



新世纪高等学校教材·数学教育主干课程系列教材

数学教育心理学

(第3版)

曹才翰 章建跃◎著

北京师范大学数学科学学院◎主编

SHUXUE JIAOYU
XINLIXUE



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社



新世纪高等学校教材·数学教育主干课程系列教材

数学教育心理学

(第3版)

曹才翰 章建跃 ○ 著

北京师范大学数学科学学院 ○ 主编

SHUXUE JIAOYU
XINLIXI



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学教育心理学 / 曹才翰, 章建跃著. — 3 版. — 北京: 北京师范大学出版社, 2018.10

(新世纪高等学校教材, 数学教育主干课程系列教材)

ISBN 978-7-303-12841-9

I. ①数… II. ①曹… ②章… III. ①中学数学课—学科心理学—高等学校—教材 IV. ①G447 ②G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 050147 号

营销中心电话	010-62978190 62979006
北师大出版社科技与经管分社	www.jswsbook.com
电子邮箱	jswsbook@163.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com

北京市海淀区新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印刷: 保定市中国美凯印刷有限公司

经销: 全国新华书店

开本: 730 mm × 980 mm 1/16

印张: 20

字数: 355 千字

版印次: 2018 年 10 月第 3 版第 7 次印刷

定价: 39.80 元

策划编辑: 岳昌庆

责任编辑: 岳昌庆 周志杰

美术编辑: 刘超

装帧设计: 刘超

责任校对: 李茵

责任印制: 赵非非

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-62978190

北京读者服务部电话: 010-62979006-8021

外埠邮购电话: 010-62978190

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-62979006-8006

内容提要

本书在介绍当代认知心理学的若干最新进展的基础上，从认知心理学的基本理论出发，以中学生数学学习过程为基本线索，从对学生数学学习心理的分析入手，论述了数学概念、数学原理、数学思想方法和数学技能等的学习与教学，讨论了数学学习中的自我监控能力培养、数学学习的迁移等，最后将理论与数学教学实践相结合，阐述了数学课堂教学设计的理论与实践。本书保持了前两版的风格，力求从认知心理学的角度分析数学教育中的一些基本问题，并最终落实在数学课堂教学改革上。在写作指导思想上，努力实践“不走极端而到达光辉顶点”，力求做到理论分析透彻，使读者对数学学习的心理机制有比较全面的认识；实践上强调可操作性，给读者提供分析学生数学学习心理机制、科学地进行数学课堂教学设计的示范。本次修订主要反映了在数学课堂教学设计研究上的一些成果。

本书可作为数学教育专业的硕士研究生、数学教育专业硕士学位研究生、广大数学教育研究工作者的参考用书，并可作为中学数学教师的继续教育用书。

数学教育心理学是一门正在发展中的学科，其中的许多问题都有待研究和探索。由于我们学习不够、研究不深，本书中的不足和错误在所难免，恳望得到读者的批评指正。

北京师范大学数学科学学院简介

北京师范大学数学系成立于1922年，其前身为1915年创建的北京高等师范学校数理部，1983年成立数学与数学教育研究所，2004年成立数学科学学院。学院现有教师84人，其中教授36人，副教授28人；有博士学位的教师占96%。特别地，有中国科学院院士2人，第三世界科学院院士1人，国家千人计划入选者2人，全国高校教学名师奖1人，教育部长江学者奖励计划特聘教授4人和讲座教授1人，国家杰出青年基金获得者4人，入选新世纪百千万人才工程国家级人选2人。现有全日制在校生1168人，其中本科生770人，硕士研究生320人，博士研究生78人。

数学科学学院1981年获基础数学、概率论与数理统计学博士学位授予权，1986年获应用数学博士学位授予权。1988年，基础数学、概率论与数理统计被评为国家级重点学科。1990年建立了北京师范大学第一个博士后流动站。1996年，数学学科成为国家“211工程”重点建设的学科。1997年成为国家基础科学人才培养基金基地。1998年获数学一级学科博士学位授予权。2001年概率论方向被评为国家自然科学基金创新群体。2005年进入“985工程”科技创新基础建设平台。2007年数学被评为一级学科国家重点学科。2008年数学与应用数学专业师范教育方向获第一批高等学校特色专业建设点。2009年教育部数学与复杂系统重点实验室挂牌，分析类课程教学团队被评为国家级优秀教学团队，调和分析与流形的几何方向被评为教育部创新团队。2011年获统计学一级学科博士学位授予权。2012年在高校第3轮数学一级学科评估中排名第5。学院还有8个硕士点、9个教研室和《数学通报》杂志编辑部。（李仲来执笔）

