

异构并行多水平法 及油藏数值模拟应用

■ 冯春生◎著

湘潭大学出版社

异构并行多水平法 及其油藏数值模拟应用

■ 冯春生◎著

湘潭大学出版社

版权所有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

异构并行多水平法及油藏数值模拟应用 / 冯春生著

-- 湘潭 : 湘潭大学出版社, 2018.8

ISBN 978-7-5687-0242-3

I . ①异… II . ①冯… III . ①油藏数值模拟—研究

IV . ①TE319

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 188232 号

异构并行多水平法及油藏数值模拟应用

YIGOU BINGXING DUOSHUIPINGFA JI YOUNG SHUZHI MONI YINGYONG

冯春生 著

责任编辑: 王亚兰

装帧设计: 何 健

出版发行: 湘潭大学出版社

社 址: 湖南省湘潭大学工程训练中心

电 话: 0731-58298960 0731-58298966 (传真)

邮 编: 411105

网 址: <http://press.xtu.edu.cn/>

印 刷: 长沙鸿和印务有限公司

经 销: 湖南省新华书店

开 本: 787 mm×1092 mm 1/16

印 张: 11

字 数: 192 千字

版 次: 2018 年 8 月第 1 版

印 次: 2018 年 8 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5687-0242-3

定 价: 32.00 元

前　言

偏微分方程组(PDEs)离散化代数系统的快速算法研究一直是科学工程计算界关注的焦点之一。大规模并行计算是提高科学与工程计算能力与效率的必由之路,代数方程组的求解效率是制约千万亿次科学计算的瓶颈。异构体系是高性能并行计算机的主要发展趋势,面向该体系的基础数值计算软件的研究还比较欠缺。随着国民经济水平的飞速发展,我国对石油天然气等能源的需求与日俱增,而目前油气田的开采效率并不高。油藏数值模拟技术是油气田高效开发的关键,也是现代油藏工程研究的热点和难点。黑油及其扩展模型,是描述油藏模拟问题的基础数学模型,是现代石油工业中应用最广泛的计算模型之一。基于多重网格法(MG)的多水平预条件迭代算法是数值求解大规模油藏问题离散系统的有效方法。虽然关于黑油及其扩展模型大规模离散化系统的快速算法及解法器的研究已取得了很大的进展,但仍存在许多值得进一步研究的问题。

本书总结了作者多年来在油藏数值模拟高效求解方面的研究工作,面向CPU-GPU异构计算机体系,针对黑油模型及一类聚合物驱模型的高效数值求解,研究基于多层(重)网格法的高效并行预条件GMRES法,并研发相应的并行解法器,主要研究成果与创新点如下:

(1) 面向CPU-GPU异构计算机体系,首先针对结构网格下泊松方程的有限差分格式,基于多色序设计了两种并行几何多层网格法GMG-V-CUDA和FMG-CUDA。数值实验表明:在一定条件下,采用GPU比采用多核CPU执行

GMG-V-CUDA 更具成本效益, GMG-V-CUDA 与 GMG-V-OpenMP 解法器相比, 具有更好的算法与并行可扩展性, FMG-CUDA 比 cuFFT 库中的泊松方程解法器更加高效。接着通过利用强连通矩阵, 以及影响因子与路径长度等要素, 设计了一种自由度代数分组算法, 并给出分组数的上界估计; 通过采用最小稀疏度因子优先原则, 设计了基于自由度分组的并行高斯-赛德尔迭代法, 以及两种相应的并行代数多层网格法 RS-AMG-MC 和 SA-AMG-MC。通过分别对泊松问题和复杂油藏问题的压力方程进行对比实验后发现, SA-AMG-MC 提高了 SA-AMG 的收敛速度, RS-AMG-MC 与 SA-AMG-MC 相比, 具有更好的算法可扩展性和并行可扩展性。

