



**国家出版基金资助项目**

现代数学中的著名定理纵横谈丛书  
丛书主编 王梓坤

FERMAT'S LAST THEOREM

# Fermat 大定理

刘培杰数学工作室 编著



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



国家出版基金重点项目

现代数学中的著名定理纵横谈丛书

丛书主编 王梓坤

FERMAT'S LAST THEOREM

# Fermat 大定理

刘培杰数学工作室 编著



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

本书全面地介绍了 Fermat 大定理这一数学分支的研究成果. 全书共分 18 章, 详细论述了 Fermat 大定理的起源及发展历程以及 Fermat 大定理的应用. 全书脉络清晰, 对读者在了解 Fermat 大定理、应用 Fermat 大定理等问题上具有重要意义.

本书适合大中学数学爱好者阅读参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

Fermat 大定理/刘培杰数学工作室编著. —哈尔滨:  
哈尔滨工业大学出版社, 2018. 1

(现代数学中的著名定理纵横谈丛书)

ISBN 978 - 7 - 5603 - 6512 - 1

I. ①F… II. ①刘… III. ①费马最后定理  
IV. ①O156

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 048269 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 杜莹雪

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 牡丹江邮电印务有限公司

开 本 787mm×960mm 1/16 印张 50.75 字数 523 千字

版 次 2018 年 1 月第 1 版 2018 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 6512 - 1

定 价 198.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读, 我社负责调换)

◎  
代  
序

读书的乐趣

你最喜爱什么——书籍。

你经常去哪里——书店。

你最大的乐趣是什么——读书。

这是友人提出的问题和我的回答。真的，我这一辈子算是和书籍，特别是好书结下了不解之缘。有人说，读书要费那么大的劲，又发不了财，读它做什么？我却至今不悔，不仅不悔，反而情趣越来越浓。想当年，我也曾爱打球，也曾爱下棋，对操琴也有兴趣，还登台伴奏过。但后来却都一一断交，“终身不复鼓琴”。那原因便是怕花费时间，玩物丧志，误了我的大事——求学。这当然过激了一些。剩下来唯有读书一事，自幼至今，无日少废，谓之书痴也可，谓之书橱也可，管它呢，人各有志，不可相强。我的一生大志，便是教书，而当教师，不多读书是不行的。

读好书是一种乐趣，一种情操；一种向全世界古往今来的伟人和名人求

教的方法,一种和他们展开讨论的方式;一封出席各种活动、体验各种生活、结识各种人物的邀请信;一张迈进科学宫殿和未知世界的入场券;一股改造自己、丰富自己的强大力量.书籍是全人类有史以来共同创造的财富,是永不枯竭的智慧的源泉.失意时读书,可以使人重整旗鼓;得意时读书,可以使人头脑清醒;疑难时读书,可以得到解答或启示;年轻人读书,可明奋进之道;年老人读书,能知健神之理.浩浩乎!洋洋乎!如临大海,或波涛汹涌,或清风微拂,取之不尽,用之不竭.吾于读书,无疑义矣,三日不读,则头脑麻木,心摇摇无主.

### 潜能需要激发

我和书籍结缘,开始于一次非常偶然的机.大概是八九岁吧,家里穷得揭不开锅,我每天从早到晚都要去田园里帮工.一天,偶然从旧木柜阴湿的角落里,找到一本蜡光纸的小书,自然很破了.屋内光线暗淡,又是黄昏时分,只好拿到大门外去看.封面已经脱落,扉页上写的是《薛仁贵征东》.管它呢,且往下看.第一回的标题已忘记,只是那首开卷诗不知为什么至今仍记忆犹新:

日出遥遥一点红,飘飘四海影无踪.

三岁孩童千两价,保主跨海去征东.

