

HUANGGANGZHIZAO

中考同期题 精读精析

ZHONGKAOTONGQITI
JINGDUJINGXI

新课标 XINKEBIAO

数学八年级

长 春 出 版 社

黄 冈 制 造

中 考 同 期 题

精 读 精 析

黄冈制造 中考同期题精读精析(新课标数学八年级)

主 编:万志勇

责任编辑:赵宇鹤

封面设计:郝 威

版式设计:王久柱

出版发行:长春出版社

总编室电话:0431-88563443

发行部电话:0431-88561180

读者服务部电话:0431-88561177

地 址:吉林省长春市建设街 1377 号

邮 编:130061

网 址:www.cccbs.net

制 版:长春大图视听文化艺术传播有限责任公司

印 刷:吉林省金昇印务有限公司

经 销:新华书店

开 本:880×1230 毫米 32 开本

字 数:560 千字

印 张:12.75 印张

版 次:2008 年 1 月第 2 版

印 次:2008 年 3 月第 1 次印刷

定 价:16.00 元

版权所有 盗版必究

如有印装质量问题,请与印厂联系调换

联系电话:84866022

【特点介绍】

新概念——倡导“理科阅读”新概念，变做题为读题。有条件地忽略做题的操作过程，旨在通过阅读达到对题目的理解，着重于对解题方法和解题思路的强化训练与掌握。

同期题——精选全国各地近年来有代表性的适合学生当前学习水平的中考试题及典型例题，使学生熟悉中考命题的规律和最新中考题型，把握中考脉搏，为备考打下基础。

多功能——本书可视为教材例题的补充与扩展，解决教材例题偏少的问题，强化学生对知识点的理解与掌握，既可随课程进度进行同步学习，亦可作为期末复习及中考总复习的备考资料。

【栏目解析】

掌握程度——学生阅读时对每道题的现实掌握程度，由学生自己记录。

★★★ 表示对例题完全理解，无须再读；

★★☆ 表示对例题基本理解，但仍须加强掌握；

★☆☆ 表示对例题不甚理解，还须重点阅读学习。

本题考点——归纳本题所要考核的主要知识点。

读题要点——以笔记的形式记录有价值的内容，如题中涉及的重难点问题、解题思路的提示、解题步骤中的重点以及公式和定理的运用等。

方法归纳——对本题及同类型题解题方法的进一步归纳、探讨。

*例题前的地名为所在地区的中考、模拟考试及竞赛试题。

【方法推荐】

☞ 本书强调读题并不排斥做题，要求学生根据学习状态调整学习方式，采取“读”、“做”结合的方法，在略感疲惫时进行读题学习，可起到更好的效果。

☞ 读题数量、时间可自行掌握，但要有计划性和目的性。

☞ 在读题过程中除已标注的内容外，对自己要掌握的内容可自行标注，以便再次阅读抓住重点。

☞ 读题的目的是为了掌握，所以要认真、真实地记录自己对每道题的掌握程度。

☞ 再次阅读时，要有“精”、“简”之分，我们建议是：★☆☆精、★★☆简、★★★过。

第十一章 一次函数专题

11.1 变量与函数	1
11.2 一次函数	9
11.3 用函数观点看方程(组)与不等式	20
本章最有价值的十道考题	36

第十二章 数据的描述专题

12.1 几种常见的统计图表	42
12.2 用图表描述数据	57
本章最有价值的十道考题	74

第十三章 全等三角形专题

13.1 全等三角形	82
13.2 三角形全等的条件	91
13.3 角的平分线的性质	103
本章最有价值的十道考题	115

第十四章 轴对称专题

14.1 轴对称	123
14.2 轴对称变换	132
14.3 等腰三角形	141
本章最有价值的十道考题	153

第十五章 整式专题

15.1 整式的加减	159
15.2 整式的乘法	169
15.3 乘法公式	178
15.4 整式的除法	188
15.5 因式分解	196
本章最有价值的十道考题	205

