

信号与系统考研辅导 与知识点解析

齐爱学 编著



科学出版社

信号与系统考研辅导与知识点解析

齐爱学 编著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是面向高等院校电子、电气和通信信息类本科生学习的“信号与系统”课程相配套的一本同步教学辅导书及习题库,同时也是一本很好的考研辅导资料。本书的基本内容为信号与系统、连续时间系统的时域分析、离散时间系统的时域分析、连续时间系统的频域分析、连续时间系统的复频域分析、离散时间系统的 z 域分析和系统函数7章,每章分为考试内容(知识点)、内容(知识点)详解、典型实例和典型习题4个部分,最后是模拟试题和解析答案。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统考研辅导与知识点解析/齐爱学编著. —北京:科学出版社, 2017.12

ISBN 978-7-03-055854-1

I. ①信… II. ①齐… III. ①信号系统—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 304891 号

责任编辑:潘斯斯/责任校对:郭瑞芝

责任印制:吴兆东/封面设计:迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017年12月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2017年12月第一次印刷 印张:12 1/2

字数:300 000

定价:39.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

“信号与系统”课程是电子信息类、电气信息类专业的一门重要的基础课程，本课程用到的工程数学知识较多，习题类型多，学生在学习过程中感觉比较抽象，难于理解，难度较大，特别是有些题型学生无从下手。本书的编写是编者老师在积累多年教学经验和考研辅导的基础上，结合教学过程中学生的特点和考研过程中遇到的问题，在课程组老师的努力下完成的。

本书由齐爱学、张循利、刘岩等编写。其中齐爱学提出了编写大纲，编写了第2章、第4章、第5章和第7章及模拟题，并和刘岩等人完成了统稿；张循利编写了第1章，刘岩编写了第3章和第6章。

本书的出版得到了2012年山东省省级特色专业、2012年山东省省级精品课程、2015年山东省专业发展支持计划、滨州学院重点课程建设项目、滨州学院质量提升计划项目的支持，特此感谢。

由于编者水平有限及时间紧迫，书中不妥之处难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

2017年10月

目 录

第一章	信号与系统	1
第二章	连续时间系统的时域分析	17
第三章	离散时间系统的时域分析	36
第四章	连续时间系统的频域分析	54
第五章	连续时间系统的复频域分析	86
第六章	离散时间系统的 z 域分析	111
第七章	系统函数	134
第八章	模拟试题	157
参考文献	参考文献	193

第一章 信号与系统

一、考试内容(知识点)

- (1) 信号的基本分类。
- (2) 信号的基本运算。
- (3) 奇异信号及其基本性质。
- (4) 系统的描述、特性和分析方法。

二、内容(知识点)详解

1. 信号的分类

信号从不同的角度可以分为以下几类。

- (1) 连续时间信号和离散时间信号。
- (2) 周期信号与非周期信号。
- (3) 功率信号和能量信号。
- (4) 实信号和复信号。
- (5) 一维信号与多维信号等。

2. 常用典型信号及其特点

1) 正弦信号

$$f(t) = A \sin(\omega t + \varphi) = A \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

