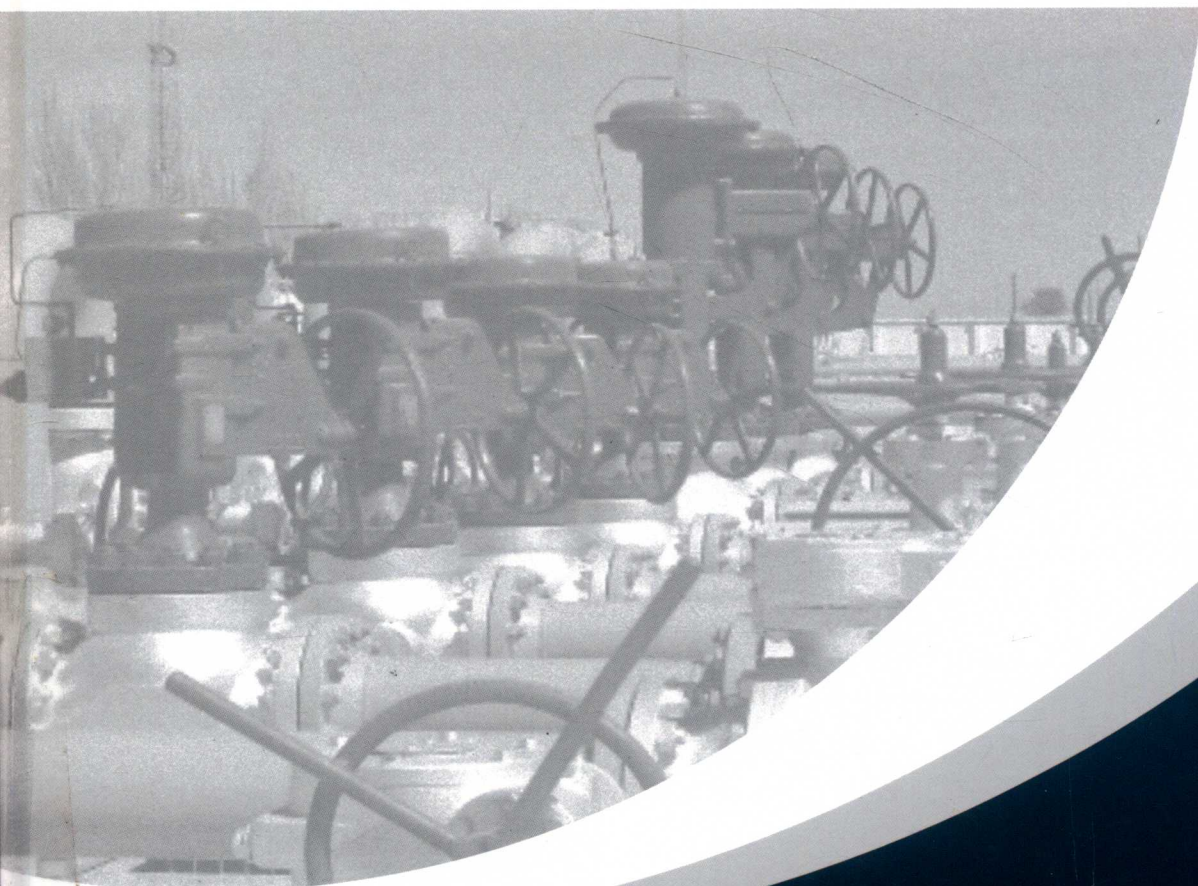


实用流体瞬变流

杨建东 著



科学出版社

实用流体瞬变流

杨建东 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书全面系统地介绍管网系统(包括有压流和无压流)流体瞬变流的基本理论和实用方法,其中涉及管网系统有关的动力装置,如泵、水轮机、空压机等。全书分为12章,从流体瞬变流基本理论,较特殊、较复杂管网系统流体瞬变流的工程应用,以及瞬变流控制、闭环系统稳定性、瞬变流多维模拟等专题共三个方面进行深入浅出的论述。本书绝大多数内容是武汉大学“水电站过渡过程与控制”课题组近20年的研究成果,为解决管网系统瞬变流设计和运行面临的主要难题提供理论依据、分析手段和工程措施。

本书可供从事水利、水电、市政、石油、天然气、流体机械、液压系统等工程领域运行、科研和技术管理等方面的专业人员使用,也可以作为高等学校相关专业研究生和本科生的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

实用流体瞬变流/杨建东著. —北京:科学出版社,2018.6
ISBN 978-7-03-058108-2

I. ①实… II. ①杨… III. ①管道流动-水力学 IV. ①TV134

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 134309 号

责任编辑:杨光华/责任校对:谌 莉
责任印制:彭 超/封面设计:苏 波

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉精一佳印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本:787×1092 1/16

