

 IEEE WILEY

现代电机典藏系列

(原书第2版)

机电传动 装置

Electromechanical Motion Devices

Second Edition

保罗·克劳斯 (Paul Krause)

[美] 奥列格·维斯苏克 (Oleg Wasynczuk) 著

史蒂文·帕卡瑞克 (Steven Pekarek)

王云冲 金孟加 沈建新 译



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

非
外
借

现代电机典藏系列

机电传动装置

(原书第2版)

保罗·克劳斯 (Paul Krause)

[美] 奥列格·维斯苏克 (Oleg Wasynczuk) 著

史蒂文·帕卡瑞克 (Steven Pekarek)

王云冲 金孟加 沈建新 译



机械工业出版社

本书共分 10 章, 全面阐述了现代机电传动系统的控制思想。本书从电机机电能量转换的基本原理讲起, 对直流电机的控制特性进行了阐述, 详细介绍了参考坐标系理论及其在现代电机控制中的应用, 对对称感应电机、同步电机、永磁同步电机、步进电机和单相感应电机的结构和控制方法进行了详细的描述, 总结了高性能控制算法下不同电机的控制特性。

本书内容深入浅出, 编排合理, 理论翔实, 分析透彻, 并引用大量高水平参考文献, 能够最大程度地反映近 30 年电机控制领域的研究成果。

本书适合作为高年级本科生和低年级研究生的教学参考书, 也适宜从事电机及其控制和电力电子方向的工程技术人员阅读。

Copyright © 2012 by Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.
All Rights Reserved. This translation published under license. Authorized translation from the English language edition, entitled Electromechanical Motion Devices, 2nd Edition, ISBN: 978-1-118-29612-7, by Paul Krause, Oleg Wasynczuk, Steven Pekarek, Published by John Wiley & Sons. No part of this book may be reproduced in any form without the written permission of the original copyrights holder.

本书中文简体字版由 Wiley 授权机械工业出版社独家出版。未经出版者书面允许, 本书的任何部分不得以任何方式复制或抄袭。版权所有, 翻印必究。

北京市版权局著作权合同登记 图字: 01-2013-3398 号。

图书在版编目 (CIP) 数据

机电传动装置: 原书第 2 版/(美) 保罗·克劳斯 (Paul Krause) 等著; 王云冲, 金孟加, 沈建新译. —北京: 机械工业出版社, 2018.9

(现代电机典藏系列)

书名原文: Electromechanical Motion Devices, Second Edition

ISBN 978-7-111-60691-8

I. ①机… II. ①保…②王…③金…④沈… III. ①电力传动控制设备
IV. ①TM921.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 185842 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 江婧婧 责任编辑: 江婧婧

责任校对: 陈越 封面设计: 鞠杨

责任印制: 常天培

北京铭成印刷有限公司印刷

2018 年 11 月第 1 版第 1 次印刷

169mm×239mm·23.5 印张·450 千字

0 001—2 500 册

标准书号: ISBN 978-7-111-60691-8

定价: 139.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线: 010-88361066

机工官网: www.cmpbook.com

读者购书热线: 010-68326294

机工官博: weibo.com/cmp1952

010-88379203

金书网: www.golden-book.com

封面无防伪标均为盗版

教育服务网: www.cmpedu.com

译者序

由于电力电子开关器件的问世,使得交流电机的控制性能得到了极大提升,面向对称感应电机、同步电机、永磁交流电机、步进电机和单相电机的各种高性能控制算法不断出现。同时交流电机高性能控制技术的突破,使得交流电机传动系统已经广泛应用于电动汽车、新能源发电和轨道交通等领域。参考坐标系理论是交流电机高性能控制技术的关键,理解参考坐标系理论对于掌握和实现交流电机的高性能控制算法十分必要。在上述背景下,能够出版一本专门阐述交流电机高性能控制方法,并注重对参考坐标系理论进行详尽讲解的图书显得十分必要。如何编写一本适应现代技术发展现状并满足人才培养需求的图书,已经成为国内外学者面临的重大课题。本书内容曾广泛用于普度大学的本科教学,并得到业界广大读者的肯定。