第十六章 分式专题

16.1 分式	209
16.2 分式的运算	220
16.3 分式方程	232
本章最有价值的十道考题	244

第十七章 反比例函数专题

17.1 反比例函数	248
17.2 实际问题与反比例函数	260
本章最有价值的十道考题	271

第十八章 勾股定理专题

18.1 勾股定理	276
18.2 勾股定理的逆定理	288
本章最有价值的十道考题	299

第十九章 四边形专题

19.1 平行四边形	304
19.2 特殊的平行四边形	321
19.3 梯形	338
本章最有价值的十道考题	353

第二十章 数据的分析专题

20.1 数据的代表	360
20.2 数据的波动	376
本章最有价值的十道考题	393

第十一章 一次函数专题

11.1 变量与函数

基础知识 基本方法

例 1 分别指出下列各式中的变量与常量

(1) 圆的面积 S 与圆的半径 R 的关系式是 $S = \pi R^2$

(2) 等腰三角形的顶角为 α , 底角为 β , 则 $\beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$

解: (1) S, R 是变量; $\pi, 2$ 是常量

(2) β, α 是变量; $180^\circ, 2$ 是常量

方法归纳 一般地, 公式中的字母是变量, 但要注意, π 不是字母, 而是常量.

例 2 下列变量之间的关系不是函数关系的是 ()

A. 长方形的宽一定, 其长与面积

B. 正方形的周长与面积

C. 等腰三角形的底与面积

D. 球的体积与球的半径

解: 选 C

方法归纳 判断变量之间的关系是否存在函数关系, 首先看是否有两个变量, 然后再看这两个变量是否是一一对应的关系.

例 3 (四川内江) 函数 $y = \frac{2}{x+1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是

解: $x \neq -1$

方法归纳 当函数关系式是关于自变量的分式时, 自变量的取值范围是使分母不为零的实数.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

变量与常量的要领
读题要点

S 和 R 的关系式,
 α 与 β 的关系.

注: 字母上的指数, 亦是常量.

π 不是字母, 是常量.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数的概念

读题要点

① 变量之间符合函数关系;

② 选出不是函数关系的项.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数自变量的取值范围

读题要点

函数 y 的表达式是以分式的形式出现的.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数解析式

自变量的取值范围

读题要点

- ① 等腰三角形;
② x 表示腰长.

此处容易想到符合实际 $x > 0$, 同时要注意三角形三边关系的条件的限制.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

求函数值

读题要点

- ① $-2 < x < -1$, 此时 $y = x + 2$;
② $-1 < x < 1$, 此时 $y = x^2$;
③ $1 < x < 2$, 此时 $y = -x + 2$.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数的图象

读题要点

- ① 物体在水中;
② 物体匀速提起;
③ 物体完全露出水面.

例1 一等腰三角形周长为 20, 底边长 y 与腰长 x 之间的函数关系式是 _____, x 的范围是 _____.

解: 由题意得 $x + x + y = 20$

$$\therefore y = -2x + 20$$

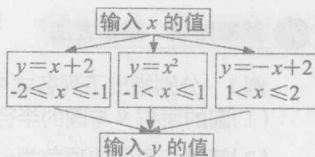
由三角形三边关系得 $x + x > y > x - x$

$$x + x > -2x + 20 > 0$$

$$\therefore 5 < x < 10$$

方法归纳 在求实际问题中自变量取值范围时, 要善于挖掘题目的隐含条件, 同时自变量的取值必须使实际问题有意义.

例2 (北京海淀) 如图是某程序计算函数值, 若输入 x 的值是 $\frac{3}{2}$, 则输出 y 的值是 _____.



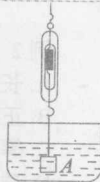
$$\text{解: } \because x = \frac{3}{2}$$

$$\text{则 } 1 < x < 2$$

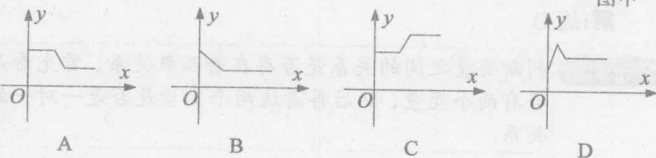
$$\therefore y = -x + 2 = -\frac{3}{2} + 2 = \frac{1}{2}$$

方法归纳 根据 x 的取值范围选定函数解析式, 再把 x 代入解析式, 求出函数值.