式中, A 、 ω 和 φ 分别为正弦信号的振幅、角频率和初相位。波形如图 1-1 所示。

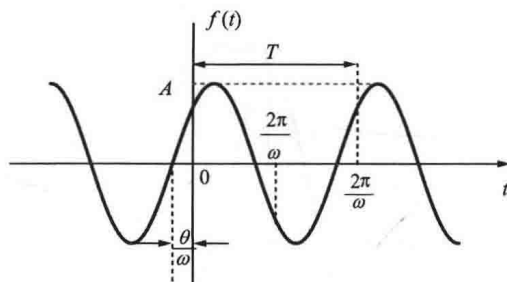


图 1-1 正弦信号

正弦信号的性质如下。

- (1) 两个频率相同的正弦信号相加, 即使其振幅和相位各不相同, 但相加后结果是原

频率的正弦信号。

(2) 若一个正弦信号的频率是另一个信号频率的整数倍, 则合成信号是一个非正弦周期信号, 其周期等于基波的周期。

(3) 正弦信号的微分或积分仍然是同频率的正弦信号。

2) 指数信号

$$f(t) = Ae^{st}$$

根据式中 A 和 s 的不同取值, 有下面三种形式。

(1) 若 $A = a_1$ 和 $s = \sigma$ 均为实常数, 则 $f(t)$ 为实指数信号, 如图 1-2 所示。

$$f(t) = Ae^{st} = a_1 e^{\sigma t}$$

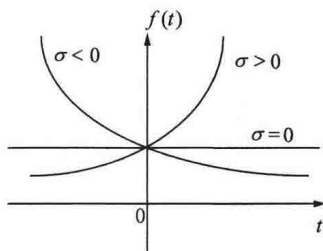


图 1-2 实指数信号

(2) 若 $A = a_1$ 为实常数和 $s = j\omega$, 则 $f(t)$ 为虚指数信号。

$$f(t) = Ae^{st} = a_1 e^{j\omega t}$$

(3) 若 A 和 s 均为复数, 则 $f(t)$ 为复指数信号。

设 $A = |A|e^{j\varphi}$, $s = \sigma + j\omega$, 则 $f(t)$ 表示为

$$f(t) = Ae^{st} = |A|e^{\sigma t} [\cos(\omega t + \varphi) + j\sin(\omega t + \varphi)]$$

3) 抽样信号

$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t}$$

抽样信号波形如图 1-3 所示。

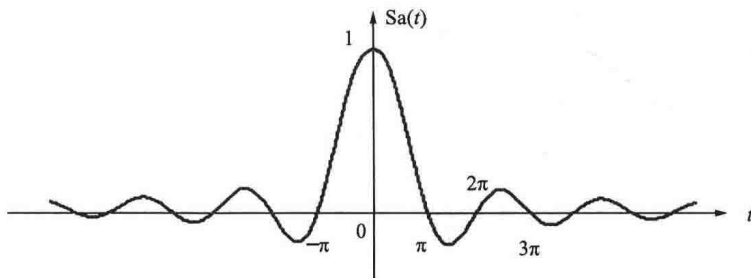


图 1-3 抽样信号

抽样信号的性质如下。

- (1) 是偶函数, 即 $\text{Sa}(t) = \text{Sa}(-t)$ 。
- (2) $t=0$ 时, $\text{Sa}(t) = 1$, 即 $\lim_{t \rightarrow 0} \text{Sa}(t) = 1$ 。
- (3) $\text{Sa}(t) = 0, t = \pm n\pi, n = 1, 2, 3, \dots$ 。
- (4) $\int_0^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}, \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \pi$ 。
- (5) $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \text{Sa}(t) = 0$ 。

4) 钟型脉冲信号(高斯信号)

$$f(t) = E e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$$

$$f\left(\frac{\tau}{2}\right) = E e^{-\frac{1}{4}} \approx 0.78E$$

钟型脉冲信号波形如图 1-4 所示。

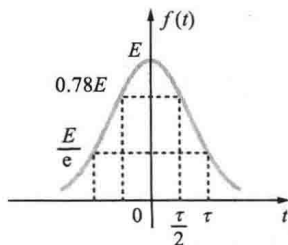


图 1-4 钟型脉冲信号

参数 τ 是 $f(t)$ 由最大值 E 下降为 $0.78E$ 时所占据的时间宽度。

钟型脉冲(高斯)信号最重要的性质是其傅里叶变换也是钟型脉冲(高斯)信号, 在信号分析中占有重要地位。

3. 信号的运算

对自变量进行的运算: 移位、反褶与尺度变换。

移位: $f(t) \rightarrow f(t+t_0)$, 若 $t_0 > 0$, 则 $f(t)$ 的波形沿时间轴向左平移 t_0 时间; 反之, 则向右平移 t_0 时间。

反褶: $f(t) \rightarrow f(-t)$, 把 $f(t)$ 的波形以 $t=0$ 为轴反转(或反褶)。

尺度变换: $f(t) \rightarrow f(at)$, 若 $a > 1$, 则 $f(t)$ 的波形沿时间轴被压缩; 若 $0 < a < 1$, 则 $f(t)$ 的波形沿时间轴被展宽。

4. 阶跃函数和冲激函数

1) 阶跃函数的运算性质

- (1) 可以方便地描述某些信号。
- (2) 可以用来表示信号的区间。
- (3) 积分性质。

$$\int_{-\infty}^t \varepsilon(t) dt = t\varepsilon(t)$$

2) 冲激函数的运算性质

(1) 与普通函数相乘。

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$$

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0)$$

(2) 抽样特性(筛选特性)。

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$$

(3) 尺度变换特性。

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t), \quad \delta(-t) = \delta(t)$$