2014-03-04

第3版前言

1915年北京高等师范学校成立数理部,1922年成立数学系。2004年成立北京师范大学数学科学学院。经过百年的风风雨雨,数学科学学院在学科建设、人才培养和教学实践中积累了丰富的经验。将这些经验落实并贯彻到教材编著中去是大有益处的。

培养人才和编写教材是北京师范大学数学科学学院两项非常重要的工作。教材的编写是学院的基本建设之一。学院要抓好教材建设;教师要研究教学方法。在教材方面,学院推出一批自己的高水平教材,做到各科都有,约60部。

写教材要慢一点,质量要好一点,教材修订连续化,教材出版系列化,是编写教材要注意的几项基本原则。学院希望教材要不断地继续修改和完善,对已经出版两版的教材,我们准备继续再版。经由北京师范大学数学科学学院李仲来教授和北京师范大学出版社理科编辑部岳昌庆副编审进行协商,由北京师范大学数学科学学院主编(李仲来教授负责),准备对北京师范大学数学科学学院教师目前使用的第2版数学教材进行修订后出版第3版。

教材的建设是长期的、艰苦的任务,每一位教师在教学中要自主地开发教学资源,创造性地编写和使用教材。学院建议:在安排教学时,应考虑同一教师在3~5年里能够稳定地上同一门课,并参与到教材的编写或修订工作中去。在学院从事教学的大多数教师,应该在一生的教学生涯中至少以自己为主,编写或修订一种教材作为己任,并注意适时地修订或更新教材。我们还希望使用这些教材的校内外专家学者和广大读者,提出宝贵的修改意见,使其不断改进和完善。

本套教材可供高等院校本科生、教育学院和网络大学数学系、函授(数学专业)和在职中学教师等使用和参考。(李仲来执笔)

北京师范大学数学科学学院
2014-03-04

第3版编者的话

本书第2版于2006年出版。八年来,我收到了大量读者反馈,对本书给予充分肯定的同时,提出了许多宝贵的改进建议。更让我感动的是,有些中小学数学教师组成的读书班、数学教育沙龙,把本书列为“五星级必读书目”,交流本书的读后感,有的老师给我发来了十几万字的“读书心得”。感动之余,更觉得自己肩上担负的责任重大。

因为第2版对第1版作了较大幅度的修订,而且读者的反响较好,所以本次修订,在整体框架和主体内容上没有做大的变动。

主要的修订内容是:

第一,去掉“绪论”,将有关内容合并到第一章。

第二,改写第一章,增加了“数学教育心理学的研究方法”一节。

第三,按照数学课堂教学设计的要求,针对其中的几个主要问题,详细修改第九章,将第2版中的“数学教育改革中的几个问题”和“数学教学要适应学生的认知发展水平”两节改为“数学教学目标”一节,在“数学课堂教学设计的理论研究”中充实了我们近几年在“中学数学核心概念、思想方法结构体系及教学设计研究与实践”课题研究中取得的成果,从“概念”“规则”和“单元整体设计(含问题解决)”三个角度替换了“数学课堂教学设计的实践研究”中的所有案例,使之更有代表性。

第四,增补了每一章的“思考题”。

第五,对每一章的文字表述进行了仔细推敲。

本次修订本来打算对第五章中的“数学问题解决”加强讨论,增补数学学习动机、数学教师心理等方面的内容,但终因能力有限,未能如愿。

因为篇幅所限,删去了第1,2版编者的话。

衷心希望广大读者能继续关心本书,提出改进的意见和建议,让我们一起为我国的数学教育心理学学科建设和数学教育的发展作出贡献。

我的邮箱地址是:zhangjy@pep.com.cn。

章建跃

2013年9月15日

第2版序

林崇德

曹才翰、章建跃两位教授于1999年在北京师范大学出版社出版了《数学教育心理学》。七年来，这部著作深受我国数学教育专家和广大数学教育工作者的厚爱，多所大学的数学系将它列为数学教育专业研究生教学和本科生数学教育课程的教材。