例3 (2007, 烟台) 在物理实验课上, 小明用弹簧秤将铁块 A 悬于盛有水的水槽中, 如图甲, 然后匀速向上提起, 直至铁块完全露出水面一定高度, 则能反映弹簧秤的读数 y (单位: N) 与铁块被提起的高度 x (单位: cm) 之间的函数关系的图象大致是 ()



图甲



解: 选 C

理由: 借助物理浮力的有关知识可知, 物体在水中时弹簧秤读数 y 不变, 在物体刚离开水面到未完全离开水面时 y 的读数会逐渐变大, 当物体全部离开水面后, 读数 y 又固定不变了. 符合题意的图象为 C.

方法归纳 先读懂题意, 弄清事件经过, 再看图象, 注意横、纵轴实际意义. 关键要看清图象的趋势、转折点、关键点及其实际意义.

最有价值的十道考题

例1 (2007, 天门) 函数 $y = \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq -1$

B. $x > 2$

C. $x > -1$ 且 $x \neq 2$

D. $x \geq -1$ 且 $x \neq 2$

解: 由题意得

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$$

解得 $x \geq -1$ 且 $x \neq 2$

方法归纳 当函数关系式中既有根式又有分式时, 自变量取值范围取其公共解. 在解不等式组时注意“且”与“或”的区别.

例2 (新疆建设兵团) 为庆祝兵团成立 50 周年, 其校组织合唱汇演, 初三年级排练队形为 10 排, 第一排 20 人, 后面每排比前一排多 1 人, 写出每排的人数 m 与这排的排数 n 之间的函数关系式 _____, 自变量 n 的取值范围是 _____.

解: 第 1 排 $(20 + 0)$ 人

第 2 排 $(20 + 1)$ 人

第 3 排 $(20 + 2)$ 人

递推得第 n 排 $(20 + n - 1)$ 人

$$\therefore m = 20 + n - 1 = 19 + n$$

由于队形只有 10 排, 且 n 表示排数, 所以 $1 \leq n \leq 10$ 且 n 为整数.

方法归纳 涉及用 n 表示的函数关系式时应用递推数列的方法, 找出规律, 要注意第 n 项有时与“ n ”对应, 有时与“ $n-1$ ”对应, 有时与“ $n-2$ ”或其他对应.

例3 (德阳) 某车间的甲、乙两名工人分别同时生产同种零件, 他们一天生产零件 y (个) 与生产时间 t (时) 函数关系如图 11-1-1 所示.

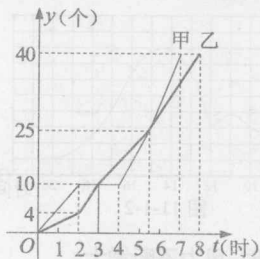


图 11-1-1

(1) 根据图象填空:

①甲、乙中, _____ 先完成一天的生产任务; 在生产过程中, _____

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

自变量的取值范围

读题要点

函数 $y = \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x-2}$ 解析式既有根式, 又含有分式.

注意“且”与“或”的区别.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数关系式, 自变量的取值范围

读题要点

①后面每排比前一排多 1 人;

②初三排练队形为 10 排;

③ n 为整数.

注意每排加的人数比排数少 1.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数的图象

读题要点

看图象, 结合横轴、纵轴.

弄清图象特殊点意义.

$(2, 4)$ $(2, 10)$

$(3, 10)$ $(4, 10)$

$(7, 40)$

因机器故障停止生产_____小时.

②当 $t =$ _____时,甲、乙生产的零件个数相等.

(2)谁在哪一段时间内的生产速度最快?求该段时间内,他每小时生产零件的个数.

解:(1)①甲,甲,2

②3和5.5

(2)甲在4~7时的生产速度最快,

$$\therefore \frac{40-10}{7-4} = 10$$

\therefore 他在这段时间内每小时生产零件10个.

根据倾斜程度可判断.

方法归纳 这类图象题目关键在于弄清图象与事件的经过,只有从图象上的点所表示的实际意义出发才能更好的解题.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数关系式、函数值

读题要点

- ①利润;
- ②出厂价;
- ③成本;
- ④各项支出.

例4 (青海)一化工厂生产某种产品,产品出厂价为500元/吨,其原材料成本(含设备损耗)为200元/吨,同时,生产1吨该产品需付环保处理费等各项支出共计100元.写出利润 y (元)与产品销量 x (吨)之间的函数关系式_____,销售该产品_____吨,才能获得10万元利润.

