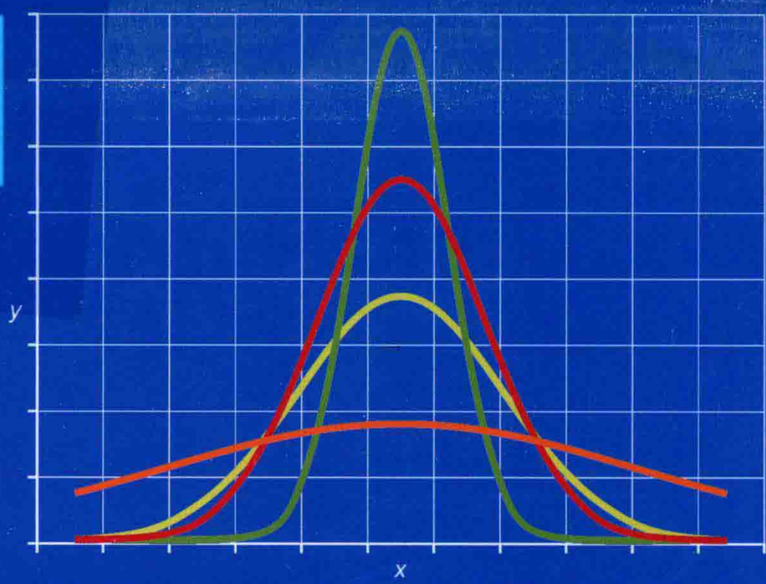

Probability and Mathematical Statistics

概率论与数理统计

主　编：郑书富

副主编：王佑恩　刘墨德　傅有明

厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS
国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

Probability and Mathematical Statistics

概率论与数理统计

主　编：郑书富

副主编：王佑恩　刘墨德　傅有明

厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS
国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计 / 郑书富主编. —厦门 ：厦门大学出版社，2018.8

ISBN 978-7-5615-7004-3

Ⅰ. ①概… Ⅱ. ①郑… Ⅲ. ①概率论 ②数理统计 Ⅳ. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 127131 号

出 版 人 郑文礼
责任编辑 眭 蔚
封面设计 蒋卓群
技术编辑 许克华

出版发行 厦门大学出版社
社　　址 厦门市软件园二期望海路 39 号
邮政编码 361008
总 编 办 0592-2182177 0592-2181406(传真)
营销中心 0592-2184458 0592-2181365
网　　址 http://www.xmupress.com
邮　　箱 xmup@xmupress.com
印　　刷 厦门市明亮彩印有限公司

开本 787 mm×1 092 mm 1/16
印张 14.25
字数 348 千字
印数 1～3 000 册
版次 2018 年 8 月第 1 版
印次 2018 年 8 月第 1 次印刷
定价 36.00 元

厦门大学出版社
微信二维码

厦门大学出版社
微博二维码

前　言

概率论与数理统计是研究和揭示随机现象的数量特征及其统计规律性的一门学科.随着科学技术的发展,它的应用范围日益广泛,特别是数理统计,已经渗透到工、农、医、经济管理及人文社会科学等学科领域.在此背景下,高等院校各专业对概率论与数理统计课程的要求也在不断提高,使其成为理工科、经济学、管理学等各专业的一门重要的必修基础课.通过本课程的学习,学生初步掌握研究随机现象的基本思想与基本方法,具备一定的分析问题和解决问题的能力.

本书根据教育部数学教学指导委员会制定的关于“概率论与数理统计”课程教学基本要求,参考国内外众多同类优秀教材的基础上,结合编者多年讲授“概率论与数理统计”课程所积累的经验编写而成.本书的知识结构体系与国内主流概率论与数理统计教材基本一致,注重有关概率论和数理统计的基本概念、基本理论和基本方法的阐释,而相对削减了一些定理的详细证明和某些性质的冗长推导,保证基本理论知识够用,着重加强实践应用.

本书例题编写尽量清楚阐述解题思路、方法和步骤,以精选例题来巩固和加强学生对概率论和数理统计的基本概念、基本思想的理解.课后习题配备的原则是深入浅出、层次分明、题型全面,旨在培养学生的理解能力和应用能力.本书在每节后面配有一定数量的习题,在每章后面还配有一定数量的复习题及近年来考研真题,供学生选用,书末给出了习题参考答案.