(2) 针对标准黑油模型和聚合物驱模型, 给出了向后欧拉时间离散格式、算子牛顿线性化法, 并利用上游加权有限差分离散格式得到相应的 Jacobian 线性代数系统。接着面向 CPU-GPU 异构体系为这些 Jacobian 线性代数系统设计并行多阶段预条件 GMRES 法, 其中, 主要利用油藏模型的物理与解析性质, 借助辅助空间预条件方法框架和交替块分解解耦算法, 分别为不含隐式井和含隐式井的油藏方程设计了两种多阶段预条件子 B_{MSP1} 和 B_{MSP2} 。数值实验结果表明: 与常用预条件子 ILU(0)及传统的 CPR 预条件子相比, B_{MSP1} 和 B_{MSP2} 更稳健高效。在此基础上, 针对 OpenMP 和 CUDA 并行编程环境, 利用基于强连通矩阵自由度分组技术及合理的数据结构, 分别设计了相应的并行求解算法并研制了相应的并行解法器 MSP-GMRES-OMP 和 MSP-GMRES-CUDA。数值实验结果表明: MSP-GMRES-OMP 和 MSP-GMRES-CUDA 均具有良好的算法和并行可扩展性。

(3) 利用所研制的多阶段预条件 GMRES 串并行解法器, 针对国际油藏工程师协会(SPE)提供的其中 3 个标准算例(SPE1、SPE9 和 SPE10)、源自复杂实际油田的 2 个典型实例和 1 个油田机理模型, 围绕可靠性、适应性和并行扩展性等方面进行了 6 组数值测试。数值测试结果表明: 所研制的基于多层网格法的多阶段预条件 GMRES 解法器适应于标准黑油模型和聚合物驱模型的求解; 对标准算例及高度非均质、高含水、含断层的实际复杂油田区块均具有良好的适应性和可靠性, 例如, 对于标准算例的模拟结果(油、气、水压力与饱和度等物

理量的时空分布)与实际物理现象相符,对于油田实例的模拟结果与历史生产统计数据相符,并在求解规模和运算效率上均取得了突破。特别地,在某 HP 桌面工作站上,基于 OpenMP 的并行加速比最高达到 3.2 倍、求解规模突破了千万网格单元,基于单 GPU 卡(Geforce 480)的并行加速比高达 3.6 倍。

本书第 1 章为绪论,论述国内外提高油藏采收率的现状和油藏数值模拟的重要性,黑油模型在油藏问题中的重要性及特点,求解黑油模型全隐格式的预条件 Krylov 迭代法的研究现状,以及研发基于 OpenMP 和 CUDA 并行油藏模拟器的重要性等知识。第 2 章为预备知识,给出本书涉及的常用记号、实验环境、系数矩阵存储结构、广义最小残量剩余法和辅助空间预条件子。第 3 章首先讨论岩石的物性参数、流体的物性参数、岩石和多相流体的相互作用性质及聚合物的物性参数等与油藏模拟相关的基础知识,接着讨论单相渗流模型,最后给出油藏数值模拟中最常用的标准黑油模型和聚合物驱模型。第 4 章面向 CPU-GPU 异构体系,首先研究了结构网格下求解泊松方程有限差分格式的基于多色序的并行几何多层网格法,接着研究了基于强连通矩阵自由度分组的并行代数多层网格法,进一步,研制了相应的高效并行解法器,同时给出了数值实验。第 5 章首先讨论标准黑油模型及其扩展模型(聚合物驱模型)的全隐式离散格式;接着为这种离散格式所对应的线性代数系统,构造基于多阶段预处理技术的 PGMRES 法;最后基于 CPU 下的 OpenMP 多核并行环境和 CPU-GPU 异构并行环境分别设计相应的并行算法,并研制相应的串并行解法器。第 6 章利用上述多阶段预条件 GMRES 串并行解法器,针对国际油藏工程师协会(SPE)提供的其中 3 个标准算例(SPE1、SPE9 和 SPE10)、源自复杂实际油田的 2 个典型实例和 1 个油田机理模型,围绕收敛性、可靠性、适应性和并行扩展性等方面进行 6 组数值测试。