解:(1) $y = (500 - 200 - 100) \cdot x = 200x$

(2)由题意得

$$100000 = 200x$$

$$x = 500$$

方法归纳 对于应用题,关键要理清等量关系,列出文字等式,再用代数式表示.本题中利润=每吨利润 \times 销量=(出厂价-原材料成本-其他支出) \times 销量.

注意:单位要统一.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数的图象

读题要点

看图象.

最高点对应最大
最低点对应最小

例5 (沈阳)我市春天经常刮风,给人们的出行带来很多不便,小明观测了4月6日连续12个小时风力变化情况,并画出了风力随时间变化的图象(如图11-1-2所示),则下列说法正确的是()

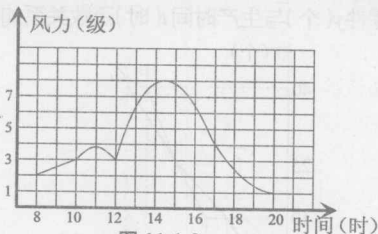


图 11-1-2

- A. 在8时至14时,风力不断增大
- B. 在8时至12时,风力最大为7级
- C. 8时风力最小
- D. 20时风力最小

解:观察图象的升降趋势排除 A, 由图象最高点位于 14 至 16 时排除 B, 由图象最低点位于 20 时选择 D 答案

方法归纳

观察图象的升降趋势、图象最高点与最低点及其实际意义, 把语言叙述与图象意义相结合来解题。

例 6 (江苏淮安)一名考生步行前往考场, 10 分钟走了总路程的 $\frac{1}{4}$, 估计步行不能准时到达, 于是他改乘出租车赶往考场, 他的行程与时间关系如图 11-1-3 所示(假定总路程为 1), 则他到达考场所花的时间比一直步行提前了 ()

- A. 20 分钟 B. 22 分钟 C. 24 分钟 D. 26 分钟

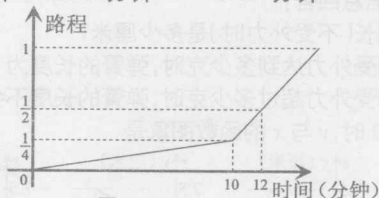


图 11-1-3

解:由图象知步行 10 分钟走了路程的 $\frac{1}{4}$, 故步行速度为 $\frac{1}{4} \div 10 = \frac{1}{40}$, 乘出租车时用去 $12 - 10 = 2$ (分钟), 走了 $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ 的路程, 故出租车的速度为 $\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$, 走完剩余的 $\frac{1}{2}$ 的路程所花时间为 $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} = 4$ (分钟), 此考生改变方式赶往考场前后共用去 $12 + 4 = 16$ (分钟)

此考生一直步行用的时间为

$$1 \div \frac{1}{40} = 40(\text{分钟})$$

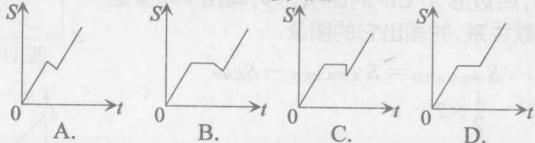
则提前时间为 $40 - 16 = 24$ (分钟)

故答案选择 C

方法归纳

先根据图象及图象上点的坐标值分别求出步行的速度和出租车的速度, 再求时间差。

例 7 (全国竞赛)某人骑车沿直线旅行, 先前进 a 千米, 休息了一段时间, 又原路返回 b 千米($b < a$), 再前进 c 千米, 则此人离起点的距离 S 与时间 t 的关系示意图是 ()



解:因为图 A 没有反映休息所消耗的时间; 图 D 没有反映沿原路返回的一段路程; 图 C 尽管表示了折返后路程的变化, 但没有表示消耗的时间, 故选 B.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数图象、函数关系式

读题要点

①步行 10 分钟走了路程 $\frac{1}{4}$ 的可求出步行速度;

②于是改乘出租车;

③要求提前的时间.

注意: 实际只走了 2 分钟而不是坐标值 12 分.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数图象

读题要点

①先前进 a 千米;
②休息一段时间;

③返回 b 千米;

④再前进 c 千米.

