计算机专业"十三五"规划教材

计算机数学基础

JISUANJI SHUXUE JICHU

主编 刘淋

江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

计算机专业“十三五”规划教材

计算机数学基础

主编　刘　淋

主审　张玉祥

江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

镇　江

内 容 提 要

本教材主要介绍了计算机理论需要用到的基础数学知识．除了预备知识外，本教材共分为 8 章，分别介绍了函数、极限与连续，导数与微分，导数的应用，积分及其应用，矩阵与线性方程组，概率论，数理逻辑，图论等内容．

本书既可作为各类院校计算机相关专业的教材，也可供从事计算机专业的科学工作者及相关工程技术人员参考．

图书在版编目（C I P）数据

计算机数学基础 / 刘淋主编. -- 镇江 : 江苏大学出版社, 2018.1

ISBN 978-7-5684-0659-8

Ⅰ. ①计… Ⅱ. ①刘… Ⅲ. ①电子计算机－数学基础－高等职业教育－教材 Ⅳ. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 009346 号

计算机数学基础

Jisuanji Shuxue Jichu

主　　编 / 刘　淋

责任编辑 / 郑芳媛　吴昌兴

出版发行 / 江苏大学出版社

地　　址 / 江苏省镇江市梦溪园巷 30 号（邮编：212003）

电　　话 / 0511-84446464（传真）

网　　址 / http://press.ujs.edu.cn

排　　版 / 北京金企鹅文化发展中心

印　　刷 / 北京谊兴印刷有限公司

开　　本 / 787 mm×1 092 mm　1/16

印　　张 / 15.75

字　　数 / 393 千字

版　　次 / 2018 年 1 月第 1 版　2018 年 1 月第 1 次印刷

书　　号 / ISBN 978-7-5684-0659-8

定　　价 / 48.00 元

如有印装质量问题请与本社营销部联系（电话：0511-84440882）

前言

计算机是人类科学发展史的里程碑，它将人类从大量烦琐的日常事务中解放出来．电子机算机开启了数字自动化时代．数学是计算机的基础，在计算机理论中需要用到大量的数学知识．例如，软件工程需要图论，软件测试需要组合数学，计算机编程需要集合论、数理逻辑、微积分等．

为适应计算机各专业对数学课程的要求，我们编写了本教材．本教材覆盖了函数、极限与连续，导数与微分，导数的应用，积分及其应用，矩阵与线性方程组，概率论，数理逻辑，图论等内容，重在培养与提高学生应用数学知识解决实际问题的意识与能力，突出分析问题、解决问题所需要的数学思想和计算方法，以便学生在计算机理论的学习和使用过程中，能更灵活地应用数学工具．

本教材具有以下五个特点．

1．计算应用为主，推证理论为辅．本教材着重于计算能力和应用技巧的训练，省略了很多不必要的原理及结论的推导过程．例如，事件的运算律可由文氏图简单证明而得，故本教材将其证明过程略去，留给读者自行探究．

2．紧密结合专业课程，重构知识体系．本教材与专业课紧密结合，根据专业课程对教材内容进行了一体化重构设计．全方位、多角度地调动学生的积极性，使学生深刻体会知识的形成和构建过程．例如，根据数理逻辑在计算机程序设计、程序正确性判断和自动推理系统中的应用，本教材系统介绍了数理逻辑系统的建立过程．

3．海量实例，学练结合．本教材在介绍数学概念和定理时，利用了生动而形象的案例辅助讲解，并通过大量不同形式的例题加深印象，巩固练习，这样不仅有助于学生理解数学定理，还能培养学生利用数学方法解决实际问题的能力．例如，在介绍“通路”的概念时，使用“摆渡问题”作为例题进一步讲解，让学生对“通路”的应用产生简单而直观的认识．

4．重点突出，便于索引．本教材对公式进行了集中整理，定义和定理显著突出，便于学生在学习过程中抓住重点，使用时也方便查找．

5．个性贴士，一点就通．教材中插入了大量的小体例，如“注意”“思考”“说明”“规律”等，帮助学生及时梳理知识点，解决难点，抓住重点．

本书由刘淋担任主编，甘媛担任副主编，黄惠玲、吴丽娇、黄柳铃、沈焰焰、黄爱梅、周桂如、金晶晶参与编写，由张玉祥主审．本书在编写过程中参考了大量有价值的文献，在此对文献作者和资料提供者表示衷心的感谢．

由于编者水平及经验有限，教材难免存在不妥及疏漏之处，恳请读者批评指正．另外，本教材配有丰富的教学资源包，学生可登录北京金企鹅联合出版中心的网站（www.bjjqe.com）下载．

编　者

2017 年 12 月

本书编委会

主　编　刘　淋

副主编　甘　媛

参　编　黄惠玲　吴丽娇　黄柳铃

沈焰焰　黄爱梅　周桂如

金晶晶

主　审　张玉祥

目　录

预备知识

0.1 三角函数和反三角函数

0.1.1 弧度制

1. 弧度制的定义

弧度制是另一种用来度量角度的单位制，它的单位是 rad，读作“弧度”.