希望本书能为从事异构体系并行迭代求解算法设计和油藏数值模拟研究工作的科学工作者及工程师提供帮助,也可为油气田开发相关专业的科研人员提供参考。

本书所涉及研究内容的选题、创意、论证和撰写过程都离不开恩师湘潭大学舒适教授的耐心指导和教诲,所有成果都凝聚着他无私奉献的心血。在研究

过程中,本书所获成果得到了美国宾州州立大学许进超教授和中科院张晨松研究员在理论和算法设计方面给予的指导,得到了中科院张林波研究员和中物院莫则尧研究员在并行计算方面给予的指导,得到了 FASP 和 JXPAMG 课题组所有成员的支持和帮助,得到了 Monix 公司模拟器研发团队和中石油 Hisim 课题组在油藏模型和实验数据方面的支持与帮助。本书在撰写过程中,得到了湘潭大学王俊仙、岳孝强、李文雅等人的支持和帮助。本书出版得到了国家科技重大专项(军口)、国家自然科学基金项目(11571293,61603322)、湖南省重点研发计划(2017SK2014)和湖南省自然科学基金(2016JJ2019)的资助。在此一并表示衷心的感谢!

由于时间仓促,且限于作者才疏学浅,书中难免存在瑕疵,衷心希望读者提出宝贵意见,以便进一步改进。

冯春生

2018 年 6 月 8 日

目 录

第 1 章 绪 论	1
第 2 章 预备知识	9
2.1 常用记号	9
2.2 实验环境	12
2.3 稀疏矩阵存储结构	13
2.4 PGMRES 法简介	16
2.5 辅助空间预条件子	19
第 3 章 油藏模拟的基础知识	20
3.1 岩石的物性参数	20
3.1.1 孔隙度	20
3.1.2 毛细管压力	20
3.1.3 渗透率	21
3.2 流体的物性参数	21
3.2.1 黏度	21
3.2.2 溶解气油比	23
3.2.3 地层体积系数	24
3.2.4 流体的 PVT 特性	25
3.2.5 多相流的物性参数	26
3.3 聚合物的物性参数	28

3.3.1 聚合物浓度、水的含盐量对聚合物溶液黏度的影响	28
3.3.2 聚合物的水溶性	28
3.3.3 聚合物的不可及孔隙	29
3.4 单相渗流模型	29
3.4.1 Darcy 定律	29
3.4.2 模型推导	30
3.4.3 不可压缩流体的数学模型	32
3.4.4 微可压缩流体的数学模型	32
3.4.5 边界条件	33
3.5 黑油模型与聚合物驱模型	34
3.5.1 标准黑油模型	34
3.5.2 聚合物驱模型	37
第 4 章 基于自由度分组的两种并行多层网格法	39
4.1 基于多色序的并行几何多层网格法	39
4.1.1 基于多色序的并行高斯-赛德尔法	40
4.1.2 一种并行几何多层网格法	41
4.1.3 几何多层网格法的算法复杂度分析	44
4.1.4 数值实验	47
4.2 基于强连通矩阵的并行代数多层网格法	56
4.2.1 基于强连通矩阵的并行高斯-赛德尔法	56
4.2.2 一种并行代数多层网格法	61
4.2.3 数值实验	63
第 5 章 黑油及扩展模型的离散格式与快速算法	68
5.1 全隐式离散格式	68
5.1.1 标准黑油模型的全隐式离散格式	68
5.1.2 聚合物驱模型的全隐式离散格式	86
5.1.3 全隐式格式的系数矩阵	89
5.2 两种多阶段预条件子	90
5.2.1 油藏方程的多阶段预条件子	91

5.2.2 含隐式井方程的多阶段预条件子	97
5.3 基于 OpenMP 的并行多阶段预条件 GMRES 法	103
5.3.1 PGMRES 法的多核并行化	103
5.3.2 多阶段预条件子的多核并行化	104
5.3.3 OpenMP 版 BoomerAMG 的一种改进	106
5.4 基于 CUDA 的并行多阶段预条件 GMRES 法	111
5.4.1 PGMRES 法的众核并行化	111
5.4.2 多阶段预条件子的众核并行化	113
第 6 章 油藏数值模拟的应用	118
6.1 SPE1 标准算例	118
6.1.1 油田参数	118
6.1.2 模拟结果	120
6.2 SPE9 标准算例	123
6.2.1 油田参数	123
6.2.2 模拟结果	126
6.3 SPE10 标准算例	127
6.3.1 油田参数	127
6.3.2 模拟结果	128
6.4 油田实例一	132
6.4.1 油田参数	132
6.4.2 模拟结果	133
6.5 油田实例二	135
6.5.1 油田参数	135
6.5.2 模拟结果	136
6.6 油田机理模型	139
6.6.1 机理测试	139
6.6.2 规模与效率测试	144
参考文献	148
插图目录	162