3) $\delta(t)$ 与 $u(t)$ 的关系

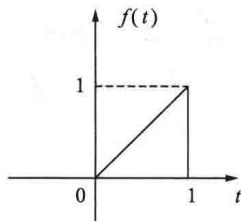
$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau)d\tau = u(t) \quad \frac{d}{dt}\varepsilon(t) = \delta(t)$$

4) 引入冲激函数 $\delta(t)$ 后, 函数在间断点处也存在导函数

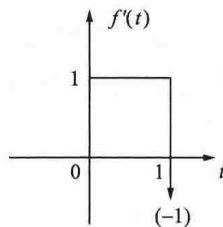
$$f(t) = t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)]$$

$$f'(t) = [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)] + t[\delta(t) - \delta(t-1)] = [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)] - \delta(t-1)$$

$f(t)$ 和 $f'(t)$ 的波形如图 1-5 所示。



(a) $f(t)$ 的波形



(b) $f'(t)$ 的波形

图 1-5

注: 若信号的函数值有跳变, 则信号在跳变点处的导数为冲激信号, 其冲激强度为信号在跳变点的跳跃值。

4) 冲激偶信号的基本性质

(1) $\delta'(t)$ 是奇函数。

$$\delta'(-t) = -\delta'(t)$$

(2) 与普通函数相乘。

$$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$$

(3) 尺度变换。

$$\delta'(at) = \frac{1}{|a|} \frac{1}{a} \delta'(t)$$

(4) 卷积运算。

$$f(t) * \delta'(t) = \frac{d}{dt} f(t), \quad f(t) * \delta'(t - t_0) = f'(t - t_0)$$

(5) 冲激偶函数的积分特性。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t) dt = 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) f(t) dt = -f'(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t - t_0) f(t) dt = -f'(t_0), \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{(k)}(t) f(t) dt = (-1)^k f^{(k)}(0)$$

(6) 冲激函数与冲激偶函数的关系。

$$\delta'(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}, \quad \int_{-\infty}^t \delta'(\tau) d\tau = \delta(t)$$

5) 复合函数形式的冲激函数

$$\delta[f(t)] = \sum_{i=1}^n \frac{1}{|f'(t_i)|} \delta(t - t_i)$$

5. 系统的描述

1) 系统的模型

系统的模型可用数学表达式、框图、信号流图等形式描述。一般描述连续时间系统的数学模型是微分方程，描述离散时间系统的数学模型是差分方程。

2) 系统的分类

按照系统功能或特性的区别或数学模型描述的区别，可将系统进行不同的分类，主要包括以下几类。

- (1) 连续时间系统和离散时间系统。
- (2) 即时系统和动态系统。
- (3) 线性系统和非线性系统。
- (4) 时变系统和时不变系统。
- (5) 可逆系统和不可逆系统。
- (6) 一维系统和多维系统等。
- (7) 单入-单出系统和多入-多出系统。

6. 系统的基本特性

若激励 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 产生的响应分别为 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ ，即 $y_1(t) = T[f_1(t)]$ ， $y_2(t) = T[f_2(t)]$ ，若 a_1 、 a_2 为常数，则线性时不变系统的性质如下。

- (1) 线性性质： $T[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] = a_1 y_1(t) + a_2 y_2(t)$ 。
- (2) 时不变性： $T[f(t - t_d)] \rightarrow y(t - t_d)$ 。

微分特性: $T\left[\frac{df(t)}{dt}\right] \rightarrow \frac{dy(t)}{dt}$ 。

积分特性: $T\left[\int_{-\infty}^t f(t)dt\right] \rightarrow \int_{-\infty}^t y(t)dt$ 。

(3) 因果性: 响应不出现在于激励之前的系统。

(4) 稳定性: 对于有界的输入激励 $f(\cdot)$, 系统的输出 $y(\cdot)$ 也是有界的。

三、典型实例

例 1-1 画出下列各信号的波形。

(1) $f_1(t) = 2\varepsilon(t+1) - 3\varepsilon(t-1) + \varepsilon(t-2)$

(2) $f_2(t) = \sin\{\pi t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)]\}$

