角形稳定性概念建立研究中得到：教学稳定性更应该突出关注从“不易变形”角度理解，而不一定要通过三角形形状一致性角度提升理解三角形的稳定性。对于这样的结论，我是十分赞同的。现在很多公开课往往为了追求环节设计的精巧性、课堂教学的可观性，而忽视学生的可接受性。尽管这种设计有一定的知识科学性，但因为忘记了教学的适切性，所以也是徒劳的。作为一名优秀的教师，在活用教材时，既要弥补教材中的不足，增强知识的科学性，也要辩证而发展地看增加的教学内容，体现教学的适切性。

教学有法，但无定法，贵在得法。我总以为，我们一线教师对课堂教学“法”的认识与研究还远远不够，对教学中的一些规律缺乏足够的自觉认知与运用。教师的教学，需要从基于经验的低位个性走向基于普适模式的中位共性，最后再走向超越模式的高位个性。而现实情况是，少数名师在超越模式的高位个性上演绎着教学艺术的精彩，而绝大部分一线教师却一直在基于自己经验的低位个性上重复着低效的教学行为。克服这种两极现象的重要抓手与载体，便是对课堂教学“法”的研究和课堂教学模式的自觉建构。本书让我们看到水忠老师对“法”的学习和遵循，对教学模式的研究与建构。

一是“学法守法”。这里的“法”是指教学理论指导下的教学法则、教学方法。水忠老师“向经典致敬”就是表达了学法守法的态度和价值追求。他从那些被岁月

检验过至今依然散发着迷人光辉的哲人身上汲取营养。为此,在本书中,他特意安排了两个章节,对几何学习的相关经典理论和概念学习的重要理论进行梳理,为广大一线教师的几何教学提供丰厚的理论指导,避免在实践上走一些弯路。同时,也让我们获得很多教学方法上的启示。

譬如,皮亚杰将人的认知发展划分为四个大阶段,儿童对空间关系的认知过程似乎与几何学的演进脉络相反,儿童学几何先有具体概念,再有定义概念。这样的经典研究成果(观点)给予水忠老师的启示是,小学几何教学中应当遵循从具体到一般的顺序,从大量例证中概括共同属性,提炼本质属性;尊重学生用描述式给概念下定义的方式。水忠老师在“学法守法”的过程中,是带着自己的思考去实践的,因此是具体、鲜活的。譬如,范希尔夫妇的几何思维发展水平理论,他运用平行和垂直的课例作了具体的应用注解,让老师们一看就理解。不仅如此,他在做平行四边形面积前测方案时,将学生平行四边形学习的现实起点划分为5个层次的认知水平,并整理出水平分析标准界定表,这更是将经典理论活学活用到具体实践中的典型。

二是教学模式的自主建构。正如水忠老师所认为的:从本质上说,教学模式是教学原理、规范的体现。波利亚在《怎样解题》一书中提出了解题的四个步骤,杜威则提出了解决问题的五步模式,奥苏贝尔等也认为解决问题一般要经历四个阶段。仔细研究他们的论述发现,他们有许多共通之处,只是某些表述及划分的切口有差异而已,实质是一样的。解决问题的过程就是明确问题、分析问题、解决问题、检验反思的过程。在具体教学中再增加一个巩固运用的过程,就是解决问题教学模式了。这也朴素地道出了教学模式之于教学活动的一般道理:无论人们自觉与否,教学总是呈现为一定的模式。水忠老师则是一位教学模式的自主建构者、实践者。我们在课堂教学研究与实践中,建构了“三环六学”自主课堂教学模式,并获得了首届国家级教学成果奖。水忠老师结合小学生学数学的特点,在图形与几何规则教学和解决问题教学中,建构了“四环六学”模式,这是对“三环六学”自主课堂教学模式的学科化、学段化的具体实践。既是继承,更是创新。在解决问题内容的教学中,将解决问题五步骤与其“四环六学”模式作了内在的有机联系,将传统经典的表述与当下实践的探索作出了关联与契合,这样,既可说明经典的时代性,也可说明自主探索的合理性。最为可贵的是,水忠老师及其研究团队,经过多年的探索,针对小学图形与几何规则内容几乎都是上位学习的特点,他提出了“四环六学”教学模式,并将支撑此模式的根本教学理论追溯到了维果茨基的最近发展区理论。水忠老师作了这样的论述:模式中的导学、试学、展学阶段,意在充分暴露学生的自主探究水平,即展现学生的现有发展区。而模式中的研学、固学、延学,尤其是研学阶