全书共8章,第1至5章为概率论部分,内容包括随机事件及概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理,是数理统计的必备基础.第6至8章为数理统计部分,内容包括样本及抽样分布、参数估计和假设检验.本书第1章由刘墨德编写,第2、3、4、8章由郑书富编写,第5、6章由王佑恩编写,第7章由傅有明编写.全书由郑书富负责统稿和定稿.

本书编写过程中,参考了书后所列的参考文献,编者在此对这些参考书的作者表示衷心感谢!

本书的编写还得到了单位领导、同事、有关专家的关心和指导,及厦门大学出版社的支持和帮助,在此表示衷心感谢!

限于编者的经验和水平,虽经多次修改,书中一定还存在不妥或错误之处,恳请读者批评指正.

编者

2018.5

目 录

第1章　随机事件及其概率

自然界和社会上发生的现象是多种多样的.有一类现象,在一定条件下必然发生,例如,在一个标准大气压下将纯净水加热到 100 ℃ 时,必然沸腾;在地球上,上抛石子必然落下;同性电荷必然相互排斥,异性电荷必然相互吸引等.这类必然发生或必然不发生现象称为**确定性现象**.还存在着另一类现象,例如,在相同的条件下抛掷一枚硬币,其结果可能是正面朝上,也可能是反面朝上,并且在每次抛掷之前无法肯定抛掷的结果是什么;同一门炮向同一目标射击,每次弹着点不尽相同,在每次射击之前无法预测弹着点的确切位置;做 500 粒种子的发芽试验,在试验之前无法确定到底会有多少粒种子发芽等.这类现象在一定条件下,可能出现这样的结果,也可能出现那样的结果,而在试验或观察之前不能预知确切的结果.但人们经过长期实践并深入研究之后,发现这类现象在大量重复试验或观察下,它的结果呈现出某种规律性.例如,多次重复抛掷一枚硬币得到正面朝上大致有一半;同一门炮向同一目标射击的弹着点按照一定规律分布,等等.这种在大量重复试验或观察中所呈现出的固有规律性,就是我们以后所说的**统计规律性**.

这种在个别试验中其结果呈现出不确定性,在大量重复试验中其结果又具有统计规律性的现象,称为**非确定性现象**或**随机现象**.概率论与数理统计就是研究和揭示随机现象统计规律性的一门数学学科.

本章主要介绍概率论的基本概念:样本空间,随机事件及其运算,随机事件的概率,条件概率(包括乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式),及事件的相互独立性.

§1.1 随机事件及其运算

1.1.1 样本空间与随机事件

研究随机现象都是通过一些试验(各种科学试验或对某种自然现象的观察)来进行的,如抛掷一枚硬币、投掷一颗骰子等.通过仔细分析这类试验具有下述特点:

(1) 试验可以在相同的条件下重复进行;

(2) 每次试验的结果可能不止一个,并且能够事先明确所有的可能结果;

(3) 进行试验之前不能确定哪一个结果将会出现.

在概率论中,将具有上述三个特点的试验称为**随机试验**,简称**试验**,记为 E.下面是一些随机试验的例子.

E_1:抛掷一枚硬币,观察其正面(H)、反面(T)的情况;

E_2:一枚硬币连续抛掷二次,观察其正面(H)、反面(T)的情况;

E_3:一枚硬币连续抛掷三次,统计正面出现的次数;

E_4:投掷一颗均匀骰子,观察其面上的点数;

E_5:统计某城市120急救中心一昼夜接到的急救电话的次数;

E_6:在一批节能灯中任意抽取一只,测试它的寿命.

随机试验中的每一个可能结果称为一个**样本点**,记为 e;全体样本点所构成的集合称为**样本空间**,记为 S.

例1 上述随机试验 $E_i(i=1,2,\cdots,6)$ 的样本空间分别为

$S_1=\{H,T\}$;

$S_2=\{HH,HT,TH,TT\}$;

$S_3=\{0,1,2,3\}$;

$S_4=\{1,2,3,4,5,6\}$;

$S_5=\{0,1,2,3,\cdots\}$;

$S_6=\{t\mid t\geqslant 0\}$.