2018年6月第一版 印张:21 1/4

2018年6月第一次印刷 字数:503 800

定价:258.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

1993年,美国密歇根大学怀利(E. Benjamin Wylie)教授和斯特里特(Victor L. Streeter)教授出版了专著 *Fluid Transients in Systems*,是继 *Hydraulic Transients* (1967年)和 *Fluid Transients* (1978年)之后的第三版。该专著一直是流体瞬变流研究领域的经典之作,是相关行业实际应用的基础,为培育一批又一批从事流体瞬变流的学者和工程师起到了启蒙、授业和解惑的作用。另外,美国南卡罗来纳大学乔杜里(M. Hanif Chaudhry)教授的专著 *Applied Hydraulic Transients* (2014年第三版)、英国伦敦城市大学索利(A. R. David Thorley)教授的专著 *Fluid Transients in Pipeline Systems* (2004年第二版)也是流体瞬变流领域有重要影响的经典著作,涉及面广,既包含瞬变过程基本理论,也包含大量应用实例和丰富数据资料。上述专著可供水力发电、抽水蓄能、供水系统、输油管线、冷却水以及工业管网系统等领域的工程师或研究人员参考,亦可作为高年级本科生或研究生教材之用。

然而当今世界科技发展之迅猛,流体输送应用行业之广泛,输送流体管网系统之复杂,必然给流体瞬变流的研究和应用带来冲击、带来发展。但近二十年来,未见一本教材或专著系统地讲授流体瞬变流领域新的研究方向和新的进展,更新其内容。为此,笔者自告奋勇地尝试编著《实用流体瞬变流》一书,以满足相关专业的研究生课程学习和工程师进修的需要。

本书是在武汉大学水利水电学院讲授了20年的《流体瞬变流》讲义基础上改编、充实形成的。除了系统地阐述流体瞬变流基本理论和基本方法、夯实其力学和数学基础外,还十分注重站在应用基础层面上,讲解管网系统恒定流——有限单元法,管网系统非恒定流时域分析——广义特征线法等新的进展;讲解瞬变流控制、闭环系统稳定性、瞬变流多维模拟等新的研究方向。在此由衷地感谢我的历届研究生,你们辛勤的努力和丰富的成果为本书的撰写提供大量的珍贵的素材,也让我们共同参与并见证了我国管网系统流体瞬变流领域的发展进程。

本书分为12章:第1~5章侧重点是管网系统流体瞬变流的基本理论和基本方法,分别讲述流体瞬变流基本概念和基本方程、管网系统恒定流分析——有限单元法、非恒定流时域分析——广义特征线法、动力装置瞬态分析——广义能量守恒、振荡流频域分析——阻抗与状态矩阵法;第6~9章侧重点是较特殊、较复杂管网系统流体瞬变流的部分工程应用(主要受笔者研究领域的局限),分别讲述气体瞬变流、液柱分离及含气型气液两相瞬变流、明满混合瞬变流、内流管道系统的流固耦合;第10~12章侧重点是讲解瞬变流控制、闭环系统稳定性、瞬变流多维模拟等专题和新的研究方向(同样受笔者研究领域的局限)。

力求便于读者的阅读和参考。

对本书中可能存在的笔误、缺陷和问题,敬请读者们指正。

杨建东

2017-12-21

于武汉大学水利水电学院

目 录

第 1 章 流体瞬变流的基本概念和基本方程	1
1.1 流体瞬变流的基本概念	1
1.2 管道瞬变流的基本方程	2
1.2.1 动量方程	3
1.2.2 连续性方程	4
1.2.3 波速公式	5
1.3 明渠瞬变流的基本方程	7
1.3.1 动量方程	7
1.3.2 连续性方程	8
1.3.3 有侧向入流的明渠瞬变流基本方程	8
1.3.4 二维的明渠瞬变流基本方程	8
1.4 流体瞬变流的研究方法	9
1.4.1 标准双曲型偏微分方程的解析法	9
1.4.2 标准的非齐次双曲型偏微分方程的解析法	10
1.4.3 数值计算方法	10
1.4.4 模型试验和原型观测	11
1.5 流体瞬变流的主要应用领域	11
1.5.1 流体输送	11
1.5.2 能源工业	15
1.5.3 运载工业	17
1.5.4 自激振荡、射流、检测技术的应用	19
1.5.5 心血管系统	20
参考文献	22
第 2 章 管网系统恒定流分析——有限单元法	23
2.1 管网系统基本特征与恒定流基本方程	23
2.1.1 管网系统基本特征	23
2.1.2 恒定流动量方程	25
2.1.3 管网系统恒定流计算方法	26
2.2 单元线性化方程	27
2.2.1 管道的单元方程	27
2.2.2 渠道的单元方程	27
2.2.3 边界节点的点单元方程	29
2.2.4 内节点的点单元方程	30

