

第八届结构工程新进展论坛文集

Industry-Acadamia Forum on Advances in
Structural Engineering(2018)



IFASE

可持续结构与材料

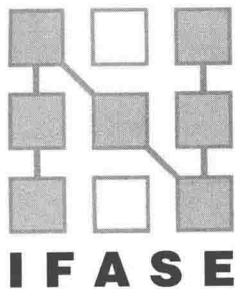
Sustainable Structures and Materials

肖建庄 主编

Editors in Chief: Xiao Jianzhuang

中国建筑工业出版社

CHINA ARCHITECTURE & BUILDING PRESS



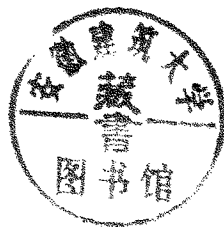
第八届结构工程新进展论坛文集
Industry-Acadamia Forum on Advances in
Structural Engineering (2018)

可持续结构与材料

Sustainable Structures and Materials

肖建庄 主编

Editors in Chief: Xiao Jianzhuang



中国建筑工业出版社
CHINA ARCHITECTURE & BUILDING PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

可持续结构与材料/肖建庄主编. —北京: 中国建筑工业出版社, 2018. 8

(第八届结构工程新进展论坛文集)

ISBN 978-7-112-22378-7

I. ①可… II. ①肖… III. ①工程材料-结构性能-文集 IV. ①TB303-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 137679 号

本书为“第八届结构工程新进展论坛”特邀报告人论文集。本届论坛主题为“可持续结构与材料”，合为以下 10 个主要议题：再生混凝土材料及结构；海砂海水混凝土材料及结构；基于复合材料的可持续结构；基于自然材料（木、竹、自然纤维等）的可持续结构；高性能结构钢及高性能钢结构；高性能混凝土及高性能混凝土结构；绿色建造（预制装配、可拆装技术、3D 打印、BIM 技术）；碳足迹及生命周期评价；可持续新型结构（组合结构、混合结构）抗灾理论与实践；结构可持续性设计及评价。本论文集选编了部分特邀报告人的论文，涵盖了大多数论坛议题。

责任编辑：赵梦梅 刘婷婷

责任校对：姜小莲

第八届结构工程新进展论坛文集

可持续结构与材料

肖建庄 主编

*

中国建筑工业出版社出版、发行（北京海淀三里河路 9 号）

各地新华书店、建筑书店经销

北京红光制版公司制版

天津翔远印刷有限公司印刷

*

开本：787×1092 毫米 1/16 印张：17½ 字数：421 千字

2018 年 8 月第一版 2018 年 8 月第一次印刷

定价：68.00 元

ISBN 978-7-112-22378-7

(32266)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题，可寄本社退换

(邮政编码 100037)

鸣 谢

本次论坛得到以下单位的支持和资助

同济大学建筑设计研究院（集团）有限公司

华建集团华东建筑设计研究总院

上海建工集团股份有限公司

上海通正铝合金结构工程技术有限公司

上海同济绿建土建结构预制装配化工程技术有限公司

前言 Preface

“结构工程新进展论坛”自2006年首次举办以来，十余年间已经打造成为土木建筑行业一个颇有影响的学术交流平台。论坛旨在促进我国结构工程界对学术成果和工程经验的总结及交流，汇集国内外结构工程各方向的最新科研信息，提高学科交叉与学术水平，推动我国建筑行业科技创新发展。

论坛原则上以两年一个主题的形式轮流举办，前七届的主题分别为：

- 新型结构材料与体系（第一届，2006，北京）
- 结构防灾、监测与控制（第二届，2008，大连）
- 钢结构研究和应用的新进展（第三届，2009，上海）
- 混凝土结构与材料新进展（第四届，2010，南京）
- 钢结构（第五届，2012，深圳）
- 结构抗震、减震技术与设计方法（第六届，2014，合肥）
- 工业建筑及特种结构（第七届，2016，西安）

“结构工程新进展论坛”已作为结构工程领域重要的学术会议在国内外产生了重要影响，历届论坛都吸引了众多专家学者、工程设计人员、青年学生等参会。第八届论坛由中国建筑工业出版社、同济大学《建筑钢结构进展》编辑部、香港理工大学《结构工程进展》(Advances in Structural Engineering)编委会联合主办，由同济大学土木工程学院建筑工程系承办，于2018年9月7日~9日在同济大学召开。

本次论坛的主题是“可持续结构与材料”。“促进可持续的建筑业活动”是联合国《21世纪议程》中的重要内容，工程建设的可持续发展也是当前国际上建设领域科技发展热点和研究的前沿。在本次论坛中我们荣幸地邀请到了30余位特邀报告人，他们的报告主题涵盖了近年来与“可持续结构和材料”相关的最新学术思想、研究成果、设计方法、施工技术以及相应新型可持续材料及结构体系的应用；阐述了在这些领域内的最新发展动态；同时也向与会者提供了一个与专家互动并获取宝贵经验的机会。

感谢特邀报告人，他们不仅在大会上作了精彩的主题报告，而且还奉献了精心准备的论文，使得本书顺利出版。

感谢参加本次论坛的所有代表，正是大家的积极参与，才使得本次论坛能够顺利进行。还要特别感谢为本书出版辛勤工作的同济大学李征老师和刘玉姝老师。

感谢中华人民共和国住房和城乡建设部执业资格注册中心、中国建筑工业出版社、同济大学《建筑钢结构进展》编辑部、香港理工大学《结构工程进展》编辑部对本次论坛的指导、支持和帮助。