定义1.1 随机试验 E 的样本空间 S 的子集称为**随机事件**,简称**事件**.常用大写字母 A,B,C 等表示.事件 A 发生,是指在试验中当且仅当集合 A 中所包含的样本点出现,否则称 A 不发生.

特别地,由一个样本点组成的单点集称为**基本事件**.

在每次试验中必然发生的事件,称为**必然事件**.由于样本空间 S 包含所有的样本点,在每次试验中 S 的样本点总是会出现,故 S 是必然事件.在每次试验中必然不发生的事件,称为**不可能事件**.由于空集 $\varnothing$ 不含任何样本点,故 $\varnothing$ 是不可能事件.

例2 在例1的 E_2 中,

事件 A_1:"第一次出现 H",即 $A_1=\{HH,HT\}$;

事件 A_2:"两次出现同一面",即 $A_2=\{HH,TT\}$;

事件 A_3:"至少出现一次正面",即 $A_3=\{HH,HT,TH\}$;

在 E_4 中,事件 A_4:"出现的点数小于4",即 $A_4=\{1,2,3\}$.

1.1.2 事件的关系与运算

在一个样本空间中所定义的事件往往有许多个,概率论的重要研究课题之一是希望从简单事件的概率推算出复杂事件的概率,掌握复杂事件的内在规律.为此,必须同时考察几个在相同条件下的事件,研究它们之间的相互联系与影响.详细地分析事件之间的关系,不仅能帮助我们深刻地认识事件的本质,也能大大简化对一些复杂事件概率的计算.下面介绍事件之间的关系与事件的运算.

1. 事件的包含关系与相等

若事件 A 发生必然导致事件 B 发生,称事件 A 包含于事件 B,或称事件 B 包含事件 A,记作 $A\subset B$.其几何图形如图1-1.

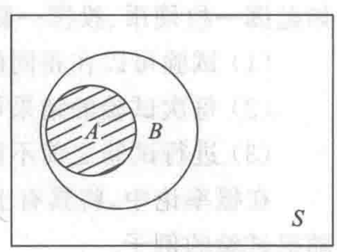

图1-1

例如投掷一颗均匀骰子,若记 $B=\{$掷出偶数点$\}$,$A=\{2,4\}$.显然,事件 A 发生表示投出的点数是2或4,这意味着偶数点的出现,即事件 B 发生,这说明了 B 包含 A.

若 $A\subset B$,$B\subset A$,称事件 A 与事件 B **相等**,记作 $A=B$.

2. 事件的并

事件 A 与事件 B 至少有一个发生的事件，称为事件 A 与事件 B 的**并事件**，记作 $A\cup B$.其几何图形如图 1-2.

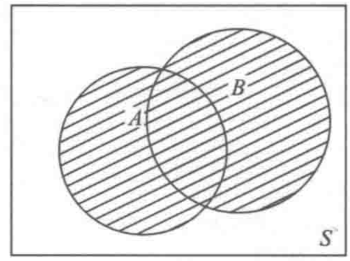

图 1-2

一般地，n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的并事件记作 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$，它表示事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生.可列事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 的并事件记作 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i$，它表示可列事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 中至少有一个发生.

对于任意事件 A，有 $A\cup\varnothing=A$，$A\cup A=A$，$A\cup S=S$.若 $A\subset B$，则 $A\cup B=B$.

3. 事件的积

事件 A 与事件 B 同时发生的事件，称为事件 A 与事件 B 的**积事件**，记作 $A\cap B$(或 AB).其几何图形如图 1-3.

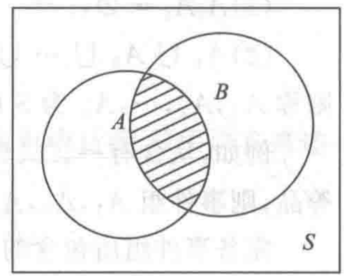

图 1-3

一般地，n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积事件记作 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$，它表示事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 同时发生.可列事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 的积事件记作 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i$，它表示可列事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 同时发生.