方法归纳

弄清图象三种状态所代表的含意：①“/”状态表示前进；②“\”表示返回；③“—”表示休息。前进意味着 t 变大， S 变大；休息则表示 t 变大， S 不变；返回表示 t 变大， S 变小。

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数图象、函数值

读题要点

有几组特殊数据：

①当 $x=0$ 时， $y=2$ ；

②当 x 取50、100、150、200、250时 y 一直在变大；

③当 x 取300、400、500时 y 都等于7.5。

注意： y 在 x 为300时的取值不能认为是从 $x=300$ 时 y 开始等于7.5，要通过计算确定 x 从何值开始 y 才不变。

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数关系式
平面图形的面积公式

读题要点

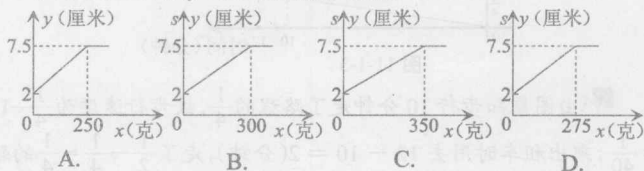
用 PB 表示梯形 $APCD$ 的面积。

例8 (湖北黄冈)某同学在探究弹簧的长度 y (厘米)跟外力 x (克)的变化关系时,实验记录得到的相应数据如下表:

砝码的质量 x (克)	0	50	100	150	200	250	300	400	500
指针位置 y (厘米)	2	3	4	5	6	7	7.5	7.5	7.5

根据以上信息回答:

- (1)弹簧原长(不受外力时)是多少厘米?
- (2)弹簧所受外力达到多少克时,弹簧的长度为7.5厘米?
- (3)弹簧所受外力超过多少克时,弹簧的长度不会改变?
- (4)当 $x \geq 0$ 时, y 与 x 的函数图象是 ()



解:(1)从表中可以看出,在不受外力(即 $x=0$)时,弹簧的原长为2厘米。

(2)从表中可以看出,当所受外力 x 每增加50克,弹簧伸长1厘米,故 $y=2+\frac{x}{50}$,当 $y=7.5$ 时, $7.5=2+\frac{x}{50}$, $x=275$ 。所以,当弹簧所受外力为275克时弹簧的长度为7.5厘米。

(3)由(2)及表中的信息可知当弹簧所受外力超过275克,弹簧的长度不会改变。

(4)从(1)、(2)、(3)可知,当 $x \geq 0$ 时, y 与 x 的函数图象是D。

方法归纳

此题是一道分段函数题,在不同的自变量的取值之下,函数关系式也往往不同,因而必须分段研究。

例9 如图11-1-4正方形 $ABCD$ 的边长为2,有一点 P 在 BC 上运动(P 不与 B 、 C 重合),设 $PB=x$,四边形 $APCD$ 的面积为 y ,写出 y 与 x 之间的函数关系,并画出它的图象。

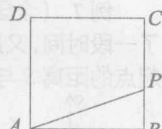
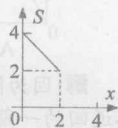


图 11-1-4

解: $\because S_{\text{四边形}APCD} = S_{\text{正方形}ABCD} - S_{\triangle ABP}$

$$\begin{aligned} \therefore y &= 2^2 - \frac{1}{2} \times 2 \cdot x \\ &= 4 - x \end{aligned}$$

由于 P 在 BC 上运动(P 不与 B 、 C 重合)故 $0 < x < 2$,则其图象如右。



方法归纳

用面积法将梯形的面积用正方形的面积减去三角形的面积表示出来.所画图象要在自变量的取值范围内.

例 10 (哈尔滨)小明同学骑自行车去郊外春游,图 11-1-5 表示他离家的距离 y (千米)与所用的时间 x (时)之间关系的函数图象.

(1)根据图象回答:小明到达离家最远的地方需几小时?此时离家多远?

(2)小明出发两个半小时离家多远?

(3)小明出发多长时间离家 12 千米?

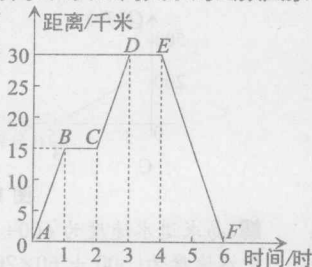


图 11-1-5

解:(1)由图象可知小明到达离家最远的地方需 3 小时此时离家 30 千米.