随着心理科学和教育科学的发展，数学教育心理学的理论、观点和方法不断地更新，因此修订《数学教育心理学》是十分必要的，然而，不幸的是我国著名的数学教育家曹才翰先生已逝世六年。为了继承导师的遗志，完成导师未竟的事业，章建跃教授毅然决然地挑起了修订《数学教育心理学》的重任。在保持导师基本观点的基础上，章建跃教授对《数学教育心理学》作了认真的修订。其修订资料之新、修订内容之多、修订工作之艰巨只有他自己知道。修订本《数学教育心理学》马上就要问世了，但章建跃教授对导师的逝世并未做声张，而且仍然把导师曹才翰先生的名字恭恭敬敬地摆在自己名字的前面，在章建跃教授的内心曹才翰先生永远健在！这说明章建跃教授对恩师无比的敬爱和尊重。我们平时不是经常谈师德吗？在一定意义上，尊重老师、继承和发展老师的学术思想是真正的师德。因此，修订版《数学教育心理学》的出版，体现了章建跃教授的德——当学生之德、当学者之德、当老师之德。

新修订的《数学教育心理学》最大特点在于创新，突出的表现在较大幅度修改了全书，新增了第五、七、八章，评价了教学界所推崇的诸如建构主义这一类观点，从而使全书面貌焕然一新。例如，章建跃教授从多个角度讨论了数学知识的分类问题，并提出只有建立起综合的、融合的数学知识观，才能在数学教学中对学生提出全面数学学习要求的观点，强调了掌握数学知识在人的发展中的

基础地位和重要性,这对当前的数学教学改革具有重要的指导意义;他从数学概念、数学原理、数学思想方法和数学技能等多个方面论述了数学知识的学习,具有很强的系统性,并从心理学角度对概念形成的过程、数学原理的学习过程、数学思想方法的性质及其教学等进行了探讨,分析了概念学习的影响因素,总结了概念教学的有效策略,提出了数学原理和数学思想方法的教学策略。又如,通过验证性因素分析的方法,章建跃教授提出了计划、检验、调节、管理和评价等五方面的数学学科自我监控能力的结构,并论述了数学自我监控能力在学生数学能力结构中的地位和作用,同时还分析了数学学科自我监控能力的发展趋势,在此基础上进一步提出了培养学生数学自我监控能力关键和具体的教学措施,每一条教学措施都以具体的数学问题为例,易于理解,具有很强的操作性。因此,我们从中可以看到新修订的《数学教育心理学》的创新意识和创新特点。

新修订的《数学教育心理学》的出版展示了“好人”写“好书”的事实,因此我诚恳地向心理学界和数学教育界,乃至广大的中学数学教师推荐这一本好书,并希望读者和章建跃教授一起进一步讨论数学教育心理学的性质和任务、数学文化的内涵和外延、学生数学能力的发展与培养等问题。

是为序。

2006年4月20日于北京师范大学

目 录

第 1 章 数学教育心理学概述 /1

- § 1.1 数学教育心理学的性质、对象和作用 2
- § 1.2 数学教育心理学的研究方法 ... 16
- § 1.3 数学学习的分类 28
- 思考题 35

第 2 章 数学教育中的几个理论问题 /36

- § 2.1 数学素质的基本内涵 36
- § 2.2 启发式数学教学 47
- § 2.3 建构主义学习理论及其对数学教育的影响 70
- § 2.4 创造力研究与数学教学 86
- 思考题 100

第 3 章 数学知识的性质、分类和数学概念的学习 /101

- § 3.1 知识与数学知识 101
- § 3.2 数学概念学习概述 107
- § 3.3 数学概念的获得 112
- § 3.4 影响概念学习的因素 120
- § 3.5 数学概念的教学 129

思考题	135
第4章 数学原理的学与教 /136	
§ 4.1 从信息加工论看数学学习的基本过程	136
§ 4.2 运算性学习与数学原理的获得机制	152
§ 4.3 数学原理的教学策略	173
思考题	182
第5章 数学思想方法的学习与数学问题解决 /183	
§ 5.1 从认知心理学看数学思想方法	183
§ 5.2 对数学思想方法的认识	192
§ 5.3 数学思想方法的教学	201
思考题	212
第6章 数学技能的训练与掌握 /213	
§ 6.1 数学技能及其作用	213
§ 6.2 数学技能的形成	222
§ 6.3 陈述性知识与程序性知识关系的再思考	227
思考题	230
第7章 数学学习中的自我监控 /231	
§ 7.1 数学学科自我监控能力结构	231
§ 7.2 数学学习中自我监控能力的发展	233
§ 7.3 数学学习自我监控能力的培养	240
思考题	247
第8章 数学学习的迁移 /248	
§ 8.1 数学学习迁移概述	248
§ 8.2 数学学习迁移的机制	251
§ 8.3 影响数学学习迁移的条件	259
思考题	265