2.3 总体方程及求解	30
2.3.1 总体方程的矩阵表达式	30
2.3.2 求解的步骤与方法	32
2.3.3 实例验证	32
2.4 管网系统拓扑结构——基于图形系统的自动编码	35
2.4.1 图形建模	35
2.4.2 自动编码	35
2.4.3 动态编号方法	36
2.4.4 子管线组合自动寻线方法	37
2.4.5 工程实例	37
参考文献	39
第3章 非恒定流时域分析——广义特征线法	40
3.1 显式有限差分法——特征线方程	40
3.1.1 有压管道的特征线方程及求解	40
3.1.2 明渠的特征线方程及求解	45
3.2 基本边界条件	47
3.2.1 边界节点	47
3.2.2 内部节点	49
3.3 隐式有限差分方程——Preissmann 差分格式	53
3.3.1 管道非恒定流隐式差分方程	53
3.3.2 明渠非恒定流的隐格式差分方程	55
3.3.3 求解隐式差分方程(包括管道和明渠非恒定流)的追赶法	56
3.4 显式与隐式有限差分法联合求解——广义特征线法	57
3.4.1 基本解法	57
3.4.2 迭代解法	59
3.4.3 管网的分层求解法	61
3.4.4 广义特征线法的运用	62
参考文献	64
第4章 动力装置瞬态分析——广义能量守恒	65
4.1 泵及输送系统的瞬态分析	65
4.1.1 泵的分类	65
4.1.2 叶片泵的能量特性及相似律	65
4.1.3 泵及泵组合的数学模型	73
4.1.4 泵启动、断电等引起的瞬变过程	77
4.2 水轮机及系统瞬态分析	80
4.2.1 单位参数与水轮机模型综合特性曲线	80
4.2.2 稳态条件下水轮机工作参数	83
4.2.3 水轮发电机组的数学模型	86

4.2.4 水轮发电机组启动、甩负荷等引起的瞬变过程	87
4.3 空压机及系统瞬态分析	91
4.3.1 风机的分类	91
4.3.2 往复式空压机工作原理及活塞的运动规律	92
4.3.3 往复式空压机的排气量与流量脉动	95
4.3.4 空压机的排气温度、功率计算	95
4.3.5 气体输配系统的瞬变过程	96
参考文献	97
第5章 频域法——阻抗法和状态矩阵法	98
5.1 管道瞬变流基本方程线性化	98
5.2 阻抗法	100
5.2.1 管道线单元的阻抗表达式	100
5.2.2 各种点单元的水力阻抗表达式	101
5.2.3 驻波、行波和反射系数	107
5.3 矩阵法	108
5.3.1 线单元传递矩阵	109
5.3.2 节点单元传递矩阵	110
5.3.3 系统的总体传递矩阵	113
5.3.4 基于总体传递矩阵法的求解方法	121
5.4 频率响应分析	124
5.4.1 强迫振荡	125
5.4.2 共振和自由振荡	126
5.4.3 实例	126
参考文献	130
第6章 气体管道瞬变流及液体垂直波动与气体耦合的瞬变流	131
6.1 管道中气体流动的基本方程	131
6.1.1 连续性方程	131
6.1.2 动量方程	131
6.1.3 惯性因子物理意义与计算	132
6.1.4 定常流方程	132
6.2 管道中气体瞬变流的计算方法	133
6.2.1 特征线解法	133
6.2.2 隐格式差分法	134
6.3 气体管道瞬变流的数值模拟	135
6.3.1 气体在单个管道中的瞬变流	135
6.3.2 气体在管网中的流动	136
6.4 液体垂直波动与气体耦合的瞬变流	136
6.4.1 调压室-通气洞系统各边界的首边界方程	137