第一句指山东,二、三两句分别点出薛仁贵(雪、人贵).那时识字很少,半看半猜,居然引起了极大的兴趣,同时也教我认识了许多生字.这是我有生以来独立看的第一本书.尝到甜头以后,我便千方百计去找书,向小朋友借,到亲友家找,居然断断续续看了《薛丁山征西》《彭公案》《二度梅》等,樊梨花便成了我心

中的女英雄.我真入迷了.从此,放牛也罢,车水也罢,我总要带一本书,还练出了边走田间小路边读书的本领,读得津津有味,不知人间别有他事.

当我们安静下来回想往事时,往往会发现一些偶然的小事却影响了自己的一生.如果不是找到那本《薛仁贵征东》,我的好学心也许激发不起来.我这一生,也许会走另一条路.人的潜能,好比一座汽油库,星星之火,可以使它雷声隆隆、光照天地;但若少了这粒火星,它便会成为一潭死水,永归沉寂.

### 抄,总抄得起

好不容易上了中学,做完功课还有点时间,便常光顾图书馆.好书借了实在舍不得还,但买不到也买不起,便下决心动手抄书.抄,总抄得起.我抄过林语堂写的《高级英文法》,抄过英文的《英文典大全》,还抄过《孙子兵法》,这本书实在爱得狠了,竟一口气抄了两份.人们虽知抄书之苦,未知抄书之益,抄完毫末俱见,一览无余,胜读十遍.

### 始于精于一,返于精于博

关于康有为的教学法,他的弟子梁启超说:“康先生之教,专标专精、涉猎二条,无专精则不能成,无涉猎则不能通也.”可见康有为强烈要求学生把专精和广博(即“涉猎”)相结合.

在先后次序上,我认为要从精于一开始.首先应集中精力学好专业,并在专业的科研中做出成绩,然后逐步扩大领域,力求多方面的精.年轻时,我曾精读杜布(J. L. Doob)的《随机过程论》,哈尔莫斯(P. R. Halmos)的《测度论》等世界数学名著,使我终身受益.简言之,即“始于精于一,返于精于博”.正如中国革命一

样,必须先有一块根据地,站稳后再开创几块,最后连成一片.

### 丰富我文采,澡雪我精神

辛苦了一周,人相当疲劳了,每到星期六,我便到旧书店走走,这已成为生活中的一部分,多年如此.一次,偶然看到一套《纲鉴易知录》,编者之一便是选编《古文观止》的吴楚材.这部书提纲挈领地讲中国历史,上自盘古氏,直到明末,记事简明,文字古雅,又富于故事性,便把这部书从头到尾读了一遍.从此启发了我读史书的兴趣.

我爱读中国的古典小说,例如《三国演义》和《东周列国志》.我常对人说,这两部书简直是世界上政治阴谋诡计大全.即以近年来极时髦的人质问题(伊朗人质、劫机人质等),这些书中早就有了,秦始皇的父亲便是受害者,堪称“人质之父”.

《庄子》超尘绝俗,不屑于名利.其中“秋水”“解牛”诸篇,诚绝唱也.《论语》束身严谨,勇于面世,“己所不欲,勿施于人”,有长者之风.司马迁的《报任少卿书》,读之我心两伤,既伤少卿,又伤司马;我不知道少卿是否收到这封信,希望有人做点研究.我也爱读鲁迅的杂文,果戈理、梅里美的小说.我非常敬重文天祥、秋瑾的人品,常记他们的诗句:“人生自古谁无死,留取丹心照汗青”“休言女子非英物,夜夜龙泉壁上鸣”.唐诗、宋词、《西厢记》《牡丹亭》,丰富我文采,澡雪我精神,其中精粹,实是人间神品.

读了邓拓的《燕山夜话》,既叹服其广博,也使我动了写《科学发现纵横谈》的心.不料这本小册子竟给我招来了上千封鼓励信.以后人们便写出了许许多多

的“纵横谈”。

从学生时代起,我就喜读方法论方面的论著.我想,做什么事情都要讲究方法,追求效率、效果和效益,方法好能事半功倍.我很留心一些著名科学家、文学家写的心得体会和经验.我曾惊讶为什么巴尔扎克在51年短短的一生中能写出上百本书,并从他的传记中去寻找答案.文史哲和科学的海洋无边无际,先哲们的明智之光沐浴着人们的心灵,我衷心感谢他们的恩惠.