(2)小明出发 2 小时,离家 15 千米.由于在 CD 段小明走的路程为 15 千米,时间为 1 小时,故小明这一段的速度为 $15 \div 1 = 15$ (千米/时).

$$\therefore 15 \times 0.5 = 7.5 \text{ (千米)}, \therefore 7.5 + 15 = 22.5 \text{ (千米)}.$$

\therefore 小明出发两个半小时离家 22.5 千米.

(3)由图象可以看出小明从出发到距离家 12 千米有两个时刻,一是在 AB 段,二是在 EF 段,故分两种情况;

① \because 小明出发到出发 1 小时,匀速前行,其速度为 $15 \div 1 = 15$ (千米/时),

$$\therefore 12 \div 15 = 0.8 \text{ (时)}, 0.8 \text{ 小时} = 48 \text{ 分}.$$

② \because 小明出发 4 小时后返回,

\therefore 返回时速度为 $30 \div 2 = 15$ (千米/时), $(30 - 12) \div 15 = 1.2$ (时), 1.2 小时 = 1 小时 12 分.

$$\therefore 4 \text{ 小时} + 1 \text{ 小时} 12 \text{ 分} = 5 \text{ 小时} 12 \text{ 分}.$$

故小明出发 48 分和出发 5 小时 12 分时离家都为 12 千米.

方法归纳

观察图象,找出关键点的坐标值,并与实际意义联系.



最新热点题精读

例 1 (黄冈)有一个装有进、出水管的容器,单位时间内进、出的水量都一定.已知容器的容积为 600 升,又知单开进水管 10 分钟可把空容器注满.若同时打开进、出水管,20 分钟可把满容器的水放完.现已知水池内有水 200 升,先打开进水管 5 分钟后,再打开出水管,两管同时开放直至把容器中的水放完,则能正确反映这一过程中容器的水量 Q (升)随时间 t (分钟)变化的图象是如图 11-1-6 ()

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数图象

读题要点

看图识图.

这时的两种情况.

由行走时间找速度,然后定时刻.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数的图象

读题要点

①单开进水管可注满;

②同时开 20 分钟可放完;

③正确反映水量与时间的图象.

注意:时刻与时间的区别.

两管齐开时 $\frac{50}{3}$ 分放, 放完后则时间为 $\frac{65}{3}$ 分.

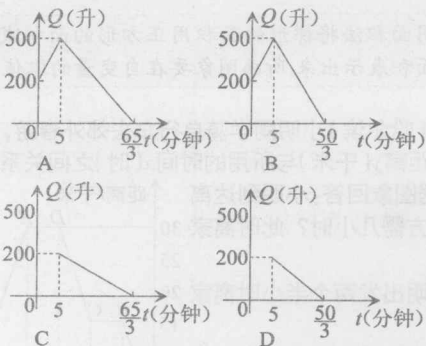


图 11-1-6

解:易求进水速度为 $600 \div 10 = 60$ (升/分)

出水速度为 $(600 + 60 \times 20) \div 20 = 90$ (升/分)

由题意知:0 时有水 200 升

5 分钟时有 $200 + 5 \times 60 = 500$ (升)

两管同时开启后, $500 \div (90 - 60) = \frac{50}{3}$ (分钟) 放完

则此时对应的时刻为 $5 + \frac{50}{3} = \frac{65}{3}$ (分钟)

故选择 A

方法归纳 注意数形结合,特别是分清坐标轴上数的实际意义.单开进水管水量增加,单开出水管水量减少,同时开则互有抵消.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数的图象

读题要点

总产量 Q 的意义.

每一个月的产量的计算方法:

本月总产量 - 前一月总产量.

例 2 (呼和浩特)某厂今年前五个月生产某种产品的总产量 Q (件)与时间 t (月)的函数图象如图 11-1-7 所示,则对这种产品来说,下列说法正确的是 ()

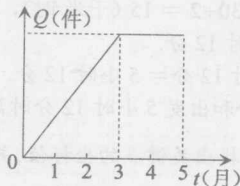


图 11-1-7

- A. 1 月至 3 月每月产量逐月增加,4,5 两月每月产量逐月减少
- B. 1 月至 3 月每月产量不变,4,5 两月每月产量与 3 月持平
- C. 1 月至 3 月每月产量逐月增加,4,5 两月停止生产
- D. 1 月至 3 月每月产量不变,4,5 两月停止生产

解:由图象知,1 至 3 月总量 Q 呈直线上升,表明每月产量一定,而到 4,5 月, Q 不变,表明 4,5 月停产,故选 D

方法归纳 用数形结合解题时,要注意图象的变化趋势与实际意义的关系.总产量是前几个月的产量之和.