本书内容分为三部分,第一部分讲述电机的基本原理,包括磁耦合绕组分析、机电能量转换、直流电机、绕组和旋转磁动势(第1~4章);第二部分详细阐述了参考坐标系理论(第5章);第三部分分别阐述对称感应电机、同步电机、永磁交流电机、步进电机和单相感应电机的控制模型和控制特性(第6~10章)。

本书作者之一 Paul Krause 教授,获得美国堪萨斯大学电气工程博士学位,曾在普度大学任教长达 39 年,同时兼任堪萨斯大学和威斯康星大学教授。他是 IEEE 终身会士,发表学术论文 100 余篇,曾获得 IEEE Nikola Tesla 奖。Paul Krause 教授是现代参考坐标系理论的奠基人之一,这一理论的提出,极大地简化了电机控制特性的分析过程。20 世纪 60 年代,他提出了任意参考坐标系变换的概念,用于多参考坐标系分析,从而奠定了现代参考坐标系理论的基础。Paul Krause 教授的研究成果,广泛应用于汽车、飞机、船舶的电力驱动系统以及电网领域,并于 1983 年创办了 PC Krause and Associates 公司。

本书的主要翻译工作由浙江大学沈建新教授统稿,金孟加博士负责本书第 1~5 章,以及第 10 章的翻译工作,王云冲博士负责本书第 6~9 章的翻译工作以及文稿的整理工作。

译者所在的科研小组从事电机设计与控制研究多年,对国内外电机控制技术

的研究进展非常关注,也一直希望能够将国外的研究成果引入国内。在此,非常感谢机械工业出版社给了译者一次翻译国外高水平著作的机会,并对为本书付出大量辛勤劳动的责任编辑江婧婧表示诚挚的谢意。

由于译者的能力有限,书中内容难免存在不妥之处,有些内容未能准确传达原书作者的写作思想,恳请广大读者提出宝贵意见并给予批评指正。衷心希望通过我们的努力,能够将 Paul Krause 教授等人精心撰写的这部著作推荐给读者,为促进国内电机控制技术的建设贡献一份力量。

译者

2018年8月

原书序言

自 20 世纪中期开始,随着电力电子开关器件的出现,电机高性能控制开始受到重视,逐渐成为工业领域中的一项重要产业。开关器件性能的不不断提升,电气传动设备的出现,以及发展具有成本优势的混合动力、纯电动汽车和更高效清洁电网的需求,促成了电机控制产业过去 25 年的加速增长。电力电子器件性能的提高,使得交流电机性能控制技术取得重大突破成为可能。例如,高性能控制技术的应用,使得永磁同步电机和感应电机的控制特性已经完全不同其传统稳态特性和转矩—转速特性。在高性能控制算法的设计中,需要通过交流变量的坐标变换,将交流电机的控制变量变换为类似直流电机的控制变量,然而,这些坐标变换必须嵌入控制算法中,从而增加了控制算法的复杂性。另外,在设计过程中,必须要对电气与机械瞬态过程进行精确的计算机仿真分析。参考坐标系理论是交流电机高性能控制技术的关键,因此,对其进行介绍非常有益于电机学的本科教学。如果讲解的方法准确且通俗易懂,以目前的学业情况,电气工程专业三年级的本科生完全可以掌握参考坐标系理论的相关概念。本书的目的便是为了完成这个现实的目标。

本书前 4 章涵盖了磁场耦合绕组的分析、机电能量转换、直流电机、绕组和旋转磁动势方面的内容。在这些内容中,对直流电机的优势和特性进行了阐述,直流电机的这些优势和特性也是交流电机控制效仿的目标。此外,还对直流传动系统中变换器的受控开关器件进行了简单介绍,然而,这种简单介绍不需要具有自动控制领域或者半导体物理学领域的专业背景。