第1章 絮 论

据美国能源署的数据显示,目前世界油田平均采收率为35%,采用加注技术一般能把石油的采收率提高到40%~45%;通过使用仿真模拟等资产优化技术,更可把油田采收率提高到50%以上。与世界先进水平相比,中国陆上油田采收率仍然较低。目前,除大庆油田使用注水等提高采收率技术的采收率达到40%外,其他油田的采收率仍然在21%~29%的低水平上。而且在中国未开发的剩余油气储量中,低渗透和稠油储量所占比重大^[60,61],提高油藏采收率所面临的技术挑战显得尤为突出。按中国目前已探明油气储量计算,全国平均采收率每提高1个百分点,就等于增加可采储量1.8亿吨,相当于目前我国一年的原油总产量,因此,提高采收率的重要意义是不言而喻的。油气资源属于一次性开采资产,进入21世纪,全球新发现油气藏的整装程度越来越低,地质构造和流体属性也越来越复杂,同时,已发现的油气田多已进入开发后期,油气井产能快速递减,勘探生产成本增加。因此,通过油藏数值模拟技术虚拟实施各种开发设计方案,再现油气田的开采动态,是定量预测投资、评价开发方案和提高油气采收率的必然趋势,也是目前优化油气资源的资产价值最有效的工具。

黑油模型及其扩展模型,是描述油藏模拟问题的基础模型,是现代石油工业中应用最广泛的计算模型。它由多个非线性偏微分方程耦合而成。由于黑油模型及其扩展模型方程系数的强间断性、方程的非线性性、方程之间的强耦合性,及空间和时间上的多尺度性等多个因素给其数值求解带来许多困难。因此,如何高效数值求解大型油藏问题是一项极具挑战性的工作。

目前,关于黑油模型的数值求解方法已由学者做过许多研究工作,如隐式压力显式饱和度法(Implicit Pressure-Explicit Saturation,IMPES)、同步求解法(Simultaneous Solution,SS)、顺序求解法(Sequential Solution,SEQ)和全隐式方法(Fully Implicit Method,FIM)等^[118,124,42,91,59,36]。由于FIM具有稳定性强、对时间步长的约束弱,以及适合求解强非线性问题等特点,使之成为当前主流

商业油藏模拟器中常用的离散方法。然而,该方法还存在一些缺陷,如每个牛顿迭代步都要求解一个耦合 Jacobian 线性代数方程组,而这些 Jacobian 方程组的系数矩阵具有规模大、多尺度、耦合性强、高度非对称及条件数差等特点,使得传统算法难以胜任此类方程组的求解,在油藏数值模拟中,Jacobian 线性系统的求解时间约占据了整个求解时间的 80%,因此,为其设计高效算法既十分必要又是一项具有挑战性的研究工作。

Krylov 子空间迭代法是求解油藏问题 Jacobian 线性代数方程组的重要方法,它被认为是 20 世纪对科学与工程界最有影响的十大算法之一,该方法具有收敛速度快、存储量小且易于并行等优点,非常适合并行求解大型稀疏线性方程组。常用的 Krylov 子空间迭代法有:求解对称正定矩阵的共轭梯度法(CG),求解对称矩阵的最小残量法(MINRES)和求解一般非对称矩阵的广义最小残量法(GMRES)等。为了更有效地求解黑油模型的 Jacobian 线性代数方程组,通常采用预条件技术加速 Krylov 子空间迭代法。求解黑油模型问题的预条件子通常可分为两大类:纯代数型预条件子^[94,38,143,3,2]和基于物理量属性型预条件子^[9,140,141,85,86,123,1,70,68,69,48]。后者是根据压力变量和饱和度变量的不同解析性质有针对性地进行求解的算法,其中,约束压强残量(Constrained Pressure Residual,CPR)法最为流行^[140,141]。传统 CPR 法的主要思想是利用压力方程的近似椭圆性特点对整体 Jacobian 系统进行解耦,先对压力块进行预处理,再对整体 Jacobian 矩阵进行预处理。然而,对于强耦合、井射孔较多,特别是泡点附近和饱和态时的油藏问题,此解耦方式并不健壮和高效。因此,如何为复杂情形下黑油模型和聚合物驱模型的离散化线性系统设计更为高效的预条件子,是需要进一步开展的重要研究工作。