定义 1 长度等于半径长的弧所对的圆心角称为 1 弧度的角.

如图 0-1 所示，$\angle AOB = 1\ \text{rad}$，$\angle AOC = 2\ \text{rad}$，周角 $= 2\pi\ \text{rad}$.

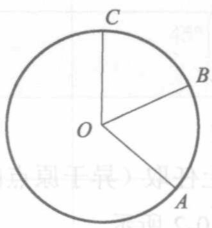

图 0-1

注 意

（1）正角的弧度数是正数，负角的弧度数是负数，零角的弧度数是 0.

（2）角 α 的弧度数的绝对值为 $|\alpha| = \dfrac{l}{r}$（l 为弧长，r 为半径）.

（3）用角度制和弧度制来度量零角，单位不同，但数量相同（都是 0）.

（4）用角度制和弧度制来度量任一非零角，单位不同，数量也不同.

2. 角度制与弧度制的换算

（1）$360° = 2\pi\ \text{rad}$；（2）$180° = \pi\ \text{rad}$；

（3）$1^\circ = \dfrac{\pi}{180}\ \text{rad} \approx 0.017\,45\ \text{rad}$；（4）$1\ \text{rad} = \left(\dfrac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57.30^\circ = 57^\circ 18'$.

例 1　把 $67^\circ 30'$ 化成弧度.

解　$67^\circ 30' = 67.5^\circ$，所以可得

$$67^\circ 30' = \frac{\pi}{180}\ \text{rad} \times 67.5 = \frac{3}{8}\pi\ \text{rad}.$$

例 2　把 $\dfrac{3}{5}\pi\ \text{rad}$ 化成度.

解　$\dfrac{3}{5}\pi\ \text{rad} = \dfrac{3}{5} \times 180^\circ = 108^\circ$.

注　意

今后在具体运算时，“弧度”二字和单位符号“rad”可以省略. 例如，3 表示 3 rad，$\sin\pi$ 表示 π rad 角的正弦.

0.1.2　三角函数

设 α 是一个任意角，在 α 的终边上任取（异于原点的）一点 $P(x, y)$，则 P 与原点的距离为 $r = \sqrt{|x|^2 + |y|^2} = \sqrt{x^2 + y^2} > 0$，如图 0-2 所示.

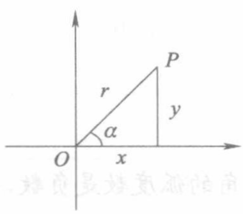

图 0-2

（1）比值 $\dfrac{y}{r}$ 称为 α 的正弦，记作 $\sin\alpha = \dfrac{y}{r}$.

（2）比值 $\dfrac{x}{r}$ 称为 α 的余弦，记作 $\cos\alpha = \dfrac{x}{r}$.

（3）比值 $\dfrac{y}{x}$ 称为 α 的正切，记作 $\tan\alpha = \dfrac{y}{x}$.

（4）比值 $\dfrac{x}{y}$ 称为 α 的余切，记作 $\cot\alpha = \dfrac{x}{y}$.

（5）比值$\dfrac{r}{x}$称为α的正割，记作$\sec\alpha=\dfrac{r}{x}=\dfrac{1}{\cos\alpha}$.

（6）比值$\dfrac{r}{y}$称为α的余割，记作$\csc\alpha=\dfrac{r}{y}=\dfrac{1}{\sin\alpha}$.

以上六种函数统称为三角函数.

三角函数的定义域和值域见表 0-1.

表 0-1

函　数	定义域	值　域
$y=\sin\alpha$	$\mathbf{R}$	$[-1,1]$
$y=\cos\alpha$	$\mathbf{R}$	$[-1,1]$
$y=\tan\alpha$	$\{\alpha\mid\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$	$\mathbf{R}$

特殊角的三角函数见表 0-2.

表 0-2

锐角 / 三角函数	$30^\circ\left(或\dfrac{\pi}{6}\right)$	$45^\circ\left(或\dfrac{\pi}{4}\right)$	$60^\circ\left(或\dfrac{\pi}{3}\right)$
$\sin\alpha$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

例 3　已知α的终边经过点$P(2,-3)$，如图 0-3 所示，求α的六个三角函数值.