第 5 章介绍了参考坐标系理论。本章内容不是一个冗长的、涉及三相系统的论述,而是通过两相系统进行的简洁论述,如果仔细地学习本章内容,会使后续章节中电机分析的内容成为一个简明且省时的任务。根据作者的经验,在三相系统分析中所涉及的三角函数关系会造成学生理解上的困难,进而难以掌握参考坐标系理论的概念和优点。为了使集中精力,深入理解参考坐标系统的基本原理和优点,而不因复杂的三角函数计算而分心,本章几乎全部的概念均是在两相系统中进行阐述的。实际上,掌握了第 5 章的内容,不需要额外的推导,学生就能够预见后续章节电机分析过程中所需要的变量以及电压方程的变换结果。而

且,两相电机与三相电机的分析方法、瞬态和稳态特性,在本质上是相同的。两者细微的差别在本书的最后两章进行了简要的阐述,使得两相电机扩展到三相电机更加直接易懂。

近25年来,电机的高性能控制技术主要应用于感应电机磁场定向控制,永磁同步电机和直流无刷电机的恒转矩控制和恒功率控制,以及用于风力发电的无刷双馈电机的控制。本书对其中一些应用做了介绍,虽然没有对这些应用的细节展开论述,但已经足够给读者留下一个清晰的第一印象。

第1~5章的内容是后续章节论述的基础,阐明了这些内容后,本书的写作目的已经基本完成。虽然第6章内容应该先于第10章进行阐述,但是第6~9章的内容顺序不分先后,实际授课中可以不按本书顺序进行。尽管顺序和内容深度可根据授课需要进行调整,但根据授课对象的不同,本书内容可用于两种可行的教学方案。面向电力电子专业的学生,可以删减第3章内容并加入第6、7和第10章的内容;面向电气传动专业的学生,可以加入第6、8、9和第10章内容。实际上,根据不同的学生背景和教学目标,本书可以起到不同的作用。当然,本书的目的不是包含一门本科课程的全部教学材料。教师可以选择合适的授课内容和深度,以便学生为以后的深入学习做好准备,并为学生以后的工程实践提供一个现实的背景和良好的参照。此外,本书的内容也可用于一个包括两门课程的系列课程,其中第二门可以作为更高一级的研究生入门课程。为便于理解,一些参考文献在不同章节中被重复引用,这是作者有意为之,一旦教师熟悉了本书的这个特点,会发现可以直接讲授本书的任何章节,而不必先讲授该章之前的内容。

Paul Krause
Oleg Wasynczuk
Steven Pekarek

关于作者

Paul Krause 曾在普度大学担任教授长达 39 年，现已退休。他也曾兼任堪萨斯大学和威斯康星大学的教授。Krause 教授是 IEEE 终身会士，发表学术论文 100 余篇，写作电机领域教材三部。他曾获得 2010 年度 IEEE Nikola Tesla 奖。他于内布拉斯加州立大学获得电气与机械工程学士学位和电气工程硕士学位，于堪萨斯大学获得电气工程博士学位。Krause 教授现在是 PC Krause and Associates 公司董事会主席兼 CEO，其办公室分别位于印第安纳州西拉法叶市和俄亥俄州代顿市。

Oleg Wasynczuk 是普度大学电气与计算机工程系的教授。Wasynczuk 教授已发表学术论文 100 余篇，写作电机领域教材两部。他是 IEEE 会士，曾获得 2008 年度 IEEE Cyril Veinott 奖。他于布莱德利大学获得电气工程学士学位，于普度大学获得电气工程硕士学位和博士学位。Wasynczuk 教授现在是 PC Krause and Associates 公司首席技术官。

Steven Pekarek 是普度大学电气与计算机工程系的教授。他是 IEEE 高级会员，发表学术论文 80 余篇。Pekarek 教授曾担任 2003 年 Futhure Energy Chanllenge 大会秘书，2005 年 Futhure Energy Chanllenge 大会主席，2005 年 IEEE International Electric Machines and Drives 大会技术联合主席以及 2008 年 IEEE Applied Power Electronics 大会主席。他是 IEEE Transactions on Power Electronics 和 IEEE Transactions on Energy Conversion 杂志的编辑。Pekarek 教授于普度大学获得电气工程学士学位和博士学位。