### 读书的另一面

以上我谈了读书的好处,现在要回过头来说说事情的另一面.

读书要选择.世上有各种各样的书:有的不值一看,有的只值看20分钟,有的可看5年,有的可保存一辈子,有的将永远不朽.即使是不朽的超级名著,由于我们的精力与时间有限,也必须加以选择.决不要看坏书,对一般书,要学会速读.

读书要多思考.应该想想,作者说得对吗?完全吗?适合今天的情况吗?从书本中迅速获得效果的好办法是有的放矢地读书,带着问题去读,或偏重某一方面去读.这时我们的思维处于主动寻找的地位,就像猎人追找猎物一样主动,很快就能找到答案,或者发现书中的问题.

有的书浏览即止,有的要读出声来,有的要心头记住,有的要笔头记录.对重要的专业书或名著,要勤做笔记,“不动笔墨不读书”.动脑加动手,手脑并用,既可加深理解,又可避忘备查,特别是自己的灵感,更要及时抓住.清代章学诚在《文史通义》中说:“札记之功必不可少,如不札记,则无穷妙绪如雨珠落大海矣.”



许多大事业、大作品，都是长期积累和短期突击相结合的产物。涓涓不息，将成江河；无此涓涓，何来江河？

爱好读书是许多伟人的共同特性，不仅学者专家如此，一些大政治家、大军事家也如此。曹操、康熙、拿破仑、毛泽东都是手不释卷，嗜书如命的人。他们的巨大成就与毕生刻苦自学密切相关。

王梓坤

## 第一编 前 传

- 第 0 章 引言 // 3
- 第 1 章 清代一则求勾股数的数学方法 // 19
- 1 中国关于“勾股数”的历史梳理 // 20
  - 2 沈立民求勾股数的数学方法 // 22
  - 3 一点启示 // 26
- 第 2 章 关于  $x^2 + y^2 = z^2$  在正整数内的勾序解与股序解 // 29
- 1 主要结论 // 30
  - 2 几个引理 // 31
  - 3 主要结论的证明 // 35
  - 4 从费马大定理到死刑的废除 // 38
- 第 3 章 不定方程  $x^2 + y^2 = z^2$  之通解由其任一特解的显示表示 // 49

- 1 前言 //49
- 2 主要结果 //50
- 3 基本定理 //56
- 4 定理的证明 //66
- 5 结束语 //67

## 第二编 正 史

### 第 4 章 费马——孤独的法官 //71

- 1 出身贵族的费马 //71
- 2 官运亨通的费马 //73
- 3 淡泊致远的费马 //75
- 4 复兴古典的费马 //77
- 5 议而不作的数学家 //80

### 第 5 章 欧拉——多产的数学家 //84

- 1  $n=3$  时,费马定理的初等证明 //84
- 2 被印在钞票上的数学家 //86
- 3  $n=3$  时的费马问题 //89
- 4 不定方程  $x^3 + y^3 = z^2$  与  $x^3 + y^3 = z^4$  //98

### 第 6 章 高斯——数学王子 //111

- 1 最后一个使人肃然起敬的峰巅 //112
- 2 高斯的《算术研究》及高斯数问题 //114
- 3 离散与连续的“不解之缘” //116
- 4 高斯的“关于一般曲面的研究” //117
- 5 高斯与正 17 边形 //118
- 6 奇妙的高斯数列 //119
- 7 多才多艺的数学家 //121
- 8 追求完美的人 //123
- 9 不受引诱的原因 //125