在黑油模型和聚合物驱模型的全隐式离散格式中,压力方程是其重要组成部分。压力方程是一种泊松方程,因此,如何为泊松方程设计快速算法十分必要。实际上,快速泊松求解器的设计还是数值求解许多科学工程问题的关键因素^[151]。基于泊松方程快速求解的数值方法已成功应用于许多实际问题中,如计算机断层扫描、电网分析、量子化学和油藏模拟等^[160,77,84,126,119,153,156,161]。几何多层网格法(简记 GMG)是求解泊松方程离散化系统的最有效的快速算法之一^[19,58,17,24,131]。近年来,图形处理器(简记 GPU)作为一种新的加速技术手段广泛应用于科学工程计算领域中^[16,10,11,7,76,31,43,53,12,64,65,83,50,156],有效地提高了计算性能并减少了能源损耗^[55]。与传统的串行或并行编程环境相比,

CPU-GPU 异构体系下的并行程序设计面临许多新的困难和挑战^[33,28],如在 GPUs 上实现 GMG 法时粗网格层上的计算不能充分地利用 GPU 的计算能力等。如何设计适用于 CPU-GPU 异构体系的高效并行 GMG 法是值得研究的问题^[51]。

代数多层网格法(简记 AMG)是目前国际上求解大规模复杂偏微分方程离散系统最为有效的迭代方法之一,该方法于 20 世纪 80 年代初由 Brandt A 等人提出^[20],近年来得到了极大的发展和广泛的应用^[114,115,133,134,135,136,142,21,22,150,71,120,121,98,103,122,152,23]。由于 AMG 法具有健壮性强、收敛快以及对用户友好等特点,它已成为国际数值计算商业软件中多层网格法的首选。目前,基于并行 AMG 法的解法器(软件包)已有了重要的进展,如基于 CPU 并行的 FASP^[46]、HYPRE^[74]、JASMIN^[75]与 PHG^[111]等和基于 CPU-GPU 异构并行的 CUSP^[13]等。BoomerAMG^[63]是 HYPRE 中最常用的线性解法器和重要预条件子,但因 OpenMP 编程环境下该解法器的并行插值算子和并行粗网格算子的生成模块中辅助内存空间开设过多,导致其并行可扩展性严重降低,特别是线性代数系统的规模较大且线程数较多的情形。因此,如何利用稀疏线性代数系统的特征优化 BoomerAMG,如降低辅助内存空间开设,是提高其并行可扩展性的一项重要的研究工作之一^[49,48]。SA-AMG 法是 CUSP 中最常用的线性解法器和预条件子,RS-AMG 法是一种经典的 AMG 法,两者分别采用带权 Jacobian 迭代法(简记 WJ)和高斯-赛德尔迭代法(简记 GS)作为默认磨光子,由于 WJ 具有最优权值的选取比较困难且对复杂问题的收敛效率不够高等缺陷,而经典的 GS 为本性串行算法,因此,如何利用其他更合适的磨光子来提高 SA-AMG 法和 RS-AMG 法的算法和并行可扩展性是一项值得探索的研究工作。值得指出的是,目前 CUSP 中尚未见到关于 RS-AMG 法的高效并行解法器。

国际上最早的油藏模拟器研制始于 20 世纪 50 年代,经过多年的发展已有比较成熟的产品,如 ECLIPSE、CMG、tNavigator、GradnTM 和 3DSL 等。国内油气藏模拟软件的研发虽然也有较长的历史,但目前商业产品市场占有率依然很低,国内的研发单位大多在一些特定的功能上开发一些油藏数值模拟的辅助配套产品^[95]。随着油气开采技术的不断进步,日益增多的地质模型和地质统计方法为油气开采区域提供了百万至千万量级的网格点数据,使得油藏模拟逐渐向精细化方向发展,对大规模高效数值模拟的需求日趋紧迫。借助高性能并行