感谢同济大学建筑设计研究院（集团）有限公司、华建集团华东建筑设计研究总院、上海建工集团股份有限公司、上海通正铝合金结构工程技术有限公司、上海同济绿建土建结构预制装配化工程技术有限公司对本次论坛成功举办的资助和支持。

目 录 Contents

1	工程结构整体可靠性分析研究进展/李 杰	1
2	Making Recycled Aggregate Suitable For Structural Concrete/ Surendra P. Shah Yuxi Zhao Weilai Zeng Hongru Zhang	17
3	An overview on the use of 2D nanomaterials in concrete/ Ezzatollah Shamsaei Felipe Basquiroto de Souza Xupei Yao Shujian Chen Wenhui Duan	50
4	Sustainable Concrete For The Next Century: Multi-recycled Aggregate Concrete/ Jorge de Brito Luis Evangelista Rui V. Silva	62
5	Properties of Concrete With Recycled Construction and Demolition Waste: A Research Experience in Belgium/Zengfeng Zhao Luc Courard Frédéric Michel Simon Delvoie Mohamed ElKarim Bouarroudj Charlotte Colman Jianzhuang Xiao	79
6	地聚合物混凝土收缩控制剂研究/李柱国 冈田朋友 桥爪进	91
7	基于 IMU 的混凝土结构隐蔽工程质量实时监控系统/李 恒 杨新聪	102
8	钢管再生混凝土构件力学性能研究(摘要)/韩林海 吕晚晴	128
9	预应力正交胶合木剪力墙抗侧性能分析/何敏娟 孙晓峰 李 征	131
10	BIM-Based Bridge Performance Assessment/Weixiang Shi Jian Chai Peng Wang Xiangyu Wang	154
11	土木工程结构生命周期可持续量化评价/ 王元丰 章玉容 王京京 石程程 刘胤杉 梅生启 周硕文	166
12	现代竹结构的进展/肖 岩 单 波 李 智	197
13	组合混凝土结构基本概念和原理/肖建庄 张青天 丁 陶	207
14	铝合金结构在我国的应用和发展/张其林	221
15	Mechanics of Biological Materials: A Civil Engineering Approach/ Lihai Zhang	232
16	Crumb Rubberized Concrete (CRC) Application in Structural Engineering/ Yan Zhuge Xing Ma Danda Li Jianzhuang Xiao	240
	第八届结构工程新进展论坛简介	260
	第八届论坛特邀报告论文作者简介	264

1 工程结构整体可靠性分析研究进展

李 杰

(同济大学土木工程学院)

摘 要: 本文系统回顾了工程结构可靠性近百年的研究历程,剖析了自 20 世纪 60 年代中期以来工程结构整体可靠性研究的基本思想与方法。在此基础上,论述了工程结构整体可靠性分析的物理综合法。这一方法,综合了结构受力学行为的物理力学机制、从材料损伤到结构破坏的物理失效准则、随机性在物理系统中的传播规律,从而,基本完整地建立了工程结构可靠性分析新的理论体系。文中较为系统地介绍了这一理论的基本构架和主要方程,择要给出了若干实际工程的应用案例。

Advances in Global Reliability Analysis of Engineering Structures

Jie Li

(School of Civil Engineering, Tongji University)

Abstract: The present paper systematically retrospect the research developments of engineering reliability in the past century. Basic ideas and methodologies for global reliability research of engineering structures since the mid-1960s have been studied. On this basis, a physically-based synthesis method for the global reliability analysis of engineering structures is proposed. This method integrates the physical mechanisms of mechanical behavior of structures, the physical failure criteria from material damage to structural failure, and the propagation law of randomness inherent in physical systems. Therefore, a new theoretical system for the global reliability analysis of engineering structures is completely established. The fundamental framework and essential equations of this theoretical system are introduced systematically. For illustrative purposes, typical case studies on practical applications are presented briefly.

1. 前言

土木工程,是人类文明发展的重要标志之一。近代科学的兴起,则为人类理性地、而不仅仅是依凭经验地建造土木工程结构提供了基础。始自伽利略的材料力学传统与始自柯西的固体力学传统,使人们对工程结构的受力学行为有了定量的认识与分析工具。据此,工程结构设计开始有了科学意义上的保证。19 世纪初,设计安全系数的观念开始在分析基础上得以经验性的确立。在本质上,这种经验的结构安全系数是对工程中各种不确

定性影响的一种综合估计。试图对这种总体的、定性的综合估计给出科学上的解释与技术上的定量修正，催生了工程结构可靠度理论。20 世纪初，基本确立了采用概率论反映客观随机性、度量结构可靠性的研究发展路线。经过近百年的发展，今天的工程师，已经可以基本清晰地认识到来自结构作用、结构性质、施工影响等方面的随机性、并采用分项系数的方法从设计角度来避免这些随机性的不利影响。然而，自 20 世纪 80 年代分项系数设计法在工程中普及以来，工程师关于结构整体安全性与可靠性的观念却越来越模糊了：按照基于二阶矩的近似概率设计准则设计工程结构，无法计算并定量评估结构的整体安全性！

如果说这种重大缺陷对于在正常使用条件下的结构尚不足以造成重大威胁的话，在灾害性动力作用下（如地震、强风、爆炸等等）、结构的整体安全性仍不能被定量评估，就构成了人们不可避免的基本问题。在过去 20 年间，本文作者和他的研究梯队对这一基本问题进行了持续、深入的研究，基本完整地建立起来结构整体可靠度分析理论，并示范性地应用于工程实践。本文，将比较系统地介绍这一研究进展的主要背景、基本成果和典型工程应用实例。