目 录

译者序

原书序言

关于作者

第1章 磁路和磁耦合电路	1
1.1 引言	1
1.2 相量分析	1
1.3 磁路	7
1.4 磁材料的属性	12
1.5 静态磁耦合电路	16
1.6 静态磁耦合电路的开路和短路特性	23
1.7 包含机械运动的磁系统	27
1.8 小结	33
1.9 参考文献	34
1.10 习题	34
第2章 机电能量转换	37
2.1 引言	37
2.2 能量守恒关系	37
2.3 耦合场中的能量	42
2.4 能量转换图解	48
2.5 电磁力与静电力	50
2.6 基本电磁铁的工作特性	55
2.7 单相磁阻电机	60
2.8 相对运动中的绕组	65
2.9 小结	67
2.10 习题	68
第3章 直流电机	72
3.1 引言	72

3.2	基本直流电机	72
3.3	电压和转矩方程	80
3.4	永磁直流电机	82
3.5	永磁直流电机的动态特性	85
3.6	恒转矩和恒功率运行的介绍	87
3.7	永磁直流电机的时域框图和状态方程	94
3.8	电压控制简介	97
3.9	小结	104
3.10	参考文献	104
3.11	习题	104
第4章	绕组和旋转磁动势	106
4.1	引言	106
4.2	绕组	106
4.3	正弦分布绕组的气隙磁动势	108
4.4	两极电机的旋转气隙磁动势	114
4.5	P 极电机	119
4.6	几种机电传动装置简介	124
4.7	小结	130
4.8	习题	131
第5章	参考坐标系理论简介	134
5.1	引言	134
5.2	背景	135
5.3	变换方程和变量转换	136
5.4	静止电路变量到任意速参考坐标系的变换	138
5.5	平衡组合和稳态平衡运行的变量转换	142
5.6	几种参考坐标系下的变量观察	146
5.7	三相系统的变换方程	150
5.8	小结	152
5.9	参考文献	153
5.10	习题	153
第6章	对称感应电机	155
6.1	引言	155
6.2	两相感应电机	155
6.3	电压方程与绕组电感	160
6.4	转矩	165

6.5	任意参考坐标系下的电压方程	166
6.6	线性磁链方程与等效电路	169
6.7	任意参考坐标系下的转矩方程	171
6.8	稳态运行的分析	173
6.9	电机变量的稳态与暂态特性	183
6.10	静止、转子与同步旋转参考坐标系下的电机起动	192
6.11	磁场定向控制技术简介	195
6.12	三相感应电机	201
6.13	小结	207
6.14	参考文献	208
6.15	习题	208
第7章	同步电机	211
7.1	引言	211
7.2	两相同步电机	211
7.3	电压方程与绕组电感	215
7.4	转矩	221
7.5	转子参考坐标系下的电机方程	222
7.6	转子功率角	228
7.7	稳态运行分析	228
7.8	电机的暂态和稳态响应	240
7.9	三相同步电机	246
7.10	小结	251
7.11	参考文献	252
7.12	习题	252
第8章	永磁交流电机	254
8.1	引言	254
8.2	两相永磁交流电机	255
8.3	永磁交流电机中的电压方程和绕组电感	258
8.4	转矩	260
8.5	永磁交流电机转子坐标系下电机方程	260
8.6	两相无刷直流电机	262
8.7	无刷直流电机动态特性	266
8.8	永磁交流电机定子电压的相位移动	269
8.9	恒转矩和恒功率运行概述	276
8.10	时域框图及状态方程	282