计算机(或集群)进行大规模油藏数值模拟已取得显著成效^[30,159,127,62,154,48]。例如,油藏工程师通过建立高分辨率储层模型完成了大量历史数据拟合和模型验证工作^[107,41];沙特阿美石油公司的研究结果表明,高分辨率模型能在细尺度下更精确刻画储层的非均质性,从而更好地体现油藏的特征和复杂的水侵。该公司通过使用 128 结点的并行集群模拟了一个 138 万网格单元的高分辨率油藏问题,模拟结果与其预测数据高度吻合。更重要的是,该公司的后续钻探和油气开发验证了小尺度(高分辨率)数值模拟所产生的重要的经济价值^[107]。但目前绝大多数油藏模拟工程师的计算环境为桌面工作站(或台式机),由于未能有效地解决油藏模拟求解算法的核心技术问题,导致数值模拟规模小(通常在 100 万网格单元以下)、速度慢(计算时间以周为单位),严重制约了油藏数值模拟以及油气田开发技术的发展。因此,如何针对多核 CPU 和 CPU-GPU 异构体系,基于 OpenMP 和 CUDA 并行环境研发适合于桌面工作站的大规模高效油藏模拟器是一项具有重要理论意义和很强实际应用价值的研究工作。

作者围绕上述问题开展研究,获得一批理论、算法和数值实验结果,本书主要内容由两部分构成。

第一部分,针对目前两种常见的几何多层网格法以及两种流行的代数多层网格法,基于 CPU-GPU 异构体系研究具有良好扩展性的并行算法及并行解法器。

针对结构网格上泊松问题的有限差分^[52,96]离散系统,研究基于多色序的高效并行 GMG 法。首先通过对影响 GMG 法并行效率的各个要素进行了分析,给出了时间复杂度和空间复杂度计算公式,其中,存储量约为 $4N$ (记 N 为网格规模),且对二维(五点格式)和三维(七点格式)情形,每个 V-循环的浮点运算量约为 $36N$ 和 $41N$ 。接着基于结构网格信息,设计了 3 种基于多色序自由度分组(2 色、4 色和 8 色)的高斯-赛德尔(GS)法,并将其与 WJ 从并行粒度和收敛性的角度进行了分析与对比实验,表明(二维)4 色和(三维)8 色 GS 法具有更好的收敛速度。在此基础上,设计并实现了一种细网格在 GPU 求解,粗网格在 CPU 求解的基于多色序(二维 4 色,三维 8 色)GS 法的 V-循环型并行 GMG 法解法器(简记 GMG-V-CUDA)和一种完全几何多层网格法解法器(简记 FMG-CUDA)。进一步,将所设计的 GMG-V-CUDA 解法器与一种基于 OpenMP 并行的高效 GMG 法解法器(简记 GMG-V-OpenMP)进行实验对比,结果表明:采用 GPU 比采用多核 CPU 执行 GMG-V-CUDA 更具成本效益(从初始投资成本

与计算时所用的能耗方面考虑),GMG-V-CUDA 解法器具有良好的算法与并行可扩展性,例如,对于二维和三维情形(自由度数为 1 600 万),加速比分别达到 11.5 倍和 10.3 倍,相应的双精度运算性能分别为 15.2 GFLOPs(GTX 480 理论峰值的 8.6%)和 15 GFLOPs;将 FMG-CUDA 与由 NVIDIA cuFFT 库^[105]提供的常用泊松方程解法器(目前 GPU 上最优的快速傅里叶变换解法器,简记 cuFFT)进行实验对比,结果表明:FMG-CUDA 比 cuFFT 更高效。特别地,当自由度规模为 1 600 万时,FMG-CUDA 法比 cuFFT 分别快 33%(二维)和 23%(三维)。最后,将 GMG-V-CUDA 应用于单相流问题,并与一种基于 CPU 单核串行的高效 GMG 法解法器(简记 GMG-V)进行了实验对比,结果表明:GMG-V-CUDA 是高效的,特别是当网格规模为 1 600 万时,其加速比为 16.8 倍(相对于 GMG-V)。