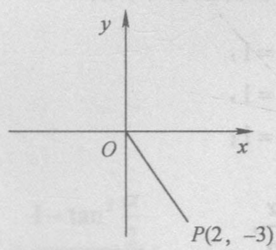

图 0-3

解　$x=2$，$y=-3$，$r=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$.

所以

$$\sin\alpha=-\frac{3\sqrt{13}}{13}，\ \cos\alpha=\frac{2\sqrt{13}}{13}，$$

$$\tan\alpha=-\frac{3}{2}，\ \cot\alpha=-\frac{2}{3}，$$

$$\sec\alpha=\frac{\sqrt{13}}{2}，\ \csc\alpha=-\frac{\sqrt{13}}{3}.$$

例 4　（1）已知角 α 的终边经过 $P(4,-3)$，求 $2\sin\alpha+\cos\alpha$ 的值.

（2）已知角 α 的终边经过 $P(4a,-3a)\ (a\neq 0)$，求 $2\sin\alpha+\cos\alpha$ 的值.

解　（1）由定义可得 $r=5$，$\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，$\cos\alpha=\frac{4}{5}$，所以可得

$$2\sin\alpha+\cos\alpha=-\frac{2}{5}.$$

（2）若 $a>0$，$r=5a$，则 $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，$\cos\alpha=\frac{4}{5}$，所以可得

$$2\sin\alpha+\cos\alpha=-\frac{2}{5}.$$

若 $a<0$，$r=-5a$，则 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\cos\alpha=-\frac{4}{5}$，所以可得

$$2\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{2}{5}.$$

0.1.3　同角三角函数的关系

1. 一般关系

由三角函数的定义，我们可以得到以下关系：

（1）倒数关系 $\begin{cases}\sin\alpha\cdot\csc\alpha=1,\\ \cos\alpha\cdot\sec\alpha=1,\\ \tan\alpha\cdot\cot\alpha=1;\end{cases}$

（2）商数关系 $\begin{cases}\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\\ \cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha};\end{cases}$

（3）平方关系 $\begin{cases}\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1,\\ 1+\tan^2\alpha=\sec^2\alpha,\\ 1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha.\end{cases}$

2. 三角函数的诱导公式

1）诱导公式（一）

$\sin(k\cdot 2\pi+\alpha)=\sin\alpha$； $\cos(k\cdot 2\pi+\alpha)=\cos\alpha$； $\tan(k\cdot 2\pi+\alpha)=\tan\alpha\ (k\in\mathbf{Z})$.

2）诱导公式（二）

$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$； $\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$； $\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$；

$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$； $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$； $\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$.

3）诱导公式（三）

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$； $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$； $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$.

3. 两角和、差的正弦、余弦、正切

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$；

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$；

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$；

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$；

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta};$$

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}.$$

4. 二倍角的正弦、余弦、正切

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$；

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$；

$\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$； $\cot 2\alpha=\dfrac{\cot^2\alpha-1}{2\cot\alpha}$.

5. 万能公式

$\sin\alpha=\dfrac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$； $\cos\alpha=\dfrac{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$； $\tan\alpha=\dfrac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}$.

6. 和差化积和积化和差

1）和差化积

$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$；　　$\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$；

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$；　　$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$.

2）积化和差

$\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$；　　$\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$；

$\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$；　　$\sin\alpha\sin\beta=-\dfrac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$.

例 5　已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=-\dfrac{5}{4}$，求 $\sin\alpha\cos\alpha$ 的值.

解　$(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\dfrac{25}{16}$，即 $1-2\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{25}{16}$，所以

$$\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{9}{32}.$$

例 6　计算 $\sin 315°-\sin(-480°)+\cos(-330°)$.

解　原式 $=\sin(360°-45°)+\sin(360°+120°)+\cos(-360°+30°)$

$=-\sin 45°+\sin 60°+\cos 30°$

$=\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

例 7　计算下列各式的值.

（1）$\cos 105°$；　（2）$\cos 15°$；　（3）$\cos\dfrac{\pi}{5}\cos\dfrac{3\pi}{10}-\sin\dfrac{\pi}{5}\sin\dfrac{3\pi}{10}$.

解　（1）$\cos 105°=\cos(60°+45°)=\cos 60°\cos 45°-\sin 60°\sin 45°$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$.

（2）$\cos 15°=\cos(60°-45°)=\cos 60°\cos 45°+\sin 60°\sin 45°$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$.

（3）$\cos\dfrac{\pi}{5}\cos\dfrac{3\pi}{10}-\sin\dfrac{\pi}{5}\sin\dfrac{3\pi}{10}=\cos\left(\dfrac{\pi}{5}+\dfrac{3\pi}{10}\right)=\cos\dfrac{\pi}{2}=0$.