8.11	直轴和交轴电感	286
8.12	三相永磁交流电机	288
8.13	三相无刷直流电机	295
8.14	小结	302
8.15	参考文献	303
8.16	习题	303
第9章	步进电机	305
9.1	引言	305
9.2	多段变磁阻步进电机的基本结构	305
9.3	多段变磁阻步进电机的方程	310
9.4	多段变磁阻步进电机的运行特征	313
9.5	单段变磁阻步进电机	317
9.6	永磁步进电机的基本结构	320
9.7	永磁步进电机的方程	323
9.8	转子参考坐标系下的永磁步进电机方程 - 忽略磁阻转矩	325
9.9	小结	329
9.10	参考文献	330
9.11	习题	330
第10章	非平衡运行和单相感应电机	331
10.1	引言	331
10.2	对称分量	331
10.3	非平衡运行模式分析	335
10.4	单相感应电机	342
10.5	电容起动感应电机	343
10.6	电容起动单相感应电机的动态和稳态性能	345
10.7	分相感应电机	347
10.8	小结	348
10.9	参考文献	348
10.10	习题	349
附 录		350
附录 A		350
附录 B		353
附录 C		359

磁路和磁耦合电路

1.1 引言

在深入分析机电传动装置之前,让我们简要地回顾一下我们以前所学过的物理和基本电路分析方面的知识,这将有利于我们以后的学习。本章将着重介绍磁路分析方法、磁介质的基本性质、静态等效磁路推导过程以及磁耦合装置。这些内容的大部分我们将以回顾和综述的方式呈现给大家,因为具体的知识在大学二年级的物理课程或者是讲述电路原理的电气工程引论课程上都有相关详细资料。通过回顾这些知识,我们可以建立可供以后使用的概念和术语,这将为机电传动装置的研究提供适当的基础。

也许这一章最重要的一个新概念便是对于所有的机电传动装置,其中的机械运动无论是平移运动或者是旋转运动,都一定是对电系统变化的一个映射。这种电系统的变化可以是电磁系统中磁链的变化,也可以是静电系统中的电荷变化。而在本书中,我们将主要涉及的是电磁系统。如果电磁系统是线性的,那么由运动引起的磁链变化其根源在于电感的变化。也就是说,我们会发现,与机电传动装置相关联电路的电感是机械运动的一个函数。在本章中,我们将学习如何在一些简单的平移和旋转机电装置中表述自感和互感,并处理这些不断变化的电感在与机电系统相关联电路的电压方程中的表达方式。

本书中大多数章节内容的最后都有简短的问题(SP),并提供答案。如果我们设计合理的话,每一个简短的问题,应该在10min之内就可以解决。此外,也可以根据学生的背景,适当地跳过或者简略本章中的一些内容。例如,对于那些熟悉相量概念的读者可以选择跳过接下来这一小节的全部或大部分内容。在每章结束时,我们将花一些时间来回顾一下这一章我们已经学过的重点内容,并提及后面一章所要讲解的内容,以及如何将这些内容连贯起来。

1.2 相量分析

相量常用来分析交流电路和设备的稳态性能。相量这个概念可以用以下的式(1.2-1)较容易地建立起来,它表示一个稳态的、正弦的变化量。

$$F_a = F_p \cos \theta_{ef} \quad (1.2-1)$$

公式中大写字母用来表示稳态量, 而 F_p 是正弦变化量的峰值, 这里的变化量一般指的是电压或电流, 但也可以是任何电气或机械的正弦变化量。在稳态条件下, 式 (1.2-1) 中的 θ_{ef} 可以写成

$$\theta_{ef} = \omega_e t + \theta_{ef}(0) \quad (1.2-2)$$

式中, ω_e 是电角速度; $\theta_{ef}(0)$ 是零时刻的电位角。将式 (1.2-2) 代入式 (1.2-1), 可以得出

$$F_a = F_p \cos[\omega_e t + \theta_{ef}(0)] \quad (1.2-3)$$

由于

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j \sin\alpha \quad (1.2-4)$$

式 (1.2-3) 也可以写成

$$F_a = \operatorname{Re}\{F_p e^{j[\omega_e t + \theta_{ef}(0)]}\} \quad (1.2-5)$$