第9章 数学课堂教学设计 /266

§ 9.1 数学教学目标	266
§ 9.2 数学课堂教学设计的理论研究	273
§ 9.3 数学课堂教学设计的实践研究	284
思考题	305

参考文献 /306

第1章 数学教育心理学概述

教师职业具有专业性,教师的专业能力直接关系到学生的学习能力、实践能力和创新能力的形成。

数学教师专业化发展的基石是理解数学、理解学生、理解教学。

“要给学生一杯水,自己须有一桶水”,因此,当好数学教师的前提是自己先学好数学,这样才能较好地驾驭中学数学教材,对中学数学知识的来龙去脉心中有数,对知识的地位和作用把握准确,对中学数学知识中的数学思想、数学方法运用自如。

数学教学的目的是为了有效地促进学生学好数学、提高思维(特别是逻辑思维)能力、培育理性精神,进而为他们的终身发展奠定基础,数学学习归根到底是学生自己的事情,因此数学教师必须懂得学生的心理发展规律、学习规律。教师的专业能力首先体现在理解学生、把握学生的特点和需求上,这也是数学教师和职业数学家的最大区别所在。

数学课堂有其自身内在的规律性,数学教师的能力还体现在教育教学的方法等实践环节上。当代数学教师要在理解数学、理解学生的基础上,有效驾驭课堂,发挥教学智慧、采取适切的教学方法来激发学生的数学学习兴趣,指导学生的学习,确保学生的学习效果。

另外,数学教师必须热爱教学工作,具有良好的敬业精神,有强烈的责任心,唯有这样,才能将中学数学教学工作当成一项事业,自觉地钻研其中的规律,努力使自己成为“学者型”数学教师。

“教学”包含了教师“教”和学生“学”的双边活动,是“学”与“教”的相互作用过程。当前,自觉、主动地理解和把握学生的数学学习心理,进而研究和把握“教”与“学”相互作用的基本规律,已经成为衡量数学教师专业化水准的基本标准。数学教育心理学是一门用科学的研究方法揭示数学学科的教与学相互作用过程中基本规律的科学,因此是数学教师专业化成长的主要必修课程。学习和研究数学教育心理学是数学教师专业化的必由之路。

数学教育心理学是一门实践性很强的理论学科,是在教育心理学发展和完善的基础上,结合数学学科及其教学的特点而发展起来的一门边缘学科。数学教育心理学自它诞生以来,在国际数学教育教学改革中发挥了独特的基础作用。本章主要介绍数学教育心理学的研究对象和研究方法。

§ 1.1 数学教育心理学的性质、对象和作用

一、数学教育心理学的性质

任何一门学科都有自己的问题系列、理论体系、研究方法和研究技术。数学教育心理学是研究学校数学教学中学与教的基本心理规律的学科, 隶属应用心理学范畴, 是心理学、教育学与数学教育的交叉学科。这里需要注意两点: 第一, 因为数学教学中包含师生的双边活动, 不仅有学生的学, 也有教师的教, 因此数学教育心理学既要研究学生如何有效地学数学, 又要研究教师如何有效地指导学生学数学; 第二, 这里研究的数学教与学, 是专指学校中所进行的数学教与学的活动。

另外, 对数学教育心理学的上述界定, 并不意味着它是一般教育心理学在数学教育中的应用, 而是明确了它的独特研究课题, 即学校数学课程的学的过程、教的过程和学与教的相互作用。这样, 数学教育心理学的研究者必须具有扎实的数学功底、一般心理学和教育学的专门知识, 并要对数学课堂教学有深入了解。可以说, 没有必要的数学基础、对数学思想方法理解不深者, 无法研究数学教育心理学; 同样的, 不掌握教育学、心理学的基础知识, 对数学课堂教学缺乏了解者, 也不能进行数学教育心理学研究。