6.4.2 调压室-通气洞系统各边界的末边界方程	140
6.4.3 影响因素分析	141
6.5 明满流尾水洞通气系统	147
6.5.1 数学模型	148
6.5.2 尾水洞通气系统作用机理分析	151
参考文献	155
第7章 液柱分离及含气型气液两相瞬变流	156
7.1 基本概念	156
7.1.1 含气型气液两相流的基本概念	156
7.1.2 气体释放和液柱分离的物理过程	157
7.2 含气型气液两相瞬变流的数学模型及求解	160
7.2.1 三方程数学模型	160
7.2.2 特征线法原理、特征方程	161
7.2.3 含气型气液两相瞬变流波速公式的讨论	163
7.2.4 数值解	165
7.3 激波波速及激波的数学处理	167
7.3.1 激波波速的计算公式	167
7.3.2 激波的数学处理	169
7.4 气体释放的计算公式	171
7.4.1 平行来流、气泡中心作平移运动的瑞利方程	171
7.4.2 扩散方程和气体释放速率计算	171
7.5 含气型空化与液柱分离	175
7.5.1 瑞利方程的数值分析与含气型空化	175
7.5.2 含气型空化的时间量级与筛核作用	177
7.5.3 液柱分离的充分条件及数学处理	179
参考文献	184
第8章 明满混合瞬变流与明满交替流	185
8.1 基本概念	185
8.1.1 恒定流状态下的基本特征	185
8.1.2 非恒定流状态下的基本特征	187
8.2 激波拟合法	188
8.2.1 Wiggert 模型	188
8.2.2 Song-Cardie-Leng 模型	189
8.2.3 Sundquist 模型	190
8.3 虚设狭缝法	190
8.3.1 传统的虚设狭缝法	190
8.3.2 改进的虚设狭缝法——三区模型	193
8.4 基于水锤方程与浅水方程耦合的明满流模拟	195
8.4.1 控制方程和求解方法	195

8.4.2 边界条件	197
8.5 气液两相流数学模型	202
8.5.1 一维气液两相流的基本方程	202
8.5.2 基本方程的特征值——压力波和界面波	203
8.5.3 数值计算与讨论	207
8.5.4 泡状流、塞状流、分层流的方程封闭以及流态的转换	214
参考文献	217
第9章 内流管道系统的流固耦合	219
9.1 流固耦合的机理	219
9.1.1 泊松耦合	219
9.1.2 节点耦合	220
9.2 流固耦合的数学模型和分析方法	221
9.2.1 基本方程	221
9.2.2 分析方法	222
9.3 流固耦合的特征线法及边界条件	223
9.3.1 特征线方程及差分形式	223
9.3.2 边界条件	229
9.3.3 实例分析	238
9.4 流固耦合的模式分析法及边界条件	241
9.4.1 模式方程	241
9.4.2 边界条件	248
9.4.3 实例分析	253
参考文献	257
第10章 瞬变过程的控制与系统的优化设计	259
10.1 瞬变过程的目标控制	259
10.2 瞬变过程控制的理论依据与方法	260
10.2.1 减小水击压强的理论依据	260
10.2.2 降低水击波的波速	261
10.2.3 降低瞬变过程中管道流速	264
10.2.4 缩短压力管道长度	265
10.2.5 改变系统的流体流动谐振频率	265
10.3 阀门程控调节	266
10.3.1 无摩阻的阀门程控调节	267
10.3.2 限时程控调节	269
10.3.3 限压程控调节	273
10.3.4 实验验证与工程应用	275
10.4 基于进化策略的水电站水力过渡过程的优化	277
10.4.1 优化计算的数学模型	277
10.4.2 进化策略的基本原理	279

10.4.3 工程实例分析	280
参考文献	283
第 11 章 瞬变过程的反馈控制与运行的稳定性	284
11.1 瞬变过程反馈控制的基本概念	284
11.1.1 反馈控制的定义	284
11.1.2 反馈控制下流体输送系统的实例分析	285
11.1.3 反馈控制下流体输送系统瞬变过程的特点	291
11.1.4 反馈控制下流体输送系统调节品质的评价指标	292
11.2 瞬变过程反馈控制的数学模型	294
11.2.1 控制装置的数学模型	294
11.2.2 流量调节的数学模型	296
11.2.3 反馈控制下流体输送系统的整体数学模型	297
11.3 瞬变过程反馈控制的实例分析	298
11.3.1 反馈控制下流体输送系统的稳定域	298
11.3.2 反馈控制下流体输送系统的时域分析	303
参考文献	304
第 12 章 基于有限差分法与有限体积法耦合的瞬变流多维模拟	305
12.1 耦合模拟的必要性	305
12.2 一维 FDM 与一维 FVM 的耦合模型及运用	307
12.2.1 一维有压管道水锤方程 FDM 求解方法	307
12.2.2 一维有压管道水锤方程的 FVM 求解及其边界条件	308
12.2.3 一维明渠浅水方程的 FVM 求解方法及其边界条件	310
12.2.4 一维 FDM 与一维 FVM 耦合模型的工程应用	312
12.3 一维 FDM 与二维 FVM 的耦合模型及运用	314
12.3.1 二维浅水流动的控制方程及求解	314
12.3.2 一维 FDM 与二维 FVM 耦合模型的工程应用	316
12.4 一维 FDM 与三维 FVM 的耦合模型及运用	320
12.4.1 三维瞬变流数学模型与计算方法	320
12.4.2 一维 FDM 与三维 FVM 耦合模型及验证	323
12.4.3 一维 FDM 与三维 FVM 耦合模型的工程应用	325
参考文献	328