段，则是实现学生认知由自主探究水平向目标水平提升的阶段，是学习的最近发展区。这样的自觉寻根与关联，让我豁然开朗，也再次说明经典的历久弥新与拨云见日的功效，让我们一起向经典致敬吧！

写到这里，我想说：一个教师如果能用心体会教材有序，有意探索教学有法，那么，他一定悟得了教师的成长之道。水忠就是这样一位老师，不仅理解并掌握了教材有序，而且能遵循并探得教学有法，因此，他的专业成长必将从优秀走向卓越。当然，这一切都是为了让小学儿童更好地学数学。

浙江省万里教育集团副总裁、特级教师

林良富

丁酉重阳节于名仕嘉景苑

自序

向经典致敬

——以实践和检验的态度



狄更斯说：“这是一个最好的时代，也是一个最坏的时代。”这句话用在当下的教育中，也有几分贴合之处。说其好，是因当下正处信息大爆炸时代，各种即时交流工具可以将最新的教育理论、热词瞬间传递到每一个个体，从这个角度而言，人人都与时代同步。说其坏，是因巨量的未加区分、甄别的信息充斥在每个人的周围，压得我们喘不过气来，更让我们无所适从、无法取舍。更为可怕的是，教育也成了如共享单车般的赶时髦的行当。慕课、翻转课堂、智慧教育、云桌面、拓展课程、核心素养……新理念、新概念层出不穷，但蓦然回首我们会发现，很多曾经无比风光的教育新词、热潮，存在周期也就短短一两年时间。当更新的概念出来时，人们会迅速将其抛弃。

我常想，造成这种局面，是社会出了问题？是教育出了问题？还是我出了问题？直到有一天，无意中听到的一段对话使我茅塞顿开！学校请了一位专家来给老师培训，培训结束后，一位热心好学的老师向专家请教：“老师，你能向我推荐几本反映自主学习最新研究成果的书籍吗？”这位专家说：“我不会向你推荐最新的成果，因为我对它无法确信，我能向你推荐的，至少都是上世纪八九十年代以前的资料。”无意中听到的这段话，令我受益匪浅！此时也突然明白，为何屠呦呦 1972 年就提取出了青蒿素，却一直到 2015 年才获诺贝尔奖，因为凡是一项重大研究成果，必须经过长期实践的检验、沉淀，才能最终被确认、被铭记。治疗人身体疾病的药

物尚且如此，塑造人的心灵、品格和灵魂的教育是否更应慎之又慎呢？毕竟，一个教育理念的全面推广，有可能不是培养了一代人，而是耽误了一代人。

至此，我的头脑如醍醐灌顶般瞬间清醒，我不能迷失在纷繁缭乱的信息、概念、理念中，我应该回归经典，从那些被岁月检验过至今依然散发着迷人光辉的哲人身上汲取营养。于是，我开始购买皮亚杰、维果茨基、布鲁纳、陶行知、叶圣陶等中外教育名家的书籍。在这过程中，我又欣喜地发现，其实，以刘范、李士锜、沈家鲜、张增杰等为代表的老一辈教育心理学家，20世纪70年代以来，积累了大量教育心理学的研究成果。只是，不知是我们读者太功利，还是出版社太现实，这些书（有些是内部印刷的学习资料）均已绝版。于是，我开始登录各大旧书网站淘宝，万幸，还真被我淘到不少，即使有的书已经从当年标价的几毛钱涨到如今的一两百元，我仍如获至宝！