4. 事件的差

若事件 A 发生而事件 B 不发生，称为事件 A 与事件 B 的**差**，记作 $A-B$.其几何图形如图 1-4.

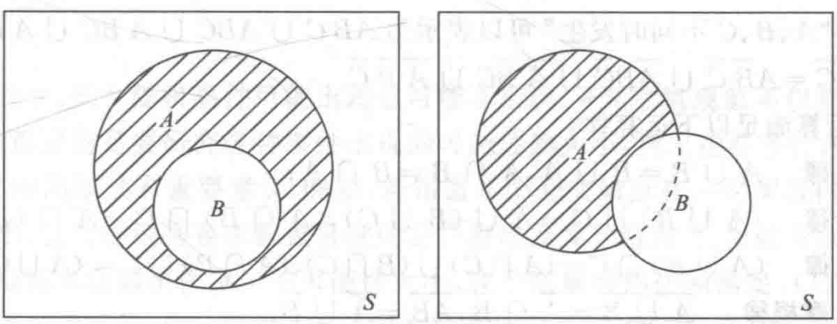

图 1-4

显然，$A-B=A\overline{B}=A-AB$.

5. 事件的互不相容(互斥)

若事件 A 和事件 B 不能同时发生，则称为事件 A 和事件 B 是**互不相容事件**(或**互斥事件**)，记作 $A\cap B=\varnothing$.其几何图形如图 1-5.

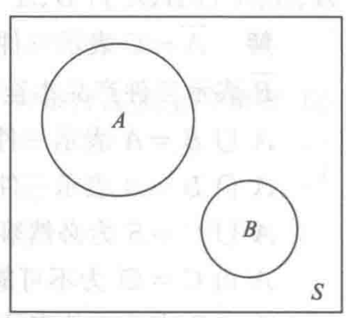

图 1-5

6. 对立事件(逆事件)

若 $A\cup B=S$，且 $A\cap B=\varnothing$，则称作事件 A 与事件 B 为**对立事件**，也称作事件 A 和事件 B 是**互逆事件**.A 的对立事件 B，记作 $\overline{A}$.其几何图形如图 1-6.

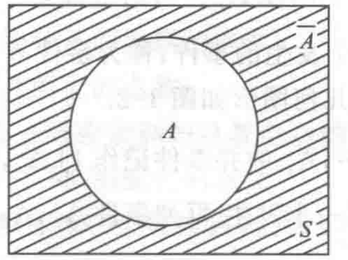

图 1-6

7. 完备事件组

设 S 是试验 E 的样本空间，$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是 E 的一组事件，若

(1) $A_iA_j = \varnothing, i \neq j, i, j = 1, 2, 3, \cdots, n$，

(2) $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = S$，

则称 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为 S 的一个**完备事件组**.

例如，从含有一、二、三等品的产品中任意取出一件产品，事件 A_i 表示取出的产品是 i 等品，则事件组 A_1, A_2, A_3 就是一个完备事件组.

完备事件组所包含的事件可以推广到可列无穷多个的情形.

例 3 设 A、B、C 是三个事件，则

(1) 事件"A、B、C 同时发生"可以表示为 ABC；

(2) 事件"A 与 B 发生，C 不发生"可以表示为 $AB\overline{C}$；

(3) 事件"A、B、C 中至少有两个发生"可以表示为 $AB \cup BC \cup AC$；

(4) 事件"A、B、C 中恰有两个发生"可以表示为 $AB\overline{C} \cup A\overline{B}C \cup \overline{A}BC$；

(5) 事件"A、B、C 不同时发生"可以表示为 $A\overline{B}\,\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\,\overline{B}C \cup \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$（或表示为 $\overline{ABC}$），即 $\overline{ABC} = A\overline{B}\,\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\,\overline{B}C \cup \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$.