式中, Re 是实部 (Real part of) 的简写。式 (1.2-3) 和式 (1.2-5) 是等价的。式 (1.2-5) 稍加变形可以得到

$$F_a = \operatorname{Re}\{F_p e^{j\theta_{ef}(0)} e^{j\omega_e t}\} \quad (1.2-6)$$

这里我们还需花点时间来定义一下什么是正弦变量中的方均根 (也称有效值 rms)。在数学中, 方均根 (rms) 的具体定义是

$$F = \left(\frac{1}{T} \int_0^T F_a^2(t) dt \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.2-7)$$

式中, F 是函数 $F_a(t)$ 的方均根值; 而 T 是正弦变化量的周期。式 (1.2-3) 中所表示的变量其方均根值为 $F_p/\sqrt{2}$, 这一点我们留给读者自己证明。因此我们可以将式 (1.2-6) 表达成

$$F_a = \operatorname{Re}[\sqrt{2} F e^{j\theta_{ef}(0)} e^{j\omega_e t}] \quad (1.2-8)$$

我们用添加上波浪号的方法来表示 F_a 的相量形式, 这样 F_a 的相量就定义为

$$\tilde{F}_a = F e^{j\theta_{ef}(0)} \quad (1.2-9)$$

相量是一个复数。为什么采取方均根的形式来表示相量的幅值我们将在这一节的后面部分说明。现在, 式 (1.2-6) 可以写成

$$F_a = \operatorname{Re}[\sqrt{2} \tilde{F}_a e^{j\omega_e t}] \quad (1.2-10)$$

式 (1.2-9) 可简写为

$$\tilde{F}_a = F \angle \theta_{ef}(0) \quad (1.2-11)$$

式 (1.2-11) 中表达的相量通常被称为极坐标形式的相量。直角坐标系下的相量可以表示为

$$\tilde{F}_a = F \cos\theta_{ef}(0) + j F \sin\theta_{ef}(0) \quad (1.2-12)$$

当我们使用相量来计算稳态电压和电流时, 我们认为相量从 $t=0$ 时刻开始就是

稳定不变的。从另一方面讲,相量所表示的正弦量的值却是瞬变的。让我们花一点时间来考虑相量这两个方面的特性,从而从物理意义上对其有更好的理解。从式(1.2-4)我们可以发现 $e^{j\omega_e t}$ 表示幅值固定为单位长度的一条线段以角速度 ω_e 逆时针方向旋转。因此

$$\sqrt{2}\tilde{F}_a e^{j\omega_e t} = \sqrt{2}F \{ \cos[\omega_e t + \theta_{ef}(0)] + j\sin[\omega_e t + \theta_{ef}(0)] \} \quad (1.2-13)$$

$\sqrt{2}\tilde{F}_a e^{j\omega_e t}$ 表示幅值恒定为 $\sqrt{2}F$ 的一条线段以角速度 ω_e 逆时针方向旋转,并且在零时刻线段与极轴正方向的角度差为 $\theta_{ef}(0)$ 。因此 $\sqrt{2}F$ 是正弦变量的幅值,瞬时值 F_a 为表达式(1.2-13)的实部。换句话说,相量 $\tilde{F}_a$ 的实部就是瞬变量 $F_a/\sqrt{2}$ 在零时刻的值。随着时间推移, $\tilde{F}_a e^{j\omega_e t}$ 以角速度 ω_e 逆时针方向旋转,而它的实部,根据式(1.2-10),是 $F_a/\sqrt{2}$ 的瞬时值。因此,对于变量

$$F_a = \sqrt{2}F \cos \omega_e t \quad (1.2-14)$$

其相量表达式是

$$\tilde{F}_a = F e^{j0} = F \angle 0^\circ = F + j0 \quad (1.2-15)$$

对于变量

$$F_a = \sqrt{2}F \sin \omega_e t \quad (1.2-16)$$

其相量表示是

$$\tilde{F}_a = F e^{-j\pi/2} = F \angle -90^\circ = 0 - jF \quad (1.2-17)$$

尽管有多种方法可以从表达式(1.2-16)得到表达式(1.2-17),问自己以下问题对理解总是有帮助的,在零时刻旋转的相量应该落在哪里,才能使得当它以速度 ω_e 旋转的时候,它的实部刚好就是 $(1/\sqrt{2})F_p \sin \omega_e t$? 你是否能清楚地知道一个位于 $\frac{\pi}{2}$ 相位的、幅值为 F 的相量,是否能表示 $-\sqrt{2}F \sin \omega_e t$ 这一瞬变量呢?