第 1 章 流体瞬变流的基本概念和基本方程

1.1 流体瞬变流的基本概念

流体是液体和气体的总称。液体可压缩性小,可采用管道输送,也可采用明渠输送;而气体可压缩性大,只能采用管道输送。流体在输送的过程中,由于输送系统的运行条件发生变化,包括正常的变化、偶然事故以及外部的干扰,引起流经各断面流体的流速、流量、压强、压力、水深等宏观物理量发生变化,从某一定常状态转换成另一一定常状态,这种随时间变化的过程称为流体瞬变流^[1,2],也常称为非恒定流。

定常流或恒定流是相对于流体瞬变流而言的,即流经各断面流体的流速、流量、压强、压力、水深等宏观物理量不随时间变化。两者的差别在于时间偏导数是否为零,即 $\frac{\partial}{\partial t}=0$ 或 $\frac{\partial}{\partial t}\neq 0$ 。但严格地讲,恒定流上述物理量的瞬时值仍随时间呈现随机性变化,但任何时段平均值却不随时间变化。该现象反映了流体流动过程中紊动的内在本质。由此可见,恒定流是流体瞬变流的基础,也是流体瞬变流的特例。

恒定流通常按其流动的特点划分为均匀流和非均匀流^[3]。断面流速的平均值不随空间位置变化的流动称为均匀流,其流线为相互平行的直线;而断面流速的平均值随空间位置变化的流动称为非均匀流,与均匀流的差别在于当地偏导数是否为零,即 $\frac{\partial}{\partial x}=0$ 或 $\frac{\partial}{\partial x}\neq 0$ 。非均匀流可进一步划分为渐变流和急变流。流线之间夹角很小、流线的曲率半径很大的流动称为渐变流,其特点是断面上任何点的势能相等,即势能中压能沿断面垂线呈三角形分布;流线之间夹角较大、流线的曲率半径较小的流动称为急变流,其特点是断面上任何点的势能不相等,受到离心惯性力的作用(图 1.1)。

非恒定流分为有压管道非恒定流和无压明渠非恒定流^[3]。有压管道非恒定流也称为管道瞬变流,可区分为水击现象和涌浪现象两类。水击通常指水体在管道流动中发生的瞬变流,其特点是流速随时间变化较快,使得流体的压缩性甚至管壁的弹性不可忽略,瞬变过程以弹性波的形式出现;若流速随时间变化较缓,流体和管壁的压缩性可以忽略,则瞬变过程以质量波的形式出现,于是通常将其称为涌波。如 U 型管内水柱来回振荡的现象;又如水电站调压室水位波动现象。若管道中的流体以某一固定的时间间隔来回振荡,则称为振荡流或周期流。当流体的振荡频率与管道系统固有频率一致时,将发生共振。明渠非恒定流与管道非恒定流之间最大的差别在于:前者的波动过程是重力波的传播,而后的波动是弹性波或质量波动的传播。其次,呈自由水面的明渠流动,在非恒定流过程中其断面流速仍然是断面水深的函数,相比管道的有压流动要复杂,即流速和水深两个因变量之间存在相互制约的关联。

气体瞬变流是流体瞬变流的分支之一^[1]。与液体瞬变流相比,其特点是密度小,惯性力不起主导作用,而沿管线压强变化主要受管壁摩阻和边界条件引起的体积变化的影响,其瞬变过程较为缓慢。其中,泄漏和堵塞是气体管网系统中常见的两种事故工况。利用瞬变流分析即可以确定管网系统是否发生堵塞或泄漏现象,以及确定堵塞或泄漏的具体位置。

瞬变气液两相流也是流体瞬变流的重要分支。当液体中含有少量的气体并足以影响瞬变过程的波速和断面压强小时,则称为均匀气液两相瞬变流;随着气体含量增大,在垂直管道中将形成泡状流、段塞流、团状流、环状流,在水平管道中形成泡状流、段塞流、分层流、环状流等不同的流态(图 1.2)^[4]。其瞬变过程更为复杂,三维流动现象更为明显。因此,有必要发展三维瞬变流分析的理论与方法。