事件的运算满足以下运算律：

(1) **交换律** $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$；

(2) **结合律** $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$；

(3) **分配律** $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C), (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$；

(4) **德·摩根律** $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{AB} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

例 4 从某厂的产品中随机取出三件产品.设事件 A 表示"三件产品中至少有一件是次品"，事件 B 表示"三件产品中至少有两件是次品"，事件 C 表示"三件产品全是合格品"，问：$\overline{A}$、$\overline{B}$、$A \cup B$、$A \cap B$、$A \cup C$、$A \cap C$、$A - B$ 各表示什么事件？

解 $\overline{A} = C$ 表示三件产品全是合格品；

$\overline{B}$ 表示三件产品中至多有一件产品是次品；

$A \cup B = A$ 表示三件产品中至少有一件是次品；

$A \cap B = B$ 表示三件产品中至少有两件是次品；

$A \cup C = S$ 为必然事件；

$A \cap C = \varnothing$ 为不可能事件；

$A - B$ 表示三件产品中恰有一件产品是次品.

习题 1.1

1. 写出下列试验的样本空间：

(1) 将一枚硬币连掷三次；

(2) 观察在时间$[0,t]$内进入某商店的顾客人数；

(3) 投掷两颗骰子，其面上的点数之和；

(4) 在单位圆内任取一点，记录到圆心的距离.

2. 试用事件 A、B、C 及其运算关系式表示下列事件：

(1)A 发生而 B 不发生；

(2)A 不发生但 B、C 至少有一个发生；

(3)A、B、C 中恰有一个发生；

(4)A、B、C 中至多有一个发生；

(5)A、B、C 中至少有两个发生.

3. 设某人向目标靶射击三次，用事件 A_i $(i=1,2,3)$ 表示第 i 次射中目标.试用语言描述下列事件：

(1)$A_1A_2A_3$；(2)$A_1 \cup A_2 \cup A_3$；(3)$\overline{A}_1 \cup \overline{A}_2 \cup \overline{A}_3$；(4)$\overline{A_1A_2}$.

4. 判断下列各式哪个成立，哪个不成立，并说明理由.

(1) 若 $A \subset B$，则 $\overline{B} \subset \overline{A}$；(2)$(A \cup B)-B=A$；(3)$A(B-C)=AB-AC$.

§1.2 频率与概率

在一次试验中，某个随机事件可能出现也可能不出现.研究随机现象不仅要知道哪些事件可能出现，更重要的是要研究各种事件出现的可能性的大小，找出这些事件内在的统计规律，这对研究实际问题具有重要意义.例如，若知道某个公交站点在一时间段内等候乘车的人数可能性大小，就可以根据要求配置合理的公交班次及发车时间等.为此希望能够找到一个合适的数量指标来刻画事件发生的可能性大小，这个数量指标必须满足：(1) 它是事件本身所固有的一种客观度量；(2) 发生可能性较大的事件具有较大的数值.必然事件的数值最大，不可能事件的数值最小.我们将度量事件 A 发生可能大小的数值，称为事件 A 的**概率**，记作 $P(A)$.为讨论事件 A 的概率，我们首先引进频率的概念.

1.2.1 频率

定义 1.2　在 n 次重复试验中，若事件 A 发生了 n_A 次，则称 n_A 为事件 A 发生的**频数**，比值 $\frac{n_A}{n}$ 称作事件 A 发生的**频率**，记作 $f_n(A)$，即 $f_n(A)=\frac{n_A}{n}$.

由频率的定义易知，频率具有下列基本性质：

(1) **非负性**　对于任意事件 A，$f_n(A) \geqslant 0$；

(2) **规范性**　$f_n(S)=1$；

(3) **可加性**　若随机事件 A,B 互不相容，即 $AB=\varnothing$，则 $f_n(A\cup B)=f_n(A)+f_n(B)$.

证明：由频率的定义知，性质(1)(2)是显然的.

(3) 设在 n 次试验中，事件 A 发生了 n_A 次，事件 B 发生了 n_B 次，由于随机事件 A,B 互不相容，故事件 $A\cup B$ 共发生了 n_A+n_B 次，所以事件 $A\cup B$ 的频率为

$$f_n(A\cup B)=\frac{n_A+n_B}{n}=\frac{n_A}{n}+\frac{n_B}{n}=f_n(A)+f_n(B).$$

性质(3)还可以推广到 m 个两两互不相容事件，即

$$f_n(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_m)=f_n(A_1)+f_n(A_2)+\cdots+f_n(A_m).$$

由于事件 A 在 n 次重复试验中发生的频率是其频数 n_A 与试验总次数 n 的比值，频率大小反映了在这 n 次重复试验中事件 A 发生的频繁程度.频率越大，事件 A 在这 n 次重复试验中发生得越频繁，这也意味着事件 A 在一次试验中发生的可能性越大.由此可知，频率在一定程度上反映了事件发生可能性的大小.