2. 工程结构可靠性研究历史的简要回顾

结构可靠性研究的核心，是解决存在随机性条件下结构安全性的科学度量问题。早在 1911 年，匈牙利学者卡钦奇就提出用统计数学分别研究结构荷载和材料强度的概率分布的思想^[1]。1926 年，德国学者 Mayer 出版了名为《结构安全性》的专著^[2]，第一次系统论述了采用概率论研究结构安全性的学术设想。20 世纪 40 年代后期，在美国学者 Freudenthal 和苏联学者斯特列津斯基、尔然尼钦等人的倡导下，工程结构可靠性问题开始得到学术界与工程界的普遍重视，并逐步成为土木工程研究中的核心与热点问题^[3,4]。

事实上，在 20 世纪中期，由于文化的隔阂，关于结构可靠度的研究探索是在苏联和西方世界分别独立进行的。一般认为：苏联学者尔然尼钦于 1947 年最早提出了利用荷载效应与强度的均值及方差计算结构可靠度的二阶矩法（本质上属于中心点法），同年，苏联学者斯特列津斯基提出了将结构安全系数分为荷载系数和强度系数的方法^[1,4]。在西方世界，美国学者 Freudenthal 提出了结构可靠度分析的全概率法。用今天的科学语言表述，即

$$P_s = P(z \geq 0) = \int_{z \geq 0} \cdots \int f_z(x_1, x_2, \cdots, x_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \tag{1}$$

式中， $Z = g(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 为结构功能函数； $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为结构作用与结构参数中的基本随机变量； $f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 为基本随机变量的联合分布函数。

这一表述，在一般意义上将结构可靠度定义为结构功能函数大于零的概率，并通过对基本随机变量的联合概率密度函数在安全域内的多维积分定量表述结构可靠度。直至今日，这一基本表述仍具有基础性地位。事实上，对上述多维积分的近似求解，构成了经典结构可靠度理论研究的出发点和归宿点。

一个最直接而简单的近似是假定基本随机变量服从正态分布，而功能函数可以表述为基本随机变量的线性函数，由此，美国学者 Cornell 于 20 世纪 60 年代末提出了一次二阶

矩的基本方法和可靠度指标的概念^[5]。在这一研究中, Cornell 引入了结构抗力综合变量 R 和结构荷载效应综合变量 S 的概念, 这一创造性处理, 使问题的理论表达得到极大简化。在一般意义上, 结构功能函数可以表述为:

$$Z = R - S \quad (2)$$

而结构可靠度指标可以简单表述为:

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} \quad (3)$$

式中, μ_z 、 σ_z 分别为 Z 的均值与标准差。

由于假定基本随机变量为正态分布, 上述结构可靠度指标与结构安全概率之间的关系可以精确地表述为:

$$P_s = \Phi(\beta) \quad (4)$$

式中: $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的分布函数。

上述基本表达式, 为将结构可靠性理论应用于实际工程打开了第一个缺口。形成了在西方科学世界被普遍接受的结构可靠度分析中心点法的基础。

在试图将中心点法推广到非线性功能函数和非正态随机变量时, 丹麦的 Ditlevesen 等多位研究者发现: 中心点法不能保证可靠度指标的不变性。即当功能函数采用力学本质等价的不同表达式时, 可靠度指标 β 值不唯一^[6]。由此, 引发了一系列研究^[7-9], 并最终形成了被国际上逐渐公认的验算点法 (也称 JC 法)。这一方法, 结合 Lind 在 1971 年所完成的分项系数表达法^[10], 成为被普遍接受的工程结构构件可靠度分析的基本方法, 也成为 20 世纪 80 年代以来世界各国制订工程设计规范的理论基础。

依据这一理论, 结构设计的基本表达式被表述为:^[11]

$$\gamma_R R_k \geq \sum_{i \geq 1}^n \gamma_{G_i} S_{G_{ik}} + \gamma_{Q1} S_{Q_{1k}} + \sum_{j > 1} \gamma_{Q_j} \psi_{C_j} S_{Q_{jk}} \quad (5)$$

式中, γ_R 是结构抗力分项系数, R_k 是结构抗力标准值, γ_{G_i} 是第 i 个永久作用分项系数, $S_{G_{ik}}$ 是第 i 个永久作用标准值的效应, γ_{Q_j} 是第 j 个可变作用分项系数, $S_{Q_{jk}}$ 是第 j 个可变作用标准值的效应, ψ_{C_j} 是第 j 个可变作用的组合系数。

在结构设计中, 采用分项系数的方式分别表述结构抗力随机性的影响和荷载效应随机性的影响, 虽然看似精细而深刻, 却在很大程度上混淆了工程师关于结构安全的观念。结构的整体安全性如何? 如果用概率来度量这种安全性, 应该如何计算? 不同因素的随机性对结构整体安全性有何影响? 这些问题, 是任何一个真正关心结构安全的工程师和严肃的科学家所无法回避的基本问题!