例3 九年级(2)班同学为了探索泥茶壶盛水凉起来快的原因,对泥茶壶和塑料壶盛水散热情况进行对比实验.在同等情况下,把稍高于室温(25.5℃)的水放入两壶中,每隔一小时同时测出两壶水温,所得数据如下表:

室温 25.5℃时两壶水温的变化(单位:℃)

名称 \ 时间	刚装入时	1	2	3	4	5	6	7	……
泥茶壶	34	27	25	23.5	23.0	22.5	22.5	22.5	……
塑料壶	34	30	27	26.0	25.5	25.5	25.5	25.5	……

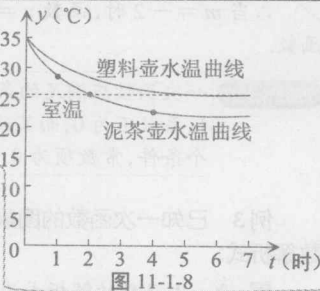
(1)塑料壶水温变化曲线如图

11-1-8,请在同一坐标系中,画出泥茶壶水温的变化曲线;

(2)比较泥茶壶和塑料壶中水温变化的不同.

解:(1)由表中所给泥茶壶水温与时间的对应值在坐标系中描点连线,得到泥茶壶水温曲线如图.

(2)泥茶壶水温开始下降幅度比塑料壶中水温降幅度大.当两壶中水温基本稳定后,泥茶壶中水温低于室温,而塑料壶中水温等于室温.



掌握程度 ☆☆☆

本题考点

函数的表示法

读函数图象

读题要点

横纵坐标的量表示的实际意义.

注意:回答问题时必须从图中所给的室温线这条提示信息出发来作答.

方法归纳

本题关键是正确的描点画图,根据图象提供的信息得出结论,但一定要分清层次,不能漏掉题目中所能得到的信息.

11.2 一次函数



基础知识 基本方法

例1 下列函数中,哪些是一次函数?哪些是正比例函数?

(1) $y = -\frac{x+1}{5}$; (2) $y = -\frac{x}{5}$; (3) $y = -2x^{-1}$;

解:(1) $y = -\frac{x+1}{5} = -\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$, $\therefore k = -\frac{1}{5} \neq 0$, $b = -\frac{1}{5} \neq 0$, $\therefore y$ 是 x 的一次函数.

(2) $y = -\frac{x}{5} = -\frac{1}{5}x$, $\therefore k = -\frac{1}{5} \neq 0$, $b = 0$, $\therefore y$ 是 x 的一次函数,也是 x 的正比例函数.

(3) $y = -2x^{-1}$, $\therefore x$ 的次数为 -1 ,与一次函数 $y = kx + b$ 的形式不相符, $\therefore y = -2x^{-1}$ 不是 x 的一次函数.

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

一次函数与正比例函数的概念

读题要点

①一次函数;

②正比例函数.

化成最简形式进行判断.

方法归纳

要判定一个函数是否为一次函数，首先通过恒等变形，把它转化为 $y = kx + b$ 的形式，即用 x 的代数式表示 y ，且 x 的次数为 1，系数 $k \neq 0$ ， b 为常数，否则它就不是一次函数；若它是一次函数且 $b = 0$ 时它又是正比例函数。

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

一次函数的概念

读题要点

紧扣一次函数概念。

注意： $k \neq 0$ 的条件。

例 2 当 m 为何值时，函数 $y = -(m-2)x^{m-3} + (m-4)$ 是一次函数？

解：∵ 函数 $y = -(m-2)x^{m-3} + (m-4)$ 是一次函数，

$$\begin{cases} m^2 - 3 = 1, \\ -(m-2) \neq 0, \end{cases} \therefore m = -2.$$

∴ 当 $m = -2$ 时，函数 $y = -(m-2)x^{m-3} + (m-4)$ 是一次函数。

方法归纳

一次函数应满足的条件是：一次项（或自变量）的指数为 1，系数不为 0，而某函数若是正比例函数，则还需添加一个条件，常数项为 0。

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

待定系数法

读题要点

一次函数过 A 、 B 两点。

注意： $k \neq 0$ 的条件。

例 3 已知一次函数的图象过点 $A(1, 4)$ 、 $B(-1, 0)$ 两点，求函数解析式。

解：设一次函数的解析式为 $y = kx + b$ ，由图象过 A 、 B 两点得

$$\begin{cases} k + b = 4 \\ -k + b = 0 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k = 2 \\ b = 2 \end{cases}$