在我啃读这些经典著作的过程中，头脑中几个念头越来越清晰。第一，我要研究儿童、走进儿童。像皮亚杰、刘范等老师那样通过实验、实证来研究儿童的认知基础、认知心理，以丰盈自己的教育人生。于是，最近几年来，我们团队立足课堂，开展了大量关于儿童学习起点、学习心理的研究活动。第二，我要做教育经典理论、成果的践行者、发扬者。当下，老师们的心态普遍都比较浮躁，凡事只管记住一个标签，而无心追问更甚。如范希尔夫妇有个著名的几何思维发展水平理论，但很多老师对其认知仅仅停留在几个名称层面，没有去思考它与几何教学、儿童身心发展阶段如何结合，更没有去推敲今天所教的几何内容是处于哪个发展水平阶段，要辅以哪些教学策略。再如，很多人都知道维果茨基有一个最近发展区理论，但很少有人知道他在阐述最近发展区理论时，首先阐述的是现有发展区理论。试想，我们如果没厘清这当中的概念内涵、关系，又如何去践行它、发扬它？第三，进一步检验教育心理学家们的已有研究结论。前述笔者所提到的国内外教育名家的相关研究成果，整体上呈现历久弥新的态势。但因时代的变迁，有些结论值得我们重新去检验，如果经过我们的检验，有的结论仍然正确，那我们将更加确信其是经典。如果有结论经我们检验出现新的变化，那我们就是在发展经典。笔者曾对富森等人于20世纪80年代提出的儿童数词发展阶段理论进行再验证，发现其结论与当下儿童现状仍然高度吻合。我们也曾对皮亚杰提出的儿童长度、面积等守恒观的建立进行再验证，发现随着时代的发展，儿童部分观念的守恒时间已经提前。

随着在这些经典理论中汲取营养及教学实践的不断推进，笔者逐渐产生了要将自己的所思所行整理、记录下来的冲动。经过反复思考，笔者将着眼点聚焦于图形与几何领域。一方面，孔企平教授编著的《小学儿童如何学数学》一书一直对我影响很大，在我早期成长过程中对我帮助非常大，现在翻阅也常有新收获。这本书



当中,对小学各领域内容的学习均有所涉及,但更多是理论成果。与此同时,特级教师朱乐平领衔的团队则开展了深入的实践研究。他们围绕一节课,开展了从上位知识、课标(大纲)演变、教材纵向比较、教学模式演进、学习起点等全方位的研究,形成了一套一课研究系列丛书,研究精神令人钦佩。在学习研读过程中,笔者也发现,孔企平教授研究的是小学各领域的普适性理论,朱乐平老师团队开展的则是图形与几何领域典型课的全面、系统、深入的研究,在两位专家之间,还为我留了一个空档,即,我还可以围绕图形与几何这一领域的教学写点东西,拙作《小学儿童学几何》随之而出。

且以此为序,望得到专家、老师的帮助和指正!

郑水忠

2017年9月

目录



◆ 第一章 小学图形与几何学习内容概述	1
第一节 《标准(2011版)》中的“图形与几何”内容	1
第二节 小学“图形与几何”内容结构形式分析	2
第三节 小学“图形与几何”的内容特点	4
◆ 第二章 图形与几何学习的相关理论	11
第一节 皮亚杰几何学习相关理论	11
第二节 范希尔夫妇的几何思维发展理论	15
第三节 国内学者对儿童几何认知发展的研究	24
◆ 第三章 概念学习的相关理论	35
第一节 维果茨基的概念发展理论	35
第二节 概念的形成和同化理论	38
第三节 概念教学中的变式和比较	40
◆ 第四章 学习起点研究的理论与实践	44
第一节 学习起点:逻辑起点 现实起点	44
第二节 学习起点的存在样态	49
第三节 学习起点确立的基本方法	52
第四节 学习成效的当堂检测	62