研究基于强连通矩阵自由度分组的并行 AMG 法。首先基于最大影响因子(度)与最小路径长度(距离)优先的原则,在强连通图意义下设计了一种自由度分组算法,并获得了该算法的收敛性、分组数上界估计等理论结果,特别地,若强连通图的所有结(顶)点均满足其相邻结点集合中任意两个结点均无边相连(例如,结构网格上的二维五点和三维七点差分格式所对应的强连通图),则分组数最多为 2 组。接着,基于最小稀疏度优先原则设计了一种基于强连通矩阵自由度分组的并行高斯-赛德尔(GS-MC)法,其中,为提高收敛速度,引入了自由度组的稀疏度因子(反映其平均行非零元个数)。在此基础上,将 GS-MC 法应用于 CUSP 解法器库的 SA-AMG 法中,设计了基于强连通矩阵自由度分组的 SA-AMG 法(简记 SA-AMG-MC),并研制了相应的解法器(仍记为 SA-AMG-MC);将 GS-MC 法应用于 RS-AMG 法,设计了一种粗网格在 CPU 求解,细网格在 GPU 求解的并行 RS-AMG 法(简记 RS-AMG-MC),并研制了相应的解法器(仍记为 RS-AMG-MC)。最后,先针对泊松问题,对 SA-AMG-MC 和 SA-AMG 进行了数值对比实验,结果表明:SA-AMG-MC 提高了 SA-AMG 的收敛速度,例如,当网格规模为 1025×1025 的五点差分格式时,SA-AMG 法的加速比为 3.1,SA-AMG-MC 法的加速比为 4.3,新方法加速了约 40%;然后针对泊松问题和来自复杂油藏问题的压力方程,对 RS-AMG-MC 和 SA-AMG-MC 进行了实验对比,结果表明:前者具有更好的算法可扩展性和并行可扩展性,特别地,对于压力方程当网格规模为 $400 \times 400 \times 3$ 时,SA-AMG 迭代次数超过 500 次不收敛,SA-AMG-MC 的迭代次数为 115 次,RS-AMG-MC 的迭

代次数为 13 次(与串行相同),且比该算法的串行版快 3.3 倍,比 SA-AMG-MC 快 2.36 倍。

第二部分,面向 CPU-GPU 异构体系,针对黑油模型和聚合物驱模型,研究基于多层网格法的多阶段预条件 GMRES 法及串并行解法器。

针对由油、气、水三相标准组成的黑油模型和聚合物驱模型,首先给出了向后欧拉时间离散格式、算子牛顿线性化法,并利用上游加权有限差分离散格式得到相应的 Jacobian 线性代数系统。接着为这些 Jacobian 线性代数系统设计多阶段预条件 GMRES 法,其中,主要利用油藏模型的物理与解析性质,借助辅助空间预条件方法(ASP)框架^[101,148]和交替块分解解耦算法^[6],为不含隐式井和含隐式井的油藏方程设计了两种多阶段预条件子,分别简记为 B_{MSP1} 和 B_{MSP2} 。对不含隐式井的油藏方程,其预条件子构造的基本思想为:先对饱和度/浓度子系统采用基于压力迎风序的块高斯-赛德尔磨光(简记为 B_S),再对压力子系统采用多层网格法求解(简记为 B_P),最后对整体 Jacobian 矩阵采用一次基于压力迎风序的块高斯-赛德尔磨光(简记为 S);对含隐式井的油藏方程,其预条件子构造的基本思想为:利用重叠型许瓦兹迭代法技巧将该方程解耦成隐式井子系统和不含隐式井的油藏方程,其中,对隐式井子系统采用直接法精确求解。值得注意的是,在 B_{MSP} (MSP 表示 $MSP1$ 和 $MSP2$)的设计过程中仅利用了一些非常易于获取的分析和几何信息,这使得所设计的预条件算法具有较强的普适性,且可以方便地移植到其他油藏模型问题的数值模拟中。最后,进行了两组数值实验,第一组实验是将多阶段预条件子 B_{MSP1} 和 B_{MSP2} 与常用预条件子 ILU(0)进行对比,结果表明:对于不含隐式井和含隐式井的油藏方程, B_{MSP1} 和 B_{MSP2} 均比 ILU(0)更高效;第二组实验是考察 B_{MSP1} 中的要素 B_S 和 S 对收敛速度的影响,结果表明:去掉 B_{MSP1} 中的 B_S 和 S 将分别带来 20%~30% 的收敛速度损失。