从另一角度看，频率又具有不客观性的一面，随着试验次数 n 的不同，频率也会不同.不同的试验者得到的频率也可能不相同，但随着试验次数的增加，它又表现出某种稳定性.

例如，某农科所对一种玉米种子进行发芽试验，以事件 A 表示"该玉米种子发芽"，统计得出如表 1-1 所示的数据.

表 1-1　玉米种子发芽试验数据表

种子总数	5	10	100	200	400	500	800	1000
发芽粒数	3	7	57	126	236	310	492	610
发芽率(频率)	0.6	0.7	0.57	0.63	0.59	0.62	0.615	0.61

历史上许多学者曾做过投掷硬币试验，表 1-2 是部分试验结果.

表 1-2　投掷硬币试验数据表

试验者	掷币次数 n	正面次数 n_A	频率 $f_n(A)$
摩根	2 048	1 061	0.518 1
蒲丰	4 040	2 048	0.506 9
K.皮尔逊	12 000	6 019	0.501 6
K.皮尔逊	24 000	12 012	0.500 5
维尼	30 000	14 994	0.499 8

1.2.2 概率

尽管频率随着试验次数 n 的不同及试验者的不同而波动，由以上试验数据可以看出，当试验次数 n 较大时，频率的波动越来越少，且频率值总稳定在一个具体数值的附近.上述玉米种子发芽试验结果表明，该玉米种子的发芽率稳定于 0.6；投掷硬币试验结果表明，事件"正面向上"出现的频率稳定于 0.5.这种频率的稳定性是客观存在的，不因试验者的不同而变化.同时，这个稳定值能够刻画随机事件 A 发生可能性的大小，称其为事件 A 发生的**概率**，记作 $P(A)$.根据上述事实，提出如下定义.

定义 1.3(概率的统计定义)　在相同的条件下重复进行试验,如果随着试验次数 n 的增加,事件 A 在 n 次试验中出现的频率 $f_n(A)$ 稳定于某一数值 p(或稳定在某一数值 p 附近波动),则称此数值 p 为事件 A 发生的**概率**,记作 $P(A)=p$.

上述概率的定义由频率引进,与频率类似.它也具有以下性质:

(1) **非负性**　对于任意事件 A,$P(A)\geqslant 0$;

(2) **规范性**　$P(S)=1$;

(3) **可加性**　若随机事件 A,B 互不相容,则 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

值得注意的是,此处给出的定义称为概率的统计定义,它是以统计试验数据为基础的.由定义可知,当试验次数 n 充分大时,可以将频率 $f_n(A)$ 作为概率 $P(A)$ 近似估计值,在大部分的实际问题中都是这样做的,其严格的理论依据在第 5 章中给出.例如,通常人们所说的百分率,如出生率、正品率、命中率、升学率、成功率等,在概率论中均可理解为相应事件的概率.

定义 1.4(概率的公理化定义)　设 S 是随机试验 E 的样本空间,对 S 中的每一个事件 A 赋予一个实数,记为 $P(A)$,如果集合函数 $P(\cdot)$ 满足下列三个条件,则称 $P(A)$ 为事件 A 的**概率**.

(1) **非负性**　对于任意事件 A,$P(A)\geqslant 0$;

(2) **规范性**　对于必然事件 S,$P(S)=1$;

(3) **可列可加性**　设 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 是两两互不相容事件序列,即对于 $i\neq j$,$A_iA_j=\varnothing(i,j=1,2,\cdots)$,则有 $P(\bigcup\limits_{k=1}^{\infty}A_k)=\sum\limits_{k=1}^{\infty}P(A_k)$.

概率的这个公理化定义是苏联数学家柯尔莫哥洛夫(Kolmogorov,1903—1987)在 1933 年给出的.

由概率的公理化定义,可以得到概率的一些性质.

性质 1　$P(\varnothing)=0$,$P(S)=1$.