3. 传统结构整体可靠性研究思想的剖析

试图对结构整体安全性给出概率意义上的度量, 从 20 世纪中期就展开了持续努力。早在 1966 年, Freudenthal 就创造性地将结构系统比拟为串联系统, 采用系统可靠度的研究思想, 给出了系统失效概率的上界^[12]。1975 年, 洪华生先生和他的学生一起, 发展了概率网络评估技术, 初步提出了结构体系中失效相关问题的解决方案^[13]。1979 年,

Ditlevsen 提出了结构体系可靠度的窄界限公式^[14]。至此,采用串-并联系统的基本思想分析结构整体可靠度有了一个初步可行的雏形。但这里最为关键的,是如何将结构系统、尤其是超静定结构系统等效为系统可靠度分析的串-并联(或更为复杂的)系统。引用结构塑性分析中机构法构造结构失效模式,会带来组合爆炸问题。为此,在 20 世纪 80 年代,一批学者致力于结构主要失效模式研究,发展了一系列筛选结构主要失效模式、形成等效系统分析模型的方法^[15-17]。这些方法,形成了结构整体可靠度分析的基本传统,并一直延续至今^[18,19]。但是,由于这些研究中根深蒂固的现象学研究传统,问题并未真正得到解决。

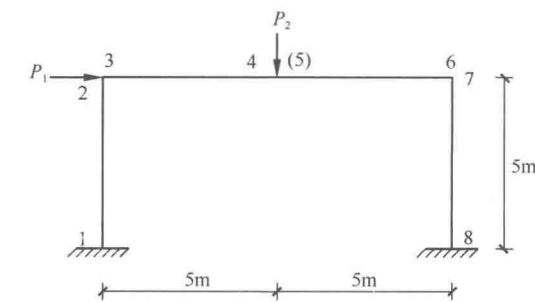


图 1 简单框架结构

事实上,任何一种以搜索、确定结构主要失效模式的传统结构整体可靠度分析方法,都是从“破坏后果”出发来考虑问题的,因而在本质不能反映结构非线性发展的真实物理过程。以传统结构整体可靠度分析中的分枝限界法为例,对图 1 所示的简单框架结构,其基本分析过程是^[20]:

(1) 按照给定的荷载、依线性结构分析法计算荷载效应;

(2) 根据荷载效应按照 R-S 模式列出典型截面(如图 1 中 1~8 截面)功能函数,求解截面失效概率;

(3) 按照具有最大失效概率者先失效的原则、确定失效截面的位置;

(4) 在失效截面,以屈服弯矩代替实际弯矩、计算不平衡节点力并反加在结构上;

(5) 按加入塑性铰后的结构形成修正刚度矩阵;

(6) 按新的结构形态计算荷载效应;

(7) 根据新的荷载效应按 R-S 模式列出典型截面功能函数,再次计算各截面失效概率;

(8) 以第(3)步确定的失效截面为起点,按并联系统方式计算失效路径产生概率;

(9) 按最大产生概率原则确定失效路径;

(10) 按照上述步骤(3)~(9)反复搜索失效截面、失效路径与失效模式(以图 1 中截面 7 失效为起点,给出的失效路径示例于图 2),直到找到所有主要失效模式。

为了减少上述搜索工作的复杂性,Thoft-Christensen 和 Murotsu 分别引入了分枝限界操作。其实质,是预先规定一个认为此后可以忽略的失效概率,当上述第(3)步和第(9)步的最大失效概率或最大产生概率分别小于规定限值时,不再执行多余的搜索。显然,这不仅给分析过程带来了很大的主观性,也不符合概率的基本原则。在真实世界中,小概率事件并不是不会发生的事件,忽略小概率事件虽然可以给计算带来简单性,也不会对整体结构可靠度分析结果带来太大的影响,但若小概率事件所对应的失效模式不被发现,其带来的后果依然可能是灾难性的。

经过上述繁复的分析,结构系统最终可以用如图 3 所示的串-并联系统加以表示,其中,每一串联系统中的并联单元表示失效路径,而每一串联单元表示一个失效机构(失效模式)。

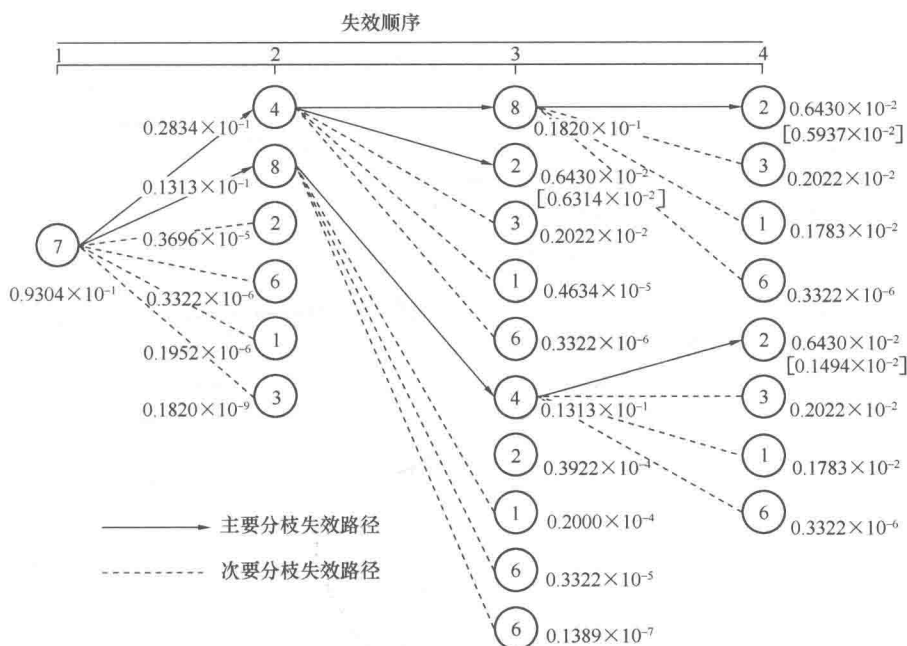


图2 分枝限界法搜索失效路径

由于失效机构的产生概率（失效概率）已由前述分析获得，故所有失效机构构成的串联系统的失效概率可由下式计算：

$$P_f = P\left(\bigcup_{i=1}^M A_i\right) \\ = \sum_{j=1}^M (-1)^{j+1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_j = j} P\left(\bigcap_{l=1}^j A_{i_l}\right) \quad (6)$$