为了显示相量表示在交流电路和装置稳态性能分析中的方便之处,让我们来看一个由电阻、电感和电容所构成的电路。这个电路的电压方程为

$$v_a = Ri_a + L \frac{di_a}{dt} + \frac{1}{C} \int i_a dt \quad (1.2-18)$$

对于稳态情况而言,设定

$$V_a = \sqrt{2}V \cos[\omega_e t + \theta_{ev}(0)] \quad (1.2-19)$$

$$I_a = \sqrt{2}I \cos[\omega_e t + \theta_{ei}(0)] \quad (1.2-20)$$

这里的下标 a 是用来区分瞬时值和稳态变量的方均根值。将式(1.2-19)和式(1.2-20)代入式(1.2-18),我们可以得到展开的电压方程

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2}V\cos[\omega_e t + \theta_{ev}(0)] &= R\sqrt{2}I\cos[\omega_e t + \theta_{ei}(0)] \\
 &\quad + \omega_e L\sqrt{2}I\cos[\omega_e t + \frac{1}{2}\pi + \theta_{ei}(0)] \\
 &\quad + \frac{1}{\omega_e C}\sqrt{2}I\cos[\omega_e t - \frac{1}{2}\pi + \theta_{ei}(0)] \quad (1.2-21)
 \end{aligned}$$

式(1.2-21)右边的第二项为 $L \frac{di_a}{dt}$ 的展开, 可以写成以下形式:

$$\omega_e L\sqrt{2}I\cos[\omega_e t + \frac{1}{2}\pi + \theta_{ei}(0)] = \omega_e L\operatorname{Re}[\sqrt{2}Ie^{j\frac{1}{2}\pi}e^{j\theta_{ei}(0)}e^{j\omega_e t}] \quad (1.2-22)$$

由于 $\tilde{I}_a = Ie^{j\theta_{ei}(0)}$, 我们可以写出

$$L \frac{d\tilde{I}_a}{dt} = \omega_e L e^{j\frac{1}{2}\pi} \tilde{I}_a \quad (1.2-23)$$

由于 $e^{j\frac{1}{2}\pi} = j$, 式(1.2-23)可以写成

$$L \frac{d\tilde{I}_a}{dt} = j\omega_e L \tilde{I}_a \quad (1.2-24)$$

如果采用相似的变化过程, 我们同样可以得到

$$\frac{1}{C} \int \tilde{I}_a dt = -j \frac{1}{\omega_e C} \tilde{I}_a \quad (1.2-25)$$

一个有趣的现象是, 对一个稳态的正弦变量的微分操作对应其相量的变化是逆时针方向旋转 $\frac{1}{2}\pi$, 而对其积分则对应的是相量顺时针旋转 $\frac{\pi}{2}$ 。

现在, 式(1.2-21)所表示的电压方程可以写成相量的形式如下:

$$\tilde{V}_a = \left[R + j\left(\omega_e L - \frac{1}{\omega_e C}\right) \right] \tilde{I}_a \quad (1.2-26)$$

我们可以将式(1.2-26)写得更加紧凑的形式:

$$\tilde{V}_a = Z \tilde{I}_a \quad (1.2-27)$$

式中, Z 称为阻抗, 在数值上是复数, 但不是相量, 经常被表示为

$$Z = R + j(X_L - X_C) \quad (1.2-28)$$

式中, $X_L = \omega_e L$ 被称为感抗; $X_C = \frac{1}{\omega_e C}$ 被称为容抗。

瞬时功率的表达式为

$$P = V_a I_a = \sqrt{2}V\cos[\omega_e t + \theta_{ev}(0)]\sqrt{2}I\cos[\omega_e t + \theta_{ei}(0)] \quad (1.2-29)$$