二、数学教育心理学的任务

数学教育心理学的基本任务是为教师科学地理解数学学科的教和学的过程及本质提供依据, 同时, 还要为教师改进数学教和学提供方法。也就是说, 研究学生学数学的规律(如何学)和教师教数学的规律(如何教), 并根据这种规律发展提高数学教学质量和效益的方法, 是数学教育心理学的两个基本任务。

1. 关于数学学习的研究

数学教育心理学主要研究中小学生的数学学习, 因此这里的数学学习, 是指学生在教师指导下有目的、有计划、有系统地掌握数学知识、发展数学能力的活动。目前, 国际学术界的学习研究主要集中在如下 10 个方面: ①学习的定义; ②学习规律; ③学习机制; ④学习类型; ⑤学习指导; ⑥学习迁移; ⑦学习动机; ⑧学习策略; ⑨教学与学习; ⑩学习评价^[25,9]。数学教育心理学在研究数学学习方面的任务是:

(1) 揭示数学学习结果的性质。教育的终极目标是促进人的发展, 数学教

学的目标是在学习数学知识的过程中,促进学生的数学能力、理性精神等的发展。从数学学习心理的角度看,个体在数学教学中获得的发展,不仅有数学学习的作用,还有学生身心成长的作用。也就是说,只有符合学生身心发展水平的数学学习才能真正促进学生发展。所以,数学教学目标是预期的学生数学学习结果,而不能笼统地讲“发展”。

一般地说,数学学习的结果可以从不同角度考察。从涉及的范围来看,有双基、数学能力和理性精神等方面的;从程度而言,有暂时的和相对稳定的,有能保留终身的;从心理测量角度看,有潜在的、不可直接观察和测量的,有外显的、可以直接观察和测量的。数学教育心理学应从上述不同方面,研究数学学习结果的性质,从而为确定数学教学目标提供心理学依据。例如,数学概念学习中,学生都能明确无误地叙述概念的定义,如果从外显行为看,大家的学习结果是相同的。但进一步考察可以发现,有些学生只能用概念解释那些与课本例子一致的现象或问题;有些学生则不仅如此,他们还能解释各种变式情境,并能用概念揭示不同表现形式的内在一致性。因此,这两种学习结果的性质是很不相同的。前者遗忘率很高,后者能长期保持;前者是机械记忆,后者是理解记忆;前者很可能导致学生数学学习兴趣的不断衰减,后者因学习效果良好而使兴趣不断增强等。

(2)对数学学习结果进行分类。数学学习是一种极为复杂的现象。过去人们常常只能凭经验与感觉对数学学习进行一些描述,显然这样的研究是感性的、笼统的,不是理性的、规律性的认识。事实上,心理学对学习结果分类的研究也是从20世纪60年代才开始的。心理学对学习结果进行分类,目的是找到不同类型学习结果的特殊学习规律,以便为实现不同类型的教育目标提供具体指导。因此,在数学教育心理学的研究中,也应当对数学学习结果的分类进行研究,以便能根据不同的数学学习目标,为教师提供具体的、有针对性的和可操作的教学指导。我们认为,对数学学习结果进行科学分类是数学教育心理学研究水平的一种标志。

(3)阐明数学学习过程。任何结果都有其相应的产生过程。在普通教学论、学习论中,阐明了学习的一般过程。

但是这种一般描述不足以解释数学概念、原理、公式、法则等的学习过程。可以肯定,数学概念的学习过程与解决数学问题的学习过程是不一样的;即使是数学概念,也会因为其属性的不同而出现不同的学习过程。因此,数学教育心理学应在数学学习结果分类的基础上,进一步揭示不同类型学习结果所经历的不同学习过程,进而为数学教学过程的设计提供科学依据。

(4)阐明数学学习的条件。任何学习过程的发生都要依赖于适当的学习条件,包括学生自身的内部条件和外部提供的条件。数学教育心理学应揭示这些内外条件是怎样影响数学学习的过程和结果的,这样才能根据不同学习类型所需的内外条件,给教师提出科学合理的教学建议,为学生的数学学习创造合适的内外条件。

2. 关于数学教学的研究

数学教学是指学校中教师有目的、有意识、有计划地引导学生掌握数学双基、发展数学能力的实践活动。在教育心理学、心理学的研究中,人们关心的课题主要是:①教学的要素,一般指教师、学生和教学内容;②教学与认知的关系;③教学与发展的关系;④师生在教学中的地位、作用;⑤教学评估;⑥教学方法等。^[25,3]根据自己的实践和思考,对数学教学的含义,我们特别强调:

第一,教学是一种教与学的双边活动。学生是学的活动的主体;教师是教的活动的主体。

第二,教学的目的是促进学生的发展。这里的发展有三层意思,一是掌握数学双基;二是培养数学能力;三是培养理性精神,达到全面发展。

第三,教学活动中,学生学习的主观能动作用和教师的主导作用都必须得到充分体现,任何否定学生主体作用或教师主导作用的理论或做法都是错误的。例如,“学生是数学学习的主人,教师是数学学习的组织者、引导者与合作者”的提法否定了教师在教学中的主导地位,造成了课堂教学的混乱,必然被实践所抛弃。

数学教学是师生的双边活动,学生由不知到知,由知之不多到知之甚多,在掌握数学知识的过程中,数学能力得到培养,理性精神得到发展,其中教师居于主导地位。这是由于教师是“先知”,能根据学生的已有水平预见他们的学习进程,用有效的方法去教育学生。师生之间有一种特殊的互信关系,学生愿意接受老师的教诲、引导、启发,因此教师在教学中起主导作用。当然,教师的教为的是学生更好地学,目的在于指导学生认识空间形式和数量关系并发展自己,所以教师的教以学生为出发点,教师的主导作用及其发挥程度以学生的已有发展水平为基础。

数学教学过程包括明确目标、分析教材、分析学生、教学设计、实施教学、评估和反馈等步骤,这是一个有机的系统结构。

从教学行为上看,教师要完成如下任务:

- (1)激发学生的数学学习兴趣和动机;
- (2)通过问题情境等多种形式向学生提出学习任务;

- (3)引导学生针对学习任务开展数学活动(包括尝试探究、变式训练等);
- (4)对学生的数学活动进行反馈和调节;
- (5)对学生的学学习结果作出诊断和评估,必要时给予补救教学。

数学教育心理学的任务就是要从心理学角度对教师的教学行为进行研究。例如,如何激发、维持学生的数学学习兴趣和动机?怎样创设问题情境?用什么媒体向学生呈现学习材料更有效?怎样引导学生的尝试与探究活动?怎样设计训练方式才有效?如何针对不同的学习任务做出恰当的反馈?如何根据学生的外在表现,准确地推测学生的数学能力和理性精神的变化?如何指导学生根据学习材料的特点选择适当的学习方式等。在数学教育心理学中,上述有关教的种种问题,都要用实证方法进行研究。

三、数学教育心理学与相关学科的关系

1. 数学教育心理学与教育心理学

数学教育心理学与教育心理学是特殊与一般的关系。因此,数学教育心理学理论研究必须接受教育心理学的理论指导。然而,数学学习内容的特殊性决定了数学学习与教学必然有其自身内在的规律性,这种规律性是一般教育心理学理论所无法涉及的。这些规律是在数学学科的教与学的实践过程中反映出来的,具有其本身的特殊性、深刻性,是无法从一般的学与教的理论中演绎出来的。举例来说,“为迁移而教”“为概括而教”是教育心理学的著名论断,也是被广大数学教育工作者所普遍接受的。教育心理学中,有各种迁移理论:形式训练说,相同要素说,概括说,泛化理论,转化理论,学习定式理论,认知迁移理论等,这些理论从不同角度对学习的迁移问题进行了深入探讨。但当把它们用于解释数学学习中的迁移现象时,总有不尽如人意之处。例如,几乎所有的迁移理论都强调一般原理、概括程度高的知识的迁移效果,但在数学学习中,学生学会了某个公式、定理(属于一般原理,概括程度高),特别是对数学思想方法有了较好的理解,按迁移理论,应当在应用过程中出现大量的“正迁移”,但实际情况并非如此。究其原因,恐怕是数学中的特殊与一般、具体与抽象的表现形式与其他学科存在很大差别。数学理论的抽象程度确实比任何其他学科都要高,而且一个数学理论可以从数、形的不同形式得到表示(数学概念的“多元联系表示”),从而其适用范围也就广得多。这样,在解决具体问题时,数学知识、思想方法与具体问题之间的相互匹配就变得困难。对于学生而言,发现具体情境中的数学本质是非常困难的,从而常常使他们感到数学知识或思想方法难以发挥作用。事实上,正是由于数学的高度抽象性,使得数学的原理(公