显然，由于不同失效模式之间失效相关，采用上式计算结构整体失效概率具有高度复杂性。事实上，当 $j > 2$ 时， $P\left(\bigcap_{l=1}^j A_{i_l}\right)$ 的计算必然涉及高维积分！而忽略高阶相关、引入窄界限公式计算结构整体失效概率，其精度甚为可疑。

事实上，对于一般的框架结构，失效机构数可以用下式计算：

$$M = 2^{n-l} - 1 \quad (7)$$

式中， n 为潜在塑性铰数目， l 为结构超静定次数。

上式表明，框架结构的失效机构数呈指数级增长。因此，试图通过搜索主要失效模式来降低计算工作量，无异于杯水车薪。

失效模式相关和失效机构数按指数级增长（组合失效），构成了传统结构整体可靠度分析研究中几乎不可逾越的两大障碍！

进一步注意到：传统结构整体可靠度的研究，至今没有超出杆系结构的范围，也没有超出理想弹塑性所限制的范围，对于板、墙、块体等构成的复杂结构以及一般的物理非线性问题，这一方法基本无能为力。这一背景，使我们不得不怀疑传统结构整体可靠度研究的道路正确性。

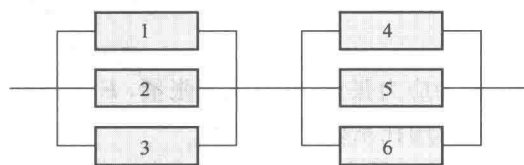


图3 结构等效系统模型

在一个方向上的探索长达 40 余年不能突破的背景下，寻求新的发展道路，是人们必然的选择。正是在这种背景下，本文作者展开了新的研究探索。

4. 概率密度演化理论的作用与意义

正如前文所述，传统的结构整体可靠性分析研究，是从破坏后果出发、采用现象学的方式来研究问题。因而，在本质上不能反映结构状态从线性到非线性发展的真实物理过程。在前述分支限界法的分析过程中，虽然也引入了变结构的非线性结构分析，但由于随机性的背景，分析者并不能判断塑性铰（破坏后果）究竟在什么荷载水平上发生，因此，只能使用“概率可能”的原则（具最大失效概率者最可能发生）确定塑性铰的位置和失效路径可能。这样，失效、失效路径必然是一种经过“概率修饰”的物理过程，而不是真实的物理过程。这种在分析方法论上的失误，是造成传统整体可靠度研究长期停滞不前的根本原因。

正确的研究道路，应该是基于对结构受力物理过程的分析，考察随机性在物理系统中的传播规律。概率密度演化理论，为这一研究道路的开拓提供了可能。

以一般的弹性动力系统为例，众所周知，弹性力学基本方程是：

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} &= \rho \ddot{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\eta} \dot{\mathbf{u}} \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{E} : \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中， $\boldsymbol{\sigma}$ 为应力张量， $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为应变张量， $\mathbf{E}$ 为弹性张量， $\mathbf{u}$ 为位移场， ρ 为材料密度， $\boldsymbol{\eta}$ 为阻尼系数， $\mathbf{b}$ 为作用在系统上的体力。

运用这一基本方程，可以确定一般结构在外部和自身重力作用下的变形与运动状态。问题在于：如果结构的外部作用（如地震动）或结构基本力学性质（如 $\boldsymbol{\eta}$ 、 $\mathbf{E}$ ）具有随机性，结构响应应如何分析？换句话说：当 $\ddot{\mathbf{u}}_g$ 具有随机性，或基本的弹性性质因材料制作或形成过程中具有不可控制性而形成随机量 $\mathbf{E}$ ，这些随机性是如何经过上述物理系统的作用而演化为结构响应 $\mathbf{u}$ （或 $\boldsymbol{\sigma}$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ ）的随机性呢？显然，这是一个随机性在物理系统（也是工程系统）中的传播问题。

概率守恒原理告诉我们：随机源所决定的概率测度，在数学和物理变换中守恒^[21]。换句话说：物理规律并不因系统中含有随机性而改变！本文作者，把这一规律称之为随机系统中的客观不变性原理^①。利用概率守恒原理的随机事件描述，可以导出与式（8）对应的广义概率密度演化方程：

$$\frac{\partial p_{U\Theta}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, t)}{\partial t} + \sum_{j=1}^N \dot{u}_j(\boldsymbol{\theta}, t) \frac{\partial p_{U\Theta}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, t)}{\partial u_j} = 0 \quad (9)$$

式中， $p_{U\Theta}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, t)$ 是随机变量 $\mathbf{U}$ 与 $\boldsymbol{\Theta}$ 的联合概率密度函数。

显然，上述方程可以容易地退化为关于指定点位移 u_j 的一维概率密度演化方程：

$$\frac{\partial p_{U_j Q}(u_j, \boldsymbol{\theta}, t)}{\partial t} + \dot{u}_j(\boldsymbol{\theta}, t) \frac{\partial p_{U_j Q}(u_j, \boldsymbol{\theta}, t)}{\partial u_j} = 0 \quad (10)$$