经过一些三角变化, 我们可以将式(1.2-29)变成

$$P = VI\cos[\theta_{ev}(0) - \theta_{ei}(0)] + VI\cos[2\omega_e t + \theta_{ev}(0) + \theta_{ei}(0)] \quad (1.2-30)$$

这样, 平均功率 P_{ave} 可以写作

$$P_{ave} = |\tilde{V}_a| |\tilde{I}_a| \cos[\theta_{ev}(0) - \theta_{ei}(0)] \quad (1.2-31)$$

式中, $|\tilde{V}|$ 和 $|\tilde{I}|$ 为相量的幅值 (方均根), $\theta_{ev}(0) - \theta_{ei}(0)$ 为功率因数角 φ_{pf} , 而 $\cos[\theta_{ev}(0) - \theta_{ei}(0)]$ 就称为功率因数。假定电流的正方向与电压的正方向 (电压下降方向) 相同, 当电能是被消耗时, 式 (1.2-31) 为正值, 当电能是被产生时, 式 (1.2-31) 为负值。从式 (1.2-29) 到式 (1.2-30) 的转换过程中, 需要指出的一个有趣的事情是等式右边的系数是 $\frac{1}{2}(\sqrt{2}V\sqrt{2}I)$, 或者说是电压电流两个峰值乘积的一半。因此, 我们认为使用方均根来表示相量的幅值更加方便, 这样平均功率就可以像式 (1.2-31) 所示, 直接用电压和电流的相量幅值乘积表示。

我们从式 (1.2-30) 显示的瞬时功率表达式可以看出, 单相交流电路的瞬时功率在平均值的上下以 $2\omega_e t$ 振动。让我们花点时间再来看一下两相交流电路稳态功率的情况。平衡的、稳态的两相系统变量 (a 相和 b 相) 可以表示为

$$V_a = \sqrt{2}V\cos[\omega_e t + \theta_{ev}(0)] \quad (1.2-32)$$

$$I_a = \sqrt{2}I\cos[\omega_e t + \theta_{ei}(0)] \quad (1.2-33)$$

$$V_b = \sqrt{2}V\cos[\omega_e t - \frac{1}{2}\pi + \theta_{ev}(0)] \quad (1.2-34)$$

$$I_b = \sqrt{2}I\cos[\omega_e t - \frac{1}{2}\pi + \theta_{ei}(0)] \quad (1.2-35)$$

总的瞬时功率为

$$P = V_a I_a + V_b I_b \quad (1.2-36)$$

将式 (1.2-32) 至式 (1.2-35) 代入式 (1.2-36), 经过一些三角变化, 两相系统总的瞬时功率可以表示为

$$P = 2|\tilde{V}_a||\tilde{I}_a|\cos\varphi_{pf} \quad (1.2-37)$$

我们注意到很重要的一点, 带有 $2\omega_e t$ 的振动项没有了。换言之, 总的稳态瞬时功率是一个恒定值。对于三相对称系统而言, 三相电压或电流相量错开 120° , 总的稳态瞬时功率也是一个恒定值, 在数值上等于三倍单相平均功率。也就是说, 在三相系统中, 式 (1.2-37) 中系数 2 变成了 3。

例 1A 画出相量图经常会使相量关系更加容易理解。例如, 让我们考虑以下的电压方程:

$$\tilde{V} = Z\tilde{I} + \tilde{E} \quad (1A-1)$$

式中, Z 由式 (1.2-28) 给出, 我们假定 $\tilde{V}$ 和 $\tilde{I}$ 已知, 现在要计算 $\tilde{E}$, 相量图可以作为这种计算的初步验证。我们画相量图时假定 $|X_L| > |X_C|$, 同时 $\tilde{V}$ 和 $\tilde{I}$ 已知