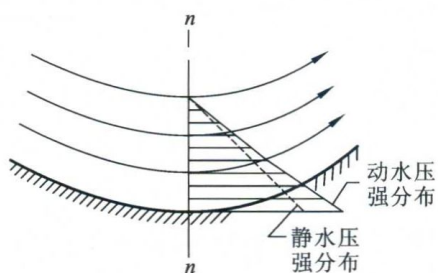


图 1.1 急变流动水压强分布示意图

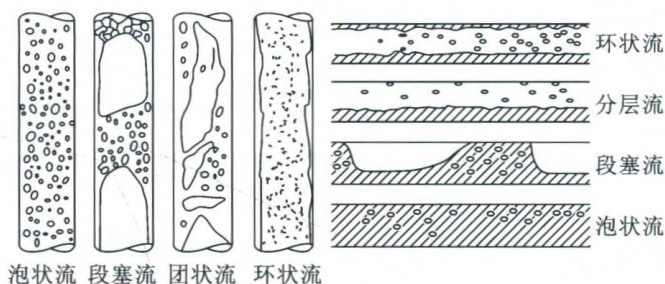


图 1.2 气液两相流流态示意图

在管道系统采用刚性支撑、无大变形条件下,瞬变过程中流体和管壁的相互作用可以忽略,即可按传统的非恒定流理论进行分析。但在管道系统采用柔性支撑、有大变形条件下,瞬变过程中流体和管道系统的相互作用必须考虑,于是形成了流体瞬变流的重要分支,即瞬变过程中的流体固体耦合问题。

流体瞬变过程是由输送系统的运行条件变化而产生的,因此各种边界条件,尤其是动力转换设备运行条件将是流体瞬变流研究的重要内容。泵和压缩机是流体输送系统中最常见的动力输送设备,其动力转换特性对输送系统瞬变过程及安全运行有着重要的影响。同样,作为水力发电输水系统中动力转换设备——水轮机,对水电站安全运行起着重要的作用。另外,输送系统中闸阀的启闭,过流面积的调节,各种平压设施、蓄容装置的投入,均对输送系统瞬变过程产生重要的作用。

针对设定目标进行调节的输送系统,从控制理论角度来看,称其为闭环系统。有调节、有反馈,就必然存在稳定性的问题。所以,输送系统稳定运行也是流体瞬变流关注的重要课题。

1.2 管道瞬变流的基本方程

管道瞬变流遵循流体力学的三个基本定律,即质量守恒、动量守恒和能量守恒定律,以及相关的本构关系(状态方程)。在不考虑热交换的前提下,可采用动量方程和连续性方程进行描述。

1.2.1 动量方程

动量方程,即牛顿第二定律,是矢量方程,可在空间三维坐标系内分解。但对流体输送系统而言,管道系统轴线长度通常远远大于径向尺寸。故在此给出两点重要的假定:①一维流,以轴线长度方向为 x 坐标,垂直于该坐标任何分量均为零;②渐变流,断面的平均压强用断面中心的压强代替。若应用于急变流局部管段,必要时应对流速水头进行修正。

图 1.3 所示为截面面积为 A 、厚度为 dx 圆台形的流体脱离体,面积 A 是 x 的函数, x 是从任意起点开始的沿管道轴线的坐标距离。管道与水平线呈 α 夹角,当高度沿 x 正方向增加时 α 为正。

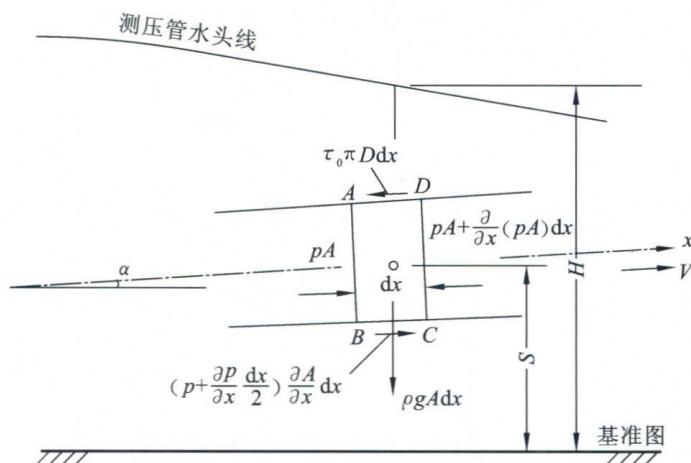


图 1.3 管中微分段流体受力分析示意图

施加于脱离体的作用力,可分为表面力、重力和惯性力。表面力又可分为压力和摩擦力。这些力平行 x 坐标轴的分量,共同构成了一维动量方程,即

$$pA - \left[pA + \frac{\partial(pA)}{\partial x} dx \right] + \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \frac{\partial A}{\partial x} dx - \tau_0 \pi D dx - \rho g A dx \sin \alpha = \rho A dx \frac{dV}{dt}$$