① 这一提法，是本文作者于 2011 年 4 月 11 日在中国科学院力学研究所讲学时首次阐发的。

代入 t_0 时刻的初始条件，联立求解式 (8) 与式 (10)，不难获得 U_j 与 Q 的联合概率分布，而结构位移反应 U_j 的概率密度随时间的变化过程，可由关于 θ 的积分获得，即

$$p_{u_j}(u_j, t) = \int_{\Omega} p_{u_j \theta}(u_j, \theta, t) d\theta \quad (11)$$

如何通过对基本随机变量所构成的概率空间进行合理分割，以精确高效地求解概率密度演化方程、进行上述积分，我们进行了大量的研究^[22-25]，一个新近的进展可见文献[26]。

事实上，广义概率密度演化方程的列式是具有非常宽广的适应性的。例如，对于如式 (8) 的弹性动力学基本方程，如果我们关心的重点是应力状态，则可以列出关于应力的概率密度演化方程：

$$\frac{\partial p_{\sigma \Theta}(\sigma, \Theta, t)}{\partial t} + \sum_{i=1}^M \dot{\sigma}_i(\Theta, t) \frac{\partial p_{\sigma \Theta}(\sigma, \Theta, t)}{\partial \sigma_i} = 0 \quad (12)$$

式中， M 为所考察应力点数。

据此，可以方便地给出结构应力状态的概率分布密度及其演化过程。显然，给定强度失效准则，可以非常容易地求取结构可靠度。

考察随机性在物理系统中如何传播是十分有趣的事情。不妨以式 (12) 为例，当退化到一维概率密度方程时，有（不妨去除脚标）：

$$\frac{\partial p_{\sigma Q}(\sigma, \Theta, t)}{\partial t} + \dot{\sigma}(\Theta, t) \frac{\partial p_{\sigma Q}(\sigma, \Theta, t)}{\partial \sigma} = 0 \quad (13)$$

将上式移项表述为：

$$\frac{\partial p_{\sigma \Theta}(\sigma, \Theta, t)}{\partial t} = -\dot{\sigma}(\Theta, t) \frac{\partial p_{\sigma \Theta}(\sigma, \Theta, t)}{\partial \sigma} \quad (14)$$

对于一个弹性动力系统，我们关心的是：初始随机源 Θ 所具有的随机性，是如何经过物理系统作用、转化（传播）为结构响应的随机性的。概率密度演化理论是从目标物理量（这里是 σ ）与本源随机性（这里是 Θ ）的联合概率分布（ $p_{\sigma \Theta}$ ）来描述这一问题的。方程 (14) 十分清楚地告诉我们：联合概率分布 $p_{\sigma \Theta}$ 关于时间的变化率与关于应力的变化率在每一时刻均成比例，比例系数是 $\dot{\sigma}(t)$ 。而 $\dot{\sigma}(t)$ 恰恰代表了应力状态在时刻 t 的综合变化率。这就十分清楚地告诉我们，是物理状态的变化 $[\dot{\sigma}(t)]$ 促成了概率密度 $p_{\sigma \Theta}$ [因之 $p_{\sigma}(t)$] 的演化。

物理规律如何作用于随机系统，并因之促进了随机系统的状态变化，概率密度演化理论给出了旗帜鲜明的回答！

将上述诠释联系于概率密度演化方程的求解，不难发现：由于形如式 (10) 和式 (13) 的偏微分方程，解为一特征线，从而导致了每一样本所携带的概率随时间变化不断地被重新分配到响应状态量的不同值域之中，进而导致各状态量概率分布密度的变化（概率重分配）。换句话说，物理方程的耦合作用导致各状态量相互作用，从而形成初始概率测度在不同值域内的重新分配（样本相互作用机制！）。这样，就清晰地解释了初始随机性是如何在物理系统变化过程中得到了传播、演化的机理。

值得附带指出的是，在广义概率密度演化方程中，关于时间变量应该作广义的理解。

事实上，这牵涉对动力系统的理解。本文作者认为：任何存在状态变化的系统都应该视为动力系统。在物理上，这类系统总可以表现为一类含有广义时间的偏微分方程。当这类系统中存在随机因素影响时，也总是可以给出相应的广义概率密度演化方程。例如，对于前述弹性动力系统，当不考虑外部动力作用、仅考虑静力加载机制时，存在弹性静力学基本方程：

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} &= \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{E} : \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

引入比例加载机制、并取基本的加载物理量（如结构顶点位移）为广义时间 τ ，则关于应力状态的广义概率密度演化方程可以表达为：

$$\frac{\partial p_{\sigma Q}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\theta}, \tau)}{\partial \tau} + \sum_{i=1}^m \dot{\sigma}_i(\boldsymbol{\theta}, \tau) \frac{\partial p_{\sigma Q}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\theta}, \tau)}{\partial \dot{\sigma}_i} = 0 \quad (16)$$

显然，这种广义的理解与表达方式，加深了我们对客观世界的认识，也有利于研究与分析一般物理与工程系统。

5. 等价极值原理

应用概率密度演化理论，可以方便地对求出随机物理系统任意状态量的概率分布及其演化过程，这为从精确概率分析角度计算结构可靠度奠定了基础。但是，对于工程结构的整体可靠度分析，还要解决不同状态量失效相关的问题。