(3) $f_3(t) = \frac{d}{dt}[\varepsilon(\sin(\pi t))]$

(4) $f_4(t) = \sin(\omega t)\varepsilon(t)$

解: 各信号波形分别如图 1-6~图 1-9 所示。

(1)

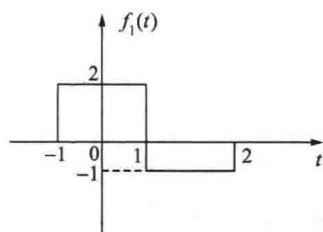


图 1-6 $f_1(t)$ 波形

(2)

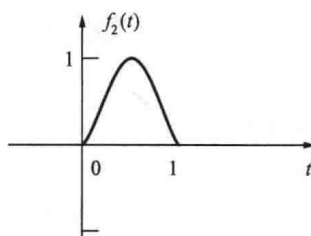


图 1-7 $f_2(t)$ 波形

(3)

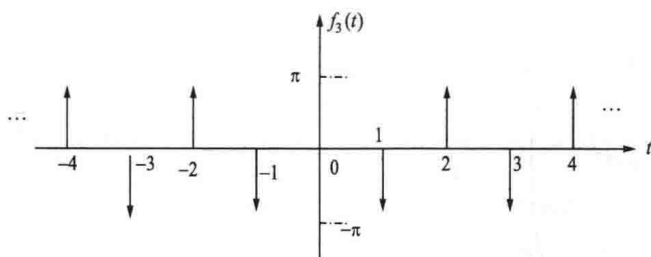


图 1-8 $f_3(t)$ 波形

(4)

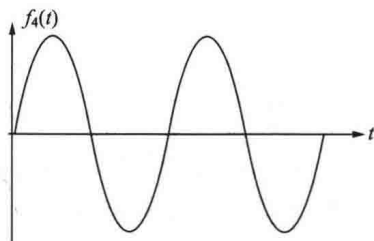


图 1-9 $f_4(t)$ 波形

例 1-2 判断下列信号是否为周期信号,若是,确定其周期。

(1) $f_1(t) = \sin(2t) + \cos(3t)$ 。

(2) $f_2(t) = \cos(2t) + \sin(\pi t)$ 。

(3) $f_3(k) = \sin\left(\frac{3\pi k}{4}\right) + \cos(0.5\pi k)$ 。

(4) $f_4(k) = \sin(2k)$ 。

解: 分析如下,两个周期信号 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的周期分别为 T_1 和 T_2 ,若其周期之比 T_1/T_2 为有理数,则其和信号 $x(t) + y(t)$ 仍然是周期信号,其周期为 T_1 和 T_2 的最小公倍数。

(1) $\omega_1 = 2$, $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \pi$; $\omega_2 = \pi$, $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2$; $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\pi}{2}$ 为无理数,故 $f_1(t)$ 为周期信号,其周期为 T_1 和 T_2 的最小公倍数 2π 。

(2) $\omega_1 = 2$, $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \pi$; $\omega_2 = \pi$, $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2$; $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\pi}{2}$ 为无理数,故 $f_2(t)$ 为非周期信号。

(3) $\beta_1 = \frac{3\pi}{4}$, $\frac{2\pi}{\beta_1} = \frac{8}{3}$, $N_1 = 8$; $\beta_2 = 0.5\pi$, $N_2 = \frac{2\pi}{\beta_2} = 4$, 故 $f_3(k)$ 为周期信号,其周期为 N_1 和 N_2 的最小公倍数 8。

(4) $\beta = 2$, $N = \frac{2\pi}{\beta} = \pi$, 周期为无理数,故 $f_4(k)$ 为非周期信号。

例 1-3 已知 $f(t)$ 波形如图 1-10 所示,画出 $f(-2t-2)$ 的波形。

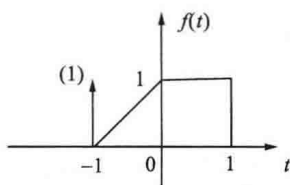


图 1-10 $f(t)$ 波形

解: $f(t) \rightarrow f(t-2) \rightarrow f(-t-2) \rightarrow f(-2t-2)$, 波形分别如图 1-11~图 1-13 所示。