式中: p 为断面压强; τ_0 为切应力; D 为断面内径; ρ 为流体密度; g 为重力加速度; V 为断面流速。该式两边除以 dx ,并忽略二阶微量,整理可得

$$\frac{\partial p}{\partial x} A + \tau_0 \pi D + \rho g A \sin \alpha + \rho A \frac{dV}{dt} = 0 \quad (1.1)$$

对大多数实际应用而言,瞬变流计算中可以将恒定流的切应力代替非恒定流的切应力,其误差是有限的^[5]。因此,根据达西-魏斯巴赫(Darcy-Weisbach)公式可知

$$\tau_0 = \frac{\rho f V |V|}{8} \quad (1.2)$$

式中: f 为摩擦系数;绝对值符号是为了保证切应力方向始终与流速方向相反,以起到消耗动量的作用。

在瞬变过程中,任意截面的流速是时间 t 和位置 x 的函数,其微分表达式为

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (1.3)$$

将式(1.2)和式(1.3)代入式(1.1),方程两边除以 ρA 得

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \sin \alpha + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (1.4)$$

在输送液体的实际工程中,常用测压管水头 H 代替 p , $p = \rho g(H - Z)$, 其中, Z 为断面中心线的高程。在此假定 ρ 与 H 和 Z 相比,基本不变。于是 $\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \sin \alpha \right)$, 代入式(1.4)得出

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (1.5)$$

若 $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$, 积分可得管道恒定流条件下的伯努利方程, 即

$$\left(H + \frac{V^2}{2g} \right)_1 = \left(H + \frac{V^2}{2g} \right)_2 + \frac{\Delta x f \bar{V} |\bar{V}|}{2gD} = 0 \quad (1.6)$$

式中: $\Delta x = x_2 - x_1$ 。

若 $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$ 且 $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$, 式(1.6)改写为

$$\Delta H = - \frac{\Delta x f \bar{V} |\bar{V}|}{2gD} = 0 \quad (1.7)$$

式(1.7)就是达西-魏斯巴赫(Darcy-Weisbach)公式, 其中, $\Delta H = H_2 - H_1$ 。

1.2.2 连续性方程

如图 1.4 所示, 在非棱柱体管道中取长为 δl 水流微段, 密度为 ρ , 质量为 m , 横截面面积等于管道的横截面面积 A 。则有 $m = \rho A \delta l$ 。

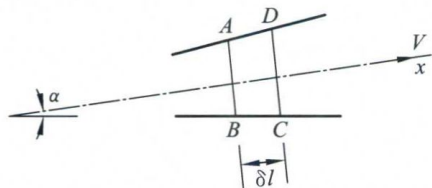


图 1.4 管中微分段流体连续性分析示意图

根据质量守恒定律 $\frac{dm}{dt} = 0$, 得

$$\frac{d\rho}{\rho dt} + \frac{dA}{A dt} + \frac{d(\delta l)}{\delta l dt} = 0 \quad (1.8)$$

由于液体的压缩性满足线弹性的本构关系:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{K} \quad (1.9)$$

式中: K 是液体的体积弹性模量。

在瞬变流过程中, 非棱柱体管道横截面面积 A 与所在的位置 x 和所受的压强 p 有关, 即 $A = f(x, p)$, 则

$$\frac{dA}{dt} = \left(\frac{\partial A}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial A}{\partial p} \frac{dp}{dt} \right) \quad (1.10)$$

而

$$\frac{1}{\delta l} \frac{d\delta l}{dt} = \frac{1}{\delta l} \frac{\delta \delta l}{dt} = \frac{\delta V}{\delta l} = \frac{\partial V}{\partial x} \quad (1.11)$$

将式(1.9)~式(1.11)代入式(1.8), 整理可得

$$\frac{1}{K} \frac{dp}{dt} + \frac{1}{A} \left(V \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial p} \frac{dp}{dt} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (1.12)$$

令波速为

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho \left(1 + \frac{K}{A} \frac{\partial A}{\partial p} \right)}} \quad (1.13)$$

将式(1.13)代入式(1.12),整理可得

$$\frac{1}{\rho a^2} \frac{dp}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} V = 0 \quad (1.14)$$

同样以测压管水头 H 代替 p , 则有

$$V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial A}{\partial x} V - V \sin \alpha = 0 \quad (1.15)$$

式(1.15)是非棱柱体管道中水流的连续方程。若令 $\frac{\partial A}{\partial x} = 0$, 即为棱柱体管道中的水流连续性方程。

1.2.3 波速公式

在波速公式(1.13)中^[6], 主要的问题是如何求解 $\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial p} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dp}$ 。