文献 [27] 较为完整地解决了这一问题。经过严格的数学推导，文献 [27] 断言，无论对于串联系统、并联系统，还是串-并联系统（这些系统，基本囊括了传统结构整体可靠度分析中所应用的主要系统模型），均可以找到多元功能函数的等价极值分布，并据之求取系统可靠度。事实上，求系统可靠度，等价于求这个等价极值函数大于规定值的概率。例如，对于串联系统，系统可靠度为：

$$R = \Pr\left\{\bigcap_{j=1}^m g_j(\boldsymbol{\theta}) > 0\right\} \quad (17)$$

式中， $g_j(\boldsymbol{\theta})$ 为多元功能函数， m 为串联系统中单元的个数。

文献 [27] 从数学上严格证明，存在等价极值事件：

$$Z_{\text{ext}} = \min_{1 \leq j \leq m} g_j(\boldsymbol{\theta}) \quad (18)$$

使得

$$\Pr\left\{\bigcap_{j=1}^m g_j(\boldsymbol{\theta}) > 0\right\} = \Pr\{Z_{\text{ext}} > 0\} \quad (19)$$

因此，系统可靠度

$$R = \Pr\{Z_{\text{ext}} > 0\} = \int_0^{+\infty} p_{Z_{\text{ext}}}(z) dz \quad (20)$$

其中 $p_{Z_{\text{ext}}}(z)$ 为 Z_{ext} 的概率密度函数。

类似地，可以证明其他等价系统。

根据本文第 3 节的分析，任何结构系统总是可以等效地表示为失效路径与失效机构的

组合。因此，上述等价极值事件原理为求解一般结构系统整体可靠度提供了理论基础和新的思路：为了计算结构整体可靠度，只要找到等价极值事件及其概率分布就够了。

对于工程问题，数学上的推理总可以找到物理上的依据，对于上述问题也不例外。事实上，从物理的观点考察，一个串联的弹簧系统，如果考察它的可靠性，应该寻求具有最小强度的那个单元，只要这个单元不失效，整个系统就是安全的。等价极值事件，就是在物理上具有最小强度的那个单元，只是这个单元具有随机强度而已。

从等价极值事件的角度分析系统可靠性，各个多元功能函数之间的相关关系自然已经被包含了进去，因此自然不需要考虑复杂的概率相关问题。实际上，在分析过程中，可以引入如式（2）所示物理准则求取 Z_{ext} 。如此，自然不再需要寻求失效机构与失效路径，也自然不再存在传统结构整体可靠度分析的组爆炸问题。

6. 结构整体可靠度分析：物理综合法

结合概率密度演化理论和等价极值事件原理，即可以解决复杂结构体系整体可靠度分析的问题。在早期，我们是通过关于等价极值构造虚拟随机过程、并进而求解相应的广义概率密度演化方程的方式来解决这一问题的^[27,28]。这使得有些同志认为：求解结构整体可靠度纯粹依赖于数学技巧。这与我们研究的初衷是不相符的。

经过进一步的研究、思考，本文作者发现：从纯粹物理原则出发，同样可以构造求解结构整体可靠性的基本方程，并且，这一途径更为高效、更易于理解、也更具有普遍性。

在这一方程中，依据物理准则构建广义概率密度演化方程的概率耗散条件。即：对于给定失效界限 $[Z]$ ，当满足 $Z_{\text{ext}} \leq [Z]$ 时，代表点 u_p 的概率密度函数：

$$p_{U_p \Theta}(u_p, \theta, \tau) = 0 \quad (21)$$

这里，代表点 u_p 是指定的结构总体状态观察点，可根据具体分析对象灵活选取，例如：对于高层建筑，可取结构顶点位移。

引入代表点的意义在于：当依据不同的失效准则考虑结构安全与否时，只要有一点满足给定失效准则，则整体结构失效，此时，由 u_p 所携带概率将被耗散。当遍历所有样本之后，系统仍保有的概率即为结构可靠概率，这只要关于 u_p 做全域积分即可，即：

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} p_{U_p}(u_p, \tau) du_p \quad (22)$$

引入代表点，还可以避免对所有结构反应量列写、求解概率密度演化方程，而只需要求解关于代表点的广义概率密度演化方程。

在这一基础上，可以将物理方程与概率密度演化方程联合求解。在具体的方程列式上，存在按吸收边界条件加保守系统概率密度方程^[29,30]和直接按耗散系统概率密度方程列出基本求解方程组的区别，在本质上，二者是一致的。这里，以耗散系统概率密度演化方程形式^[31]表述。

不妨以具有损伤演化的固体力学方程为背景说明之，当系统输入或材料性质具有随机性时，一般的随机系统求解基本方程为：

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} &= \rho \ddot{\mathbf{u}} + \eta \dot{\mathbf{u}} \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{\sigma} &= (\mathbf{I} - \mathbf{D}) : \mathbf{C}_0 : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) \\ \frac{\partial p_{U_p \Theta}(u_p, \theta, t)}{\partial t} + \dot{u}_p \frac{\partial p_{U_p \Theta}(u_p, \theta, t)}{\partial \theta} &= -H[Z(t)] p_{U_p \Theta} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中, $\mathbf{D}$ 为损伤张量矩阵, $\mathbf{C}_0$ 为弹性张量矩阵, $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ 为塑性应变。 $H(\cdot)$ 为筛分算子, 且

$$H[Z(t)] = \begin{cases} 0, & Z_{\text{ext}} > [Z] \\ 1, & Z_{\text{ext}} \leq [Z] \end{cases} \quad (24)$$

