

TM
新阳光解题方法
New Sunshine



只有掌握正确的解题方法 考试才能取得高分

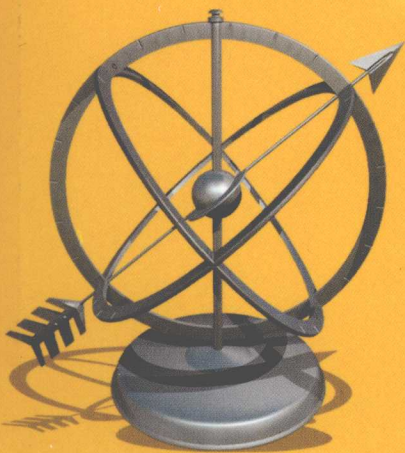
初中几何 解题方法与分析

开发智力·启迪思维
技巧分析·举一反三

《新阳光解题方法》编委会 编



请认准防伪标志



八年级

CHUZHONG JIHE JIETI FANGFA YU FENXI

北京出版社出版集团
北京教育出版社

选题策划：张伟明
责任编辑：王海燕
封面设计：翟树成

新阳光解题方法

New Sunshine



本书具有以下显著特点：

以新课标为出发点，紧扣考纲

本书在编写过程中，各知识点充分以新课标为根据。在难度和例题的精选过程中，详细分析考纲的要求，使本书在难度和广度上适应中考的发展。

对重点、难点以及考点进行详尽的分析

对重点、难点以及考点的准确把握有助于对知识体系的领悟，更有助于掌握解题方法，在考试中应对自如。

精析经典例题

经典例题之所以经典，就因为这些例题全面考查了各知识点及重难点。对经典例题的全面分析和讲解，能感悟和体会解决问题的过程。

呈梯度的强化训练

每个章节后都精选了从易到难的呈梯度的训练题，使所学的知识通过强化训练得到巩固和加强。训练题全部给出了答案，较难的题给出了分析思路及解题过程。

正版书封面贴有防伪标志

ISBN 978-7-5303-6306-5



9 787530 363065 >

定价：17.80元



只有掌握正确的解题方法 考试才能取得高分

初中几何 解题方法与分析

开发智力·启迪思维
技巧分析·举一反三

八年級

《新阳光解题方法》编委会 编

主 编：张伟明 韩金祥

主 编：鹿 静

编 委：丁乃福 王鑫荣 卢守富 刘 伟
苏爱芝 殷学峰 贾新华 崔 岩
崔 杰 鹿 静 韩金祥

北京出版社出版集团
北京教育出版社



图书在版编目(CIP)数据

初中几何解题方法与分析. 八年级/鹿静主编;《新阳光解题方法》编委会编. —北京:北京教育出版社, 2008.5

(新阳光解题方法)

ISBN 978-7-5303-6306-5

I.初… II.①鹿… ②新… III.几何课—初中—解题 IV.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 035728 号

新阳光解题方法

初中几何解题方法与分析(八年级)

CHUZHONG JIHE JIETI FANGFA YU FENXI(BA NIANJI)

《新阳光解题方法》编委会 编

北京出版社出版集团 出版

北京教育出版社

(北京北三环中路6号)

邮政编码:100014

网 址:www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新华书店 经销

三河天利华印刷装订有限公司印刷

*

760×1 000 16 开本 17.5 印张 310 千字

2008 年 9 月第 1 版 2008 年 9 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5303-6306-5/G·6225

定价:17.8 元

质量监督电话:010-62380997 010-58572393

前言

初中数学我们主要学习的是代数与几何两大方面的基本知识.由于兴趣爱好、思维方式的差异等诸多原因,有的同学可能对几何更加擅长,而有的同学则对代数情有独钟.可以这么说,几何思维与代数思维是有区别的,但是它们又有相通的地方.总的来说,它们是相辅相成的关系,它们共同统一于数学这个整体.因此,要真正学好数学,代数与几何都要学好学精才行.