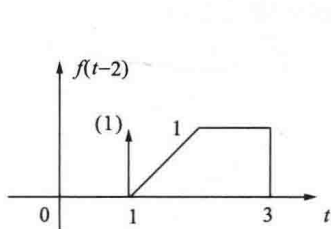


图 1-11 $f(t-2)$ 波形

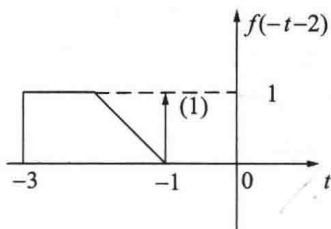


图 1-12 $f(-t-2)$ 波形

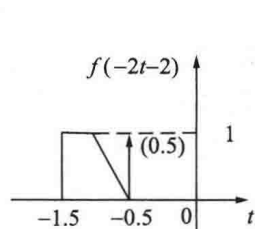


图 1-13 $f(-2t-2)$ 波形

例 1-4 计算下列各题

$$(1) f_1(t) = \int_{-3}^0 \sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \delta(t-1) dt.$$

$$(2) f_2(t) = \int_{-1}^9 \sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \delta(t) dt.$$

$$(3) f_3(t) = \frac{d}{dt} [e^{-2t} \varepsilon(t)].$$

$$(4) f_4(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi t)}{t} \delta(t) dt.$$

$$(5) f_5(t) = 2\varepsilon(2t+4)\delta(t+2).$$

解: (1) $\int_{-3}^0 \sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \delta(t-1) dt = 0.$

$$(2) \int_{-1}^9 \sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \delta(t) dt = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$(3) \frac{d}{dt} [e^{-2t} \varepsilon(t)] = e^{-2t} \delta(t) - 2e^{-2t} \varepsilon(t) = \delta(t) - 2e^{-2t} \varepsilon(t).$$

$$(4) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi t)}{t} \delta(t) dt = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi t)}{t} = \pi.$$

$$(5) f_5(t) = 2\varepsilon(2t+4)\delta(t+2) = 2\varepsilon[2(-2)+4]\delta(t+2) = 2\varepsilon(0)\delta(t+2) = \delta(t+2).$$

例 1-5 在下列系统中, $f(t)$ 为激励, $y(t)$ 为响应, $x(0_-)$ 为初始状态, 试判定它们是否为线性系统。

$$(1) y(t) = x(0_-)f(t).$$

$$(2) y(t) = x(0_-)^2 + f(t).$$

$$(3) y(t) = 2x(0_-) + 3|f(t)|.$$

$$(4) y(t) = af(t) + b.$$

解: 由于系统(1)不满足分解性; 系统(2)不满足零输入线性; 系统(3)不满足零状态线性, 故这三个系统都不是线性系统。

对于系统(4), 如果直接观察 $y(t) - f(t)$ 关系, 似乎系统既不满足齐次性, 也不满足叠加性, 应属于非线性系统。但是考虑到令 $f(t) = 0$ 时, 系统响应为常数 b , 若把它看成由初始状态引起的零输入响应, 系统仍是满足线性系统条件的, 故系统(4)是线性系统。

例 1-6 试判断以下系统是否为时不变系统。输入输出方程中 $f(t)$ 和 $y(t)$ 分别表示系统的激励和零状态响应, a 为常数。

$$(1) y(t) = a \cos[f(t)], \quad t \geq 0.$$

$$(2) y(t) = f(2t), \quad t \geq 0.$$

解: (1) 设 $f(t) \rightarrow y(t) = a \cos[f(t)]$

$$f(t - t_d) \rightarrow y(t) = a \cos[f(t - t_d)] = y(t - t_d)$$

故系统是时不变的。

$$(2) \text{ 设 } f(t) \rightarrow y(t) = f(2t)$$

$$f(t-t_d) \rightarrow y(t) = f(2t-t_d) \neq y(t-t_d) = f(2t-2t_d)$$

故系统是时变的。

例 1-7 试证明方程 $y'(t) + ay(t) = f(t)$ 所描述的系统为线性系统。式中 a 为常数。

解： 设输入有两个分量，即 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 且 $f_1(t) \leftrightarrow y_1(t)$ ， $f_2(t) \leftrightarrow y_2(t)$ ，则有