性质 2(有限可加性)　设 n 个两两互不相容事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$,即对于 $i\neq j$,$A_iA_j=\varnothing(i,j=1,2,\cdots,n)$,有

$$P(\bigcup_{k=1}^{n}A_k)=\sum_{k=1}^{n}P(A_k).$$

性质 3(互补性)　对于任一事件 A,有 $P(\overline{A})=1-P(A)$.

性质 4(减法公式)　对于任意两个事件 A、B,有 $P(A-B)=P(A)-P(AB)$.

特别地,当 $B\subset A$ 时,有 $P(A-B)=P(A)-P(B)$,且 $P(A)\geqslant P(B)$.

性质 5(加法公式)　对于任意两个事件 A、B,有 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

证明　对任意两个事件 A、B,有

$$A\cup B=A\cup(B-AB),\text{且 }A\cap(B-AB)=\varnothing.$$

由性质 2 及性质 4 得

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B-AB)=P(A)+P(B)-P(AB).$$

特别地,对于三个事件 A、B、C,有

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC).$$

例 1　设事件 A 与事件 B 互不相容,且 $P(A)=0.6$,$P(A\cup B)=0.8$,求 $P(\overline{B})$.

解　由概率的可加性,得 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$,

$P(B)=P(A\cup B)-P(A)=0.8-0.6=0.2$,

于是 $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0.2=0.8$.

例 2 设 A、B 是两个事件,已知 $P(A)=0.4$,$P(A\cup B)=0.7$,求 $P(A\cup\overline{B})$.

解 由概率的性质,有

$$P(A\cup\overline{B})=P(A)+P(\overline{B})-P(A\overline{B})$$
$$=P(A)+1-P(B)-[P(A)-P(AB)]=1-P(B)+P(AB),$$

由加法公式知 $P(B)-P(AB)=P(A\cup B)-P(A)$,

$$P(A\cup\overline{B})=1-P(B)+P(AB)=1-P(A\cup B)+P(A)$$
$$=1-0.7+0.4=0.7.$$

例 3 已知 $P(A)=0.4$,$P(B)=0.3$,求下列情形下 $P(A\overline{B})$ 的值.

(1)A 与 B 互斥;(2)$B\subset A$;(3)$P(AB)=0.2$.

解 (1) 因为 $AB=\varnothing$,故 $P(AB)=0$,

$$P(A\overline{B})=P(A-B)=P(A-AB)=P(A)-P(AB)=P(A)=0.4.$$

(2) 因为 $B\subset A$,

$$P(A\overline{B})=P(A-B)=P(A)-P(B)=0.4-0.3=0.1.$$

(3)$P(A\overline{B})=P(A-B)=P(A-AB)=P(A)-P(AB)=0.4-0.2=0.2$.

习题 1.2

1. 已知 $P(A)=0.3$,$P(B)=0.4$,$P(A\cup B)=0.5$,求 $P(A\overline{B})$.
2. 已知 $B\subset A$,$P(A)=0.6$,$P(B)=0.3$,求 $P(\overline{A})$,$P(AB)$,$P(A\overline{B})$ 和 $P(\overline{A}\,\overline{B})$.
3. 设事件 A、B、C 两两互不相容,$P(A)=0.4$,$P(B)=0.3$,$P(C)=0.1$,求 $P(A\cup B-C)$.
4. 已知 $P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}$,$P(AB)=P(AC)=\dfrac{1}{16}$,$P(BC)=0$,求事件 A、B、C 全不发生的概率.

§1.3 古典概型与几何概型

1.3.1 古典概型

古典概型具有如下特征:

(1) 试验的样本空间只包含有限个样本点:$S=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$;

(2) 试验中的每个基本事件发生的可能性相同:$P(\{e_1\})=P(\{e_2\})=\cdots=P(\{e_n\})$.

古典概型又称等可能概型,等可能概型的一些概念具有直观、容易理解的特点.在概率论的产生和发展过程中,它是最早的研究对象,而且在实际应用中也是最常见的一种概率模型.

设试验的样本空间为 $S=\{e_1,e_2,\cdots,e_n\}$.由于在试验中每个基本事件发生的可能性相同,即有