本书从几何方面入手,对同学们的解题思维与方法进行系统有效的训练.所谓几何,我们可以将它理解为图形的学问.在学习几何的时候,同学们总是要和各种各样的图形打交道,因此比起代数来,它似乎要有趣得多;然而实际上,解决几何问题时还是需要一定的代数知识做铺垫的,这也体现了几何与代数的密不可分.另外,几何在现实生活中的应用相当广泛,因此学好几何是十分有必要的!本书为同学们提供了大量的图形,结合图形来讲实例、讲方法,相当直观,使同学们一目了然,便于理解.值得一提的是,无论是例题还是练习题,都尽量做到与现实生活紧密联系,帮助同学们深入理解几何的精髓.

本书特色鲜明,主要表现为以下几个方面:

考点提示

严格以“新课标”的要求为出发点,从浩如烟海的考题中总结出常考点、易考点以及难点,分条罗列,言简意赅,使同学们紧扣学习重点,明确学习方向,做到有的放矢.

经典例题

用例子来讲道理讲方法,更加直观形象.通过对经典例题的分析,帮助同学们理解数学中的常用方法,认识知识的形成过程,构建知识之间的联



前言

系;通过对经典例题的点评,帮助同学们找准解题的关键,避免进入思维误区,让同学们亲身体会数学解题、发展、深化的全过程,真正达到举一反三、触类旁通的目的.

强化训练

学习了一套方法,要想真正理解与运用,必然有个巩固与练习的过程.本栏目的习题选编深入浅出,精要典型.边学边练,及时巩固,体现了方法与能力的完美结合,把同学们从“题海”里真正拯救出来.

学好几何是不容易的.但是只要同学们掌握科学的学习思维,运用科学的解题方法,积极思考,敢于创新,一定能起到事半功倍的效果,将自己的数学水平提升到一个新的境界.相信本书会对你们有所帮助!

由于各种原因,本书在编写过程中难免存在一些缺陷,恳请广大读者提出宝贵意见,以便再版时修订完善.



目录

第一章 全等三角形	
1.1 全等三角形	2
考点提示	2
经典例题	2
强化训练	5
参考答案	10
1.2 三角形全等的条件	12
考点提示	12
经典例题	13
强化训练	24
参考答案	31
1.3 直角三角形全等的判定	36
考点提示	36
经典例题	37
强化训练	42
参考答案	47
1.4 角的平分线	50
考点提示	50
经典例题	51
强化训练	59
参考答案	65
第二章 轴对称	
2.1 轴对称	69
考点提示	69
经典例题	70
强化训练	73
参考答案	78
2.2 线段的垂直平分线	80
考点提示	80
经典例题	81
强化训练	85
参考答案	90
2.3 轴对称变换	92
考点提示	92
经典例题	93
强化训练	100
参考答案	109
2.4 等腰三角形	111
考点提示	111
经典例题	112
强化训练	125
参考答案	135
第三章 勾股定理	
3.1 勾股定理	142
考点提示	142
经典例题	143
强化训练	152



目录

参考答案	161	4.2.2 菱形	207
3.2 勾股定理的逆定理	166	考点提示	207
考点提示	166	经典例题	207
经典例题	167	4.2.3 正方形	214
强化训练	169	考点提示	214
参考答案	172	经典例题	214
第四章 四边形			
4.1 平行四边形	176	强化训练	223
考点提示	176	参考答案	237
经典例题	177	4.3 梯形	244
强化训练	188	4.3.1 梯形	244
参考答案	194	考点提示	244
4.2 特殊的平行四边形	198	经典例题	246
4.2.1 矩形	198	4.3.2 中位线	252
考点提示	198	考点提示	252
经典例题	199	经典例题	253
		强化训练	256
		参考答案	265





第一章

全等三角形

一、新课标及中考考纲要求

1. 了解全等三角形的概念和性质,能够准确地找出全等三角形中的对应元素;
2. 探索三角形全等的条件,能利用三角形全等进行证明,掌握综合法证明的格式;
3. 了解角的平分线的性质,能利用三角形全等证明角的平分线的性质,会利用角的平分线的性质进行证明.

二、考点分析

本单元题目在中考中占有一定的比例,各类题型均有出现,而近几年中考试题中,试题的类型在常规试题的基础上,增加了一些探究题、创新题、材料分析题、信息给予题、开放猜想题等.条件、结论、解法开放性问题,注重了发散思维能力的培养,解答题和探究题也逐步向自主探究转移,还增加了应用全等解决实际问题的方案设计问题,注重运用知识解决问题的能力.