∴ 一次函数解析式为 $y = 2x + 2$

方法归纳

用待定系数法求一次函数解析式，先设待求函数关系式，再根据条件列出方程或方程组，求出未知系数，从而得到要求的解析式。

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

待定系数法

函数值

读题要点

① y 是 x 的一次函数；

② 销售利润 W 与销售价 x 之间的函数关系式。

例 4 (重庆) 随着海峡两岸交流日益增强，通过“零关税”进入我市的一种台湾水果，其进货成本是每吨 0.5 万元，这种水果市场上的销售量 y (吨) 是每吨的销售价 x (万元) 的一次函数，且 $x = 0.6$ 时， $y = 2.4$ ； $x = 1$ 时， $y = 2$ 。

(1) 求出销售量 y (吨) 与每吨的销售价 x (万元) 之间的函数关系式。

(2) 若销售利润为 W (万元)，请写出销售利润 W (万元) 与销售价 x (万元) 之间的函数关系式，并求出销售价为每吨 2 万元时的销售利润。

解：(1) 设 $y = kx + b$

由已知得 $\begin{cases} 0.6k + b = 2.4 \\ k + b = 2 \end{cases}$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore y = -x + 3$$

$$(2) \text{ 由题意得 } W = y \cdot (x - 0.5)$$

$$= (-x + 3)(x - 0.5)$$

$$= -x^2 + 3.5x - 1.5$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时,}$$

$$w = -2^2 + 3.5 \times 2 - 1.5 = 1.5 \text{ (万元)}$$

注意: 要先将 W 直接表示出来, 再考虑仅用一个字母 x 来表示。

方法归纳 在实际应用题中找出函数关系式, 关键先列出文字表达式, 再用代数式表示出来。

实践拓展 创新思维

例1 (武汉) 下列函数: ① $y = 2x$; ② $y = \frac{x}{2}$; ③ $y = 2x + 1$;

④ $y = 2x^2 + 1$, 其中一次函数的个数是

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

解: 由一次函数的概念知①②③都是一次函数

\therefore 答案选 B

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

一次函数的概念
读题要点

一次函数。

注意: $y = \frac{x}{2}$ 中 $k = \frac{1}{2}$, 是一次函数。

方法归纳 判断一次函数关键看变形后能否化成 $y = kx + b$ 的形式, 而且含自变量的项的次数只能为 1, 系数不为 0。

例2 (上海) 点 $A(2, 4)$ 在正比例函数的图象上, 这个正比例函数的解析式为

解: 设正比例函数为 $y = kx$

由点 $A(2, 4)$ 在其上得

$$4 = 2k$$

$$k = 2$$

\therefore 解析式为 $y = 2x$

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

待定系数法
读题要点

点 A 在正比例函数图象上。

即是 $x = 2$ 时, $y = 4$ 。

方法归纳 求函数解析式, 常通过先设系数, 再代入求系数从而得解析式; 求正比例函数解析式, 只需要知道一个点的坐标这个条件即可。

例3 (青海) 如图 11-2-1 点 $A(-3, 4)$ 在一次函数 $y = -3x - 5$ 的图象上, 图象与 y 轴的交点为 B , 那么 $\triangle AOB$ 的面积为

解: 易求 B 点坐标为 $(0, -5)$

要求 $\triangle AOB$ 的面积, 可以 OB 为底, 则其上的高为 A 点横坐标的绝对值, 所以

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}$$

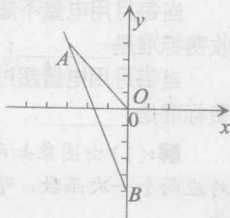


图 11-2-1

掌握程度 ☆☆☆

本题考点

一次函数的图象
与坐标轴的交点

读题要点

识图, $\triangle AOB$ 有一边在 y 轴上, 可以其底再求其对应的高