针对 OpenMP 并行环境,首先为 B_{MSP} -GMRES 设计了相应的并行解法器 MSP-GMRES-OMP,其中,重点讨论了预条件子 B_{MSP} 的并行设计。关于该并行预条件子的三要素 B_P 、 B_S 和 S 分两步进行设计:第一步,为 B_S 和 S 设计了相应的基于强连通矩阵自由度分组的并行块高斯-赛德尔磨光子;第二步,为 B_P 设计了基于 BoomerAMG 的改进并行 RS-AMG 解法器,这种改进主要体现在两个方面,一是对 OpenMP 并行版 BoomerAMG 的插值算子与粗网格算子的并行实现进行了改进,二是利用基于强连通矩阵自由度分组技术对其高斯-赛

赛德尔磨光子进行了改进。接着针对 SPE10 问题不同时刻的 4 个 Jacobian 系统进行了数值实验,结果表明:MSP1-GMRES-OMP 具有良好的算法和并行可扩展性,例如,当线程数为 12 时,OpenMP 并行加速比为 3,同时还节省了存储量。

针对 CUDA 并行编程环境,首先为 B_{MSP} -GMRES 设计了相应的并行解法器 MSP-GMRES-CUDA,其中,分两步对预条件子 B_{MSP} 的三要素 B_P 、 B_S 和 S 进行并行设计:第一步,利用 CPU 和 GPU 的工作特点和合理的数据结构,为 B_S 和 S 设计了相应的基于强连通矩阵自由度分组的并行块高斯-赛德尔磨光子;第二步,通过利用 B_S 和 S 对应的自由度分组映射,并调用 RS-AMG-CUDA 或 SA-AMG-CUDA 来实现 B_P 。接着针对 SPE1 问题进行并行扩展性测试,结果表明:MSP1-GMRES-CUDA 具有良好的算法和并行可扩展性,特别地,当网格规模为 $400 \times 400 \times 3$ 时,CUDA 并行加速比为 3.2。

利用上述多阶段预条件 GMRES 串并行解法器,针对国际油藏工程师协会提供的其中 3 个标准算例(SPE1、SPE9 和 SPE10)、源自复杂实际油田的 2 个典型实例和 1 个油田机理模型,围绕可靠性、适应性和并行扩展性等方面进行了 6 组数值测试:① 利用 SPE1 考察解法器的收敛性、并行扩展性;② 利用 SPE9 考察解法器对非正交网格和非均质油藏以及复杂的油水生产控制方案的适应性;③ 利用 SPE10 考察解法器对模型粗化和相态变化的可靠性;④ 利用油田实例一考察解法器对基于黑油模型的高度非均质、高含水、含断层陆上油田的适应性,将模拟结果与油田历史生产统计数据进行拟合考察解法器的可靠性;⑤ 利用油田实例二考察解法器对基于聚合物驱模型的高度非均质、高含水、含断层及大量死网格单元海上油田的适应性,将模拟结果与油田历史生产统计数据进行拟合考察解法器的可靠性;⑥ 利用油田机理模型考察解法器对标准黑油模型和聚合物驱模型的适应性,以及超大规模(1 000 万网格单元)油藏问题的适用性,重点在机理上探讨在标准黑油模型基础上添加聚合物和盐水两个组分后对油、气、水产量的影响以及求解器性能指标的变化。这些数值测试结果表明,基于多层网格法的多阶段预条件 GMRES 串并行解法器具有以下优点:① 适应于标准黑油模型和聚合物驱模型的求解;② 对标准算例及实际复杂(高度非均质、高含水、含断层)油田区块均具有良好的适应性和可靠性,例如,对于标准算例的模拟结果(油、气、水压力与饱和度等物理量的时空分布)与实际物理现象相符,对于油田实例的模拟结果与历史生产统计数据相符;③ 在求解规模和运算