三、重点难点

重点是全等三角形判定定理及证明几何命题的思维方法.

难点是判定两个三角形全等的正确思维方法及正确的数学表述.

1.1 全等三角形



考点提示

1. 全等三角形的概念

能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形. 两个全等三角形重合时, 互相重合的顶点叫做对应顶点, 互相重合的边叫做对应边, 互相重合的角叫做对应角.

2. 全等三角形的性质

全等三角形的一切对应元素(对应角、对应边、对应边上的高和中线、对应角的平分线)都相等.



经典例题

例 1 如图 1.1-1 所示, 已知 $\triangle AEC \cong \triangle ADB$, $\triangle BEC \cong \triangle CDB$, 请写出这两对全等三角形的对应边和对应角.

解 在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle ADB$ 中:

对应边: AE 和 AD , AC 和 AB , EC 和 DB ;

对应角: $\angle A$ 和 $\angle A$, $\angle AEC$ 和 $\angle ADB$, $\angle ACE$ 和 $\angle ABD$.

在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle CDB$ 中:

对应边: BE 和 CD , BC 和 CB , EC 和 DB ;

对应角: $\angle BEC$ 和 $\angle CDB$, $\angle EBC$ 和 $\angle DCB$, $\angle ECB$ 和 $\angle DBC$.

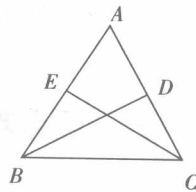


图 1.1-1

点评: 识别两个全等的三角形中对应边、对应角的常见方法:

(1) 相等的边(或角)所对的角(或边)是对应角(或边);

(2) 最大(或小)的边(或角)是对应边(或角);

(3) 公用的边(或角)是对应边(或角);



(4) 两对应边(或角)所夹的角(或边)是对应角(或边).

例 2 (广东实验区中考) 如图 1.1-2, 若 $\triangle OAD \cong \triangle OBC$, 且 $\angle O = 65^\circ$, $\angle C = 20^\circ$, 则 $\angle OAD =$ _____.

分析

由 $\triangle OAD \cong \triangle OBC \Rightarrow \angle D = \angle C$; 由 $\angle O + \angle D + \angle OAD = 180^\circ$, 可求 $\angle OAD$.

解 $\because \triangle OAD \cong \triangle OBC$,

$$\therefore \angle C = \angle D = 20^\circ.$$

$$\begin{aligned} \text{在 } \triangle OAD \text{ 中, } \angle OAD &= 180^\circ - \angle O - \angle D \\ &= 180^\circ - 65^\circ - 20^\circ \\ &= 95^\circ. \end{aligned}$$

答 95°

点评: 遇到三角形全等应马上联想到对应边、对应角相等.

例 3 如图 1.1-3 所示, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $BF = 2$, 求 $\angle DFE$ 的度数与 EC 的长.

解 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B$

$$= 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ = 100^\circ,$$

$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF, \therefore \angle DFE = \angle ACB = 100^\circ$,

且 $EF = BC, \therefore EF - CF = BC - CF$,

即 $EC = BF = 2$.

点评: 本题主要考查全等三角形性质的应用.

例 4 如图 1.1-4, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 且 $\angle CAD = 10^\circ$, $\angle B = \angle D = 25^\circ$, $\angle EAB = 120^\circ$, 试求 $\angle DFB$ 和 $\angle DGB$ 的度数.

分析

应利用全等三角形的特征, 并结合三角形的内角和进行计算求解.

解 $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

$$\therefore \angle DAE = \angle BAC = \frac{1}{2}(\angle EAB - \angle CAD)$$

$$= \frac{1}{2}(120^\circ - 10^\circ) = 55^\circ.$$

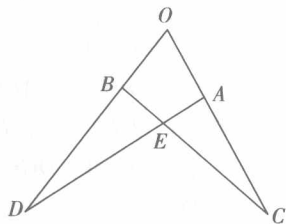


图 1.1-2

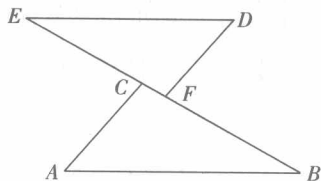


图 1.1-3