- 10 一类  $l$  次循环域与费马方程 // 127
- 第 7 章 库默尔——“理想”的创造者 // 132**
- 1 老古董——库默尔 // 132
- 2 哲学的终生爱好者——库默尔 // 135
- 3 “理想数”的引入者——库默尔 // 137
- 4 承上启下的库默尔 // 142
- 5 悠闲与幽默的库默尔 // 146
- 第 8 章 闯入理想王国的女性 // 148**
- 1 首先闯入理性王国的女性——吉尔曼的故事 // 149
- 2 糊在墙上的微积分——俄国女数学家柯娃列夫斯卡娅的故事 // 159
- 3 美神没有光顾她的摇篮——近世代数之母诺特 // 171
- 第 9 章 迪克森论费马大定理 // 195**
- 第 10 章 法尔廷斯——年轻的菲尔兹奖得主 // 292**
- 1 曲线上的有理点——莫德尔猜想 // 292
- 2 最年轻的菲尔兹奖得主——法尔廷斯 // 301
- 3 厚积薄发——法尔廷斯的证明 // 310
- 4 激发数学——莫德尔猜想与阿贝尔簇理论 // 321
- 5 众星捧月——灿若群星的代数几何大师 // 334
- 6 如何在椭圆、双曲线上快速找到有理点 // 341
- 7 椭圆曲线  $y^2 = px(x^2 + 2)$  有正整数点的判别条件 // 346
- 8 关于亏格  $g$  的超椭圆曲线同构等价类数目的

估计 //352

9 超椭圆曲线  $y^k = x(x+1)(x+3)(x+4)$  上的有理点 //363

第 11 章 布朗——用真心换无穷 //378

第 12 章 谷山和志村——天桥飞架 //433

1 双星巧遇——谷山与志村戏剧性的相识 //433

2 战时的日本科学 //434

3 过时的研究内容——模形式 //438

4 以自己的方式行事 //440

5 怀尔斯证明的方向——谷山—志村猜想 //442

第 13 章 宫冈洋一——百科全书式的学者 //446

1 费马狂骚曲——因特网传遍世界, UPI 电讯冲击日本 //446

2 从衰微走向辉煌——日本数学的历史与现状 //452

3 废止和算、专用洋算——中日数学比较 //457

4 “克罗内克青春之梦”的终结者——数论大师高木贞治 //461

5 日本代数几何三巨头——小平邦彦、广中平佑、森重文 //467

6 好事成双 //487

7 对日本数学教育的反思——几位大师对数学教育的评论 //490

第 14 章 怀尔斯——毕其功于一役 //503

1 世纪末的大结局——怀尔斯的剑桥

- 演讲 //503
- 2 风云乍起——怀尔斯剑桥语出惊人 //505
  - 3 天堑通途——弗雷曲线架桥梁 //511
  - 4 集之大成——十八般武艺样样精通 //518
  - 5 好事多磨——证明有漏洞沸沸扬扬 //542
  - 6 避重就轻——巧妙绕过欧拉系 //547
  - 7 代数数论历史及其在 ICM 上的反映 //571
  - 8 关于自守形式三本书的评论 //590
  - 9 Fermat 大定理证明者：搞数学是一种怎样的体验？ //605

### 第三编 外 史

#### 第 15 章 概率方法 //613

- 1 费曼用概率方法巧“证”费马  
大定理 //613
- 2 浅议现代数学物理对数学的影响 //618
- 3 数论中的概率方法 //639

#### 第 16 章 有理指数的费马大定理 //722

- 1 介绍 //722
- 2 实根的情况 //725
- 3 需要的伽罗瓦理论片断 //727
- 4 主要结果 //729

#### 第 17 章 骑自行车上月球的旅人 //736

- 1 业余数学爱好者的证明 //736
- 2 证明 //754

#### 第 18 章 50 年来数理学在法国之概况 //780

- 1 序言 //780
- 2 解析函数论 //782

- 3 微分方程式论 //786
- 4 数论、代数及几何 //790
- 5 实变数函数论及集合论 //794
- 6 数理学与物理学之关系 //796
- 7 结论 //798

---

# 第一編

## 前傳

---