$$y_1'(t) + ay_1(t) = f_1(t)$$

$$y_2'(t) + ay_2(t) = f_2(t)$$

相加可得

$$y_1'(t) + ay_1(t) + y_2'(t) + ay_2(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

$$[y_1(t) + y_2(t)]' + a[y_1(t) + y_2(t)] = f_1(t) + f_2(t)$$

即 $f_1(t) + f_2(t) \leftrightarrow y_1(t) + y_2(t)$ 满足可加性，同理，齐次性也是满足的，故系统是线性的。

例 1-8 绘出下列系统的仿真框图。

(1) $y'(t) + ay(t) = b_0 f(t) + b_1 f'(t)$ 。

(2) $y''(t) + a_0 y'(t) + a_1 y(t) = b_0 f(t) + b_1 f'(t)$ 。

解： (1) 设 $x(t)$ 为中间变量，则

$$x'(t) + ax(t) = f(t)$$

$$y(t) = b_0 x(t) + b_1 x'(t)$$

仿真框图如图 1-14 所示。

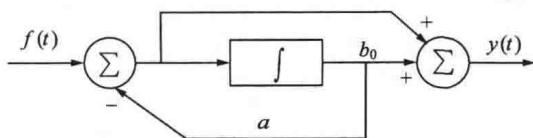


图 1-14 系统(1)仿真框图

(2) 设 $x(t)$ 为中间变量，则

$$x''(t) + a_0 x'(t) + a_1 x(t) = f(t)$$

$$y(t) = b_0 x(t) + b_1 x'(t)$$

仿真框图如图 1-15 所示。

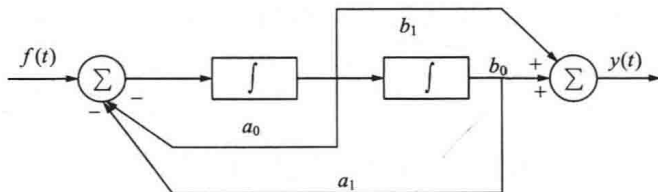


图 1-15 系统(2)仿真框图

例 1-9 判断下列系统是否为能量信号、功率信号。

(1) $x(t) = e^{-at} \varepsilon(t)$, $a > 0$ 。

$$(2) x(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta)。$$

$$(3) x(t) = t \varepsilon(t)。$$

$$(4) x(k) = (-0.5)^k \varepsilon(k)。$$

解: (1) $E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-2at} dt = \frac{1}{2a} < \infty$ 为能量信号。

(2) $x(t)$ 为周期信号, 一般情况下, 周期信号为功率信号。

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_0}} A^2 \cos(\omega_0 t + \theta) dt = \frac{A^2}{2} < \infty$$

$$(3) E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_0^{\infty} t^2 dt \rightarrow \infty$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T t^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T}{12} \rightarrow \infty$$

所以该信号既不是能量信号, 也不是功率信号。

$$(4) E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x^2(k) = \sum_{k=0}^{\infty} 0.25^k = \frac{1}{1-0.25} = \frac{4}{3} < \infty$$

该信号是能量信号。

例 1-10 一个 LTI 因果系统, 当激励 $f_1(t) = \varepsilon(t)$ 时, 系统的全响应为 $y_1(t) = (3e^{-t} + 4e^{-2t})\varepsilon(t)$; 当激励 $f_2(t) = 2\varepsilon(t)$ 时, 系统的全响应为 $y_2(t) = (5e^{-t} - 3e^{-2t})\varepsilon(t)$, 求在相同条件下, 激励为 $f_3(t) = \varepsilon(t-2)$ 时系统的全响应。

解: 设系统的零输入响应为 $y_{zi}(t)$, 根据题意可知: 当系统的激励为 $f_1(t) = \varepsilon(t)$ 时, 引起的系统的零状态响应为 $y_{zs}(t)$; 当系统的激励为 $f_1(t) = 2\varepsilon(t)$ 时, 引起的系统的零状态响应为 $2y_{zs}(t)$ 。

$$y_1(t) = y_{zi}(t) + y_{zs}(t) = [3e^{-t} + 4e^{-2t}]\varepsilon(t) \quad (1-1)$$

$$y_2(t) = y_{zi}(t) + 2y_{zs}(t) = [5e^{-t} - 3e^{-2t}]\varepsilon(t) \quad (1-2)$$