求解上述联立方程组, 可以给出联合概率分布 $p_{U_p \Theta}(u_p, \theta, t)$, 而

$$p_{U_p}(u_p, t) = \int_{\Omega_{\theta}} p_{U_p \Theta}(u_p, \theta, t) d\theta \quad (25)$$

求得概率耗散系统代表点的概率密度演化过程之后, 不难由式 (22) 求出结构的整体可靠度。

显然, 上述求解结构整体可靠度的方法具有普遍适用性。即, 这一理论可以应用于求解任何复杂结构的整体可靠度, 而不仅仅是如传统结构整体可靠度分析那样, 只适用于具有理想弹塑性性质的框架结构系统。

注意到概率密度演化方程本质上反映了随机性在物理系统的传播规律。因此, 应用物理失效准则, 结合物理方程与概率密度演化方程求解结构整体可靠度的方法, 可以称之为“物理综合法”。这种综合, 涵盖了物理力学机制、物理失效准则、随机性在物理系统中的传播等多方面的含义。

事实上, 注意到物理失效准则的多样性, 对物理综合法中的“综合”二字还可以具有拓展性的理解。以高层建筑结构抗震可靠性为例, 按照结构“小震不坏, 中震可修, 大震不倒”的设计准则, 整体结构抗震可靠度分析中的物理准则即可包括: 小震不坏的材料强度准则或变形准则, 中震可修的截面屈服准则或构件承载强度准则, 大震不倒的结构倒塌准则^[32,33]。在不同层次上构造的失效物理准则, 构成了结构整体抗震可靠度分析的三阶递阶结构, 如图 4 所示。

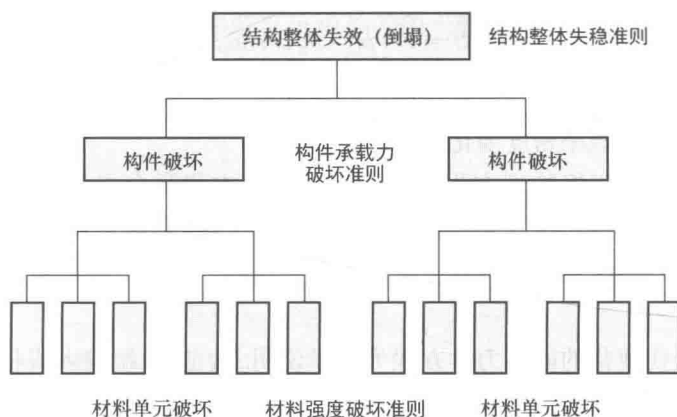


图 4 结构整体可靠度—分层递阶的系统分析

7. 典型工程应用实例

应用上述方法,近年来,本文作者带领学生具体研究了一些典型工程的整体可靠度。这里,仅撷取数例以飨读者。

7.1 上海浦东广电中心抗震可靠性分析

上海浦东广电中心是一栋重要的生命线工程建筑。该建筑共 18 层,结构总高 86.4m,建筑面积 2.1 万 m^2 ,采用钢筋混凝土框架-剪力墙结构体系。结构底层平面尺寸为 $38\text{m}\times 36\text{m}$,标准层尺寸为 $32\text{m}\times 36\text{m}$ 。在结构竖向,按照刚度变化分为 3 个区,1~7 层为一区,8~13 层为二区,14~18 层为三区。3 个区域的剪力墙厚度分别为 0.4、0.4、0.3m,所采用的混凝土强度等级分别为 C50、C40、C40。

在结构分析中,采用本文作者所建立的随机损伤本构模型,并采用纤维梁单元模拟梁和柱、采用分层壳单元模拟剪力墙和楼板^[34]。结构分析模型中共包含 53372 个单元,252210 个自由度。

以本梯队近年来研究发展的随机地震动物理模型为结构随机地震动输入依据^[35],研究结构的抗地震倒塌的可靠性。分析中,采用本梯队近年来发展的能量动力稳定性准则判别结构倒塌^[31,32]。

图 5 给出了在地震过程中结构典型层间位移的时点概率分布,从中可以清晰地看到结构响应概率分布随时间的改变。图 6 给出了在相当于 11 度烈度的随机地震动作用下结构整体倒塌概率随时间的变化。由此可见,在非常罕遇的地震动作用下,该结构的倒塌概率高达 47.2%。

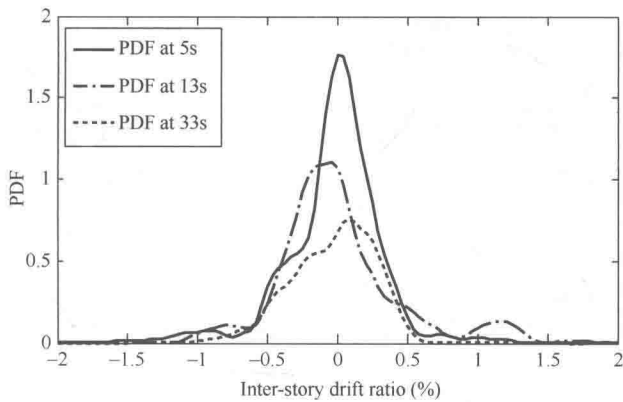


图 5 典型时刻结构层间位移角响应的概率密度函数

7.2 火力发电厂大型冷却塔抗震可靠度分析

冷却塔是火力发电厂的重要工程设施。由于电厂装机容量的增大,我国多个地方建设了高度超过 200m 的大型冷却塔。这些冷却塔大大超过现行设计中总高 165m 的限制。其抗震可靠性令人担忧。