◆— 第五章 图形与几何概念教学	74
第一节 图形与几何概念体系梳理	74
第二节 图形与几何概念教学基本模式	78
第三节 图形与几何概念教学注意事项	81
第四节 图形与几何概念教学研究案例	83
◆— 第六章 图形与几何规则教学	97
第一节 图形与几何规则体系梳理	97
第二节 图形与几何规则教学基本模式	98
第三节 图形与几何规则教学注意事项	103
第四节 图形与几何规则教学研究案例	107
◆— 第七章 图形与几何解决问题教学	127
第一节 图形与几何解决问题教学内容梳理	127
第二节 图形与几何解决问题教学基本模式	133
第三节 图形与几何解决问题教学注意事项	137
第四节 图形与几何解决问题教学研究案例	140
◆— 第八章 图形与几何相关教学案例	147
案例一 从“有限”走向“无限” —— 儿童“线”概念的建立和发展	147
案例二 从“生活”走向“数学” —— 学生三角形高概念的建立和发展	156
案例三 从“形式”走向“本质” —— 学生三角形稳定性概念建立研究	163
案例四 从“教材”走向“儿童” —— 学生面积概念教学思考	169
案例五 从“理念”走向“实践” —— 学生空间观念培养的思考	173
◆— 参考文献	179
◆— 后记	180

第一章

小学图形与几何学习内容概述

要研究图形与几何的教学，首先要从课标和教材角度对该领域内容有一个系统全面的认识。本章将结合《义务教育数学课程标准（2011版）》（以下简称《标准（2011版）》）和人教版义务教育教材对“图形与几何”领域的内容分类、结构形式及内容特点情况进行分析，以便让读者对该领域内容有一个整体认识。

第一节 《标准（2011版）》中的“图形与几何”内容

在《标准（2011版）》中，课程内容包含了“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”四个部分。“图形与几何”作为四大领域之一，其实际编排课时内容仅次于“数与代数”，该领域内容的学习对人类理解自己所生存的空间、发展学生的空间观念、培养学生的创新精神和实践能力等方面都起着重要作用。作为研究该领域的起点，首先有必要弄清楚的是小学“图形与几何”学习的内容概况。

《标准（2011版）》中指出，“图形与几何”的主要内容有：空间与平面图形的认识；图形的性质、分类和度量；图形的平移、旋转、轴对称、相似和投影；平面图形基本性质的证明；运用坐标描述图形的位置和运动。

从上述内容可以看出，“图形与几何”主要研究现实世界中的物体、几何体和平面图形的形状、大小、位置关系及其变换。它是帮助人们从空间知觉、空间观念以及空间想象的角度认识和描述生活空间并进行交流的工具。就小学阶段而言，除了平面图形基本性质的证明、相似、投影没有涉及外，其余几部分都有学习内容安排。

三 第二节 小学“图形与几何”内容结构形式分析 三

从《标准(2011版)》“课程内容”部分可以看出,小学“图形与几何”领域是划分为“图形的认识”“测量”“图形的运动”“图形与位置”四个方面来表述的,这样划分,其背后的依据究竟是什么呢?事实上,从某种意义上说,上述分类的背后,对应的就是几何学的几大分支。“图形的认识”对应的是“直观几何学”;“测量”对应的是“度量几何学”;“图形的运动”对应的是“运动几何学”;“图形与位置”对应的是“坐标(解析)几何学”。因此,如果我们把小学“图形与几何”领域的內容根据其结构及学段进行整理,可以得到如下表格。

表1-1 小学“图形与几何”内容结构表

	直观几何	度量几何	运动几何	解析几何
	图形的认识	测量	图形的运动	图形与位置
第一学段 主要内容	• 简单几何体和平面图形的认识、分类	• 长度单位的认识与测量; • 周长与面积的认识及长、正方形的面积	• 平移、旋转、轴对称的初步认识	• “上、下、前、后、左、右”位置认识; • 东、南、西、北等八个方位学习
第二学段 主要内容	• 线、角、平行四边形、三角形、梯形、圆及长、正方体、圆柱、圆锥等图形特征的认识; • 观察物体	• 角的度量; • 平行四边形、三角形、梯形、圆的面积(含圆周长); • 体积及体积单位; • 基本形体的表面积、体积	• 平移、旋转、轴对称的量化认识; • 图形的放大与缩小	• 比例尺; • 根据方向、距离确定位置及描述线路图; • 数对确定位置

具体而言,小学“图形与几何”领域的学习內容可以用下列结构图较为全面地进行呈现。