式 (1-2) 减去式 (1-1) 得

$$y_{zs}(t) = [2e^{-t} - 7e^{-2t}]\varepsilon(t)$$

代入式 (1-1) 得

$$y_{zi}(t) = [e^{-t} + 11e^{-2t}]\varepsilon(t)$$

当激励为 $f_3(t) = \varepsilon(t-2)$ 时, 根据系统的线性时不变性, 系统的两状态响应为

$$y_{zs3}(t) = [2e^{-(t-2)} - 7e^{-2(t-2)}]\varepsilon(t-2)$$

此时, 系统的全响应为

$$y_3(t) = y_{zi}(t) + y_{zs3}(t) = [e^{-t} + 11e^{-2t}]\varepsilon(t) + [2e^{-(t-2)} - 7e^{-2(t-2)}]\varepsilon(t-2)$$

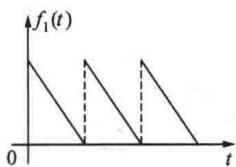
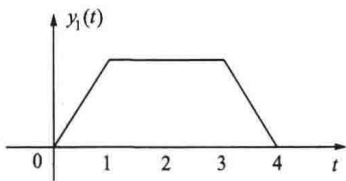
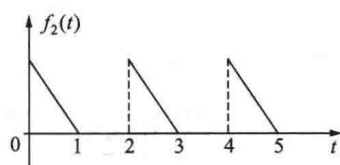
例 1-11 有一个线性时不变系统, 初始时刻系统无储能, 当激励为 $\varepsilon(t)$ 时, 响应为 $g(t) = e^{-t} \cos(t)\varepsilon(t) + \cos[\varepsilon(t-\pi) - \varepsilon(t-2\pi)]$, 试求当激励为 $\delta(t)$ 时, 系统的冲激响应 $h(t)$ 。

解: $\varepsilon(t) \rightarrow g(t) = e^{-t} \cos t \varepsilon(t) + \cos[\varepsilon(t-\pi) - \varepsilon(t-2\pi)]$

根据线性时不变系统的性质, 有

$$\begin{aligned}
 \delta(t) \rightarrow h(t) &= g'(t) = \{e^{-t} \cos t \varepsilon(t) + \cos[\varepsilon(t - \pi) - \varepsilon(t - 2\pi)]\}' \\
 &= -e^{-t} \cos t \varepsilon(t) - e^{-t} \sin t \varepsilon(t) + \delta(t) - \sin[\varepsilon(t - \pi) - \varepsilon(t - 2\pi)] \cdot [\delta(t - \pi) - \delta(t - 2\pi)] \\
 &= -e^{-t} \cos t \varepsilon(t) - e^{-t} \sin t \varepsilon(t) + \delta(t)
 \end{aligned}$$

例 1-12 线性时不变系统, 当激励为如图 1-16 所示的 $f_1(t)$ 波形时, 其零状态响应为 $y_1(t)$, 如图 1-17 所示, 试求当激励为如图 1-18 所示的 $f_2(t)$ 波形时, 系统的零状态响应 $y_2(t)$ 。

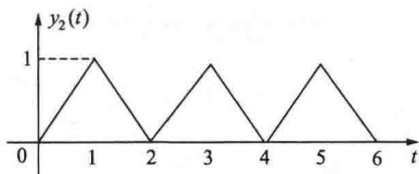
图 1-16 $f_1(t)$ 波形图 1-17 $y_1(t)$ 波形图 1-18 $f_2(t)$ 波形

解: 由图 1-18 可知:

$$f_2(t) = f_1(t) - f_1(t-1) + f_1(t-2)$$

$$y_2(t) = y_1(t) - y_1(t-1) + y_1(t-2)$$

$y_2(t)$ 的波形如图 1-19 所示。

图 1-19 $y_2(t)$ 波形

例 1-13 某线性时不变系统有两个初始条件 $x_1(0)$ 、 $x_2(0)$, 且满足以下条件。

(1) 当 $x_1(0)=1, x_2(0)=0$ 时, 其零输入响应为 $(e^{-t} + e^{-2t})\varepsilon(t)$ 。

(2) 当 $x_1(0)=0, x_2(0)=1$ 时, 其零输入响应为 $(e^{-t} - e^{-2t})\varepsilon(t)$ 。

(3) 当 $x_1(0)=1, x_2(0)=-1$, 激励为 $f(t)$ 时, 其全响应为 $(e^{-t} + 2)\varepsilon(t)$ 。

求当 $x_1(0)=3, x_2(0)=2$, 激励为 $2f(t)$ 时的全响应 $y(t)$ 。

解: 当 $x_1(0)=1, x_2(0)=0$ 时, $y_{zi1}(t) = (e^{-t} + e^{-2t})\varepsilon(t)$ 。

当 $x_1(0)=0, x_2(0)=1$ 时, $y_{zi2}(t) = (e^{-t} - e^{-2t})\varepsilon(t)$ 。

当 $x_1(0)=1, x_2(0)=-1$ 时, 系统的零输入响应 $y_{zi1}(t) - y_{zi2}(t) = 2e^{-2t}\varepsilon(t)$, 全响应为 $y(t) = (e^{-t} + 2)\varepsilon(t)$ 。

激励为 $f(t)$ 时, 系统的零状态响应为

$$y_{zs}(t) = y(t) - y_{zi}(t) = (e^{-t} + 2 - 2e^{-2t})\varepsilon(t)$$

$x_1(0)=3, x_2(0)=2$, 激励为 $2f(t)$ 时的全响应为

$$y(t) = 3y_{zi1}(t) + 2y_{zi2}(t) + 2y_{zs}(t) = (7e^{-t} + 4 - 3e^{-2t})\varepsilon(t)$$

四、典型习题

1. 画出下列各信号的波形。

$$(1) f_1(t) = \varepsilon(t) \quad (2) f_2(t) = \int_{-\infty}^t \delta\left(\cos\frac{n\pi}{2}\tau\right) d\tau$$

解：信号波形如图 1-20 和图 1-21 所示。

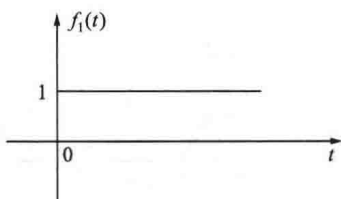


图 1-20 信号(1)波形

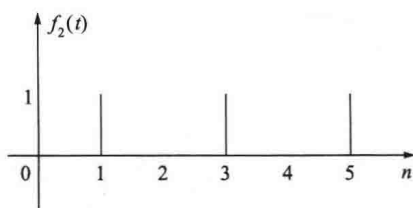


图 1-21 信号(2)波形

2. 已知 $f(5t-2)$ 的波形如图 1-22 所示，画出 $f(t)$ 。

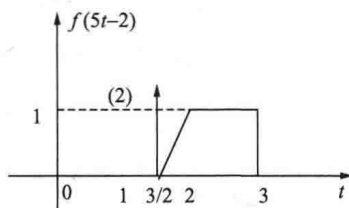


图 1-22 $f(5t-2)$ 波形

解：先画出 $f(t-2)$ 的波形，再画 $f(t)$ 的波形，如图 1-23 和图 1-24 所示。

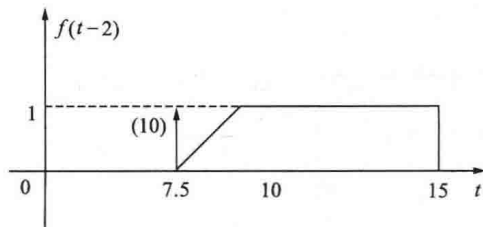


图 1-23 $f(t-2)$ 波形

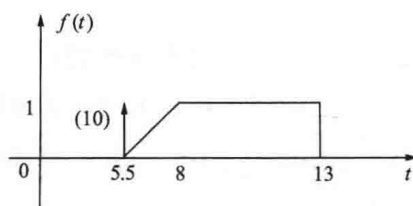


图 1-24 $f(t)$ 波形

3. 信号 $f(t)$ 的波形如图 1-25 所示，试画出下列信号的波形。

$$(1) 2f(t-2) \quad (2) f(2t) \quad (3) f\left(\frac{1}{2}t\right) \quad (4) f(-t+1)$$

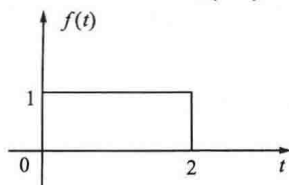


图 1-25 信号 $f(t)$ 波形(一)