1. 薄壁弹性圆管

圆管断面面积 $A = \frac{\pi}{4} D^2$, 其中, D 是圆管内径。 $\frac{dA}{A} = 2 \frac{d(\pi D)}{\pi D} = 2 d\epsilon$; ϵ 是管壁的环向应变。而产生环向应变的原因如下。

1) 环向应力 σ_2 产生的环向应变分量 ϵ_2

如图 1.5 所示, 作用于管壁的拉力 $T_f = \frac{pD}{2}$,

由于薄壁管道, 截面拉应力可视为均匀分布,

$\sigma_2 = \frac{T}{e} = \frac{Dp}{2e}$ 。根据胡克定律: $\epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{Dp}{2eE}$ 。

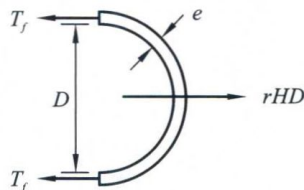


图 1.5 薄壁弹性圆管受力分析示意图

2) 由轴向应力 σ_1 产生的环向应变分量 ϵ'

与轴向应力对应的轴向应变 $\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}$; 根据泊松(Poisson)定律: $\epsilon' = -\mu \epsilon_1 = -\mu \frac{\sigma_1}{E}$ 。

总的环向应变 $\epsilon = \epsilon_2 + \epsilon' = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu \sigma_1) = \frac{1}{E} \left(\frac{Dp}{2e} - \mu \sigma_1 \right)$, 所以

$$d\epsilon = \frac{1}{2E} \left(\frac{D}{e} - 2\mu \frac{d\sigma_1}{dp} \right) dp \quad (1.16)$$

轴向应力 σ_1 依管道的支承方式不同有不同的表达式。

(1) 上端固定, 但管道能沿纵向运动:

$$d\sigma_1 = \frac{A dp}{\pi D e}, \quad d\epsilon = \frac{1}{2E} \left(\frac{D}{e} - 2\mu \frac{A}{\pi D e} \right) dp = \frac{D}{2E e} \left(1 - \frac{\mu}{2} \right) dp, \quad \frac{1}{A} \frac{dA}{dp} = \frac{D}{E e} \left(1 - \frac{\mu}{2} \right)$$

(2) 两端固定,管道没有纵向变形:

$$\varepsilon_1 = 0, \quad \sigma_1 = \mu \sigma_2, \quad d\sigma_1 = \mu \frac{D}{2e} dp$$

$$d\varepsilon = \frac{1}{2E} \left(\frac{D}{e} - \mu^2 \frac{D}{e} \right) dp, \quad \frac{1}{A} \frac{dA}{dp} = \frac{D}{Ee} (1 - \mu^2)$$

(3) 管道装有伸缩节,完全可以自由运动:

$$\sigma_1 = 0, \quad \frac{1}{A} \frac{dA}{dp} = \frac{D}{Ee}$$

综合以上各点,得出薄壁弹性圆管的波速公式,即

$$a = \sqrt{\frac{K/\rho}{1 + \frac{KD}{Ee} C_1}} \quad (1.17)$$

式中 C_1 分三种情况:上端固定, $C_1 = 1 - \frac{\mu}{2}$; 两端固定, $C_1 = 1 - \mu^2$; 自由运动, $C_1 = 1$ 。

2. 厚壁弹性圆管

管壁较厚时,应力不再均匀分布。为此,可以按厚壁圆筒的应力理论计算。运用胡克定律和泊松(Poisson)定律,可以得出与式(1.16)形式相同的波速表达式,只是与支承方式有关的系数 C_1 不同。

上端固定:

$$C_1 = \frac{2e}{D} (1 + \mu) + \frac{D}{D+e} \left(1 - \frac{\mu}{2} \right)$$

两端固定:

$$C_1 = \frac{2e}{D} (1 + \mu) + \frac{D}{D+e} (1 - \mu^2)$$

自由运动:

$$C_1 = \frac{2e}{D} (1 + \mu) + \frac{D}{D+e}$$

从中可以看出,当 D 远大于 e 时,厚壁弹性圆管系数 C_1 的表达式就与薄壁弹性圆管的完全一致。通常认为 $D/e < 25$ 为厚壁圆管。

3. 圆形隧洞

圆形隧洞可视为厚度极大的厚壁圆管,所以厚壁圆管系数 C_1 表达式中第二项可以忽略不计,故

$$a = \sqrt{\frac{K/\rho}{1 + \frac{2K}{E_R} (1 + \mu)}} \quad (1.18)$$

式中: E_R 是隧洞建筑材料的弹性模量。

有关参考书上还介绍了有衬砌的圆形隧洞、钢筋混凝土管、塑料管和矩形管。要精确计算管道波速并不容易。若水击现象属于末相水击,波速的大小对水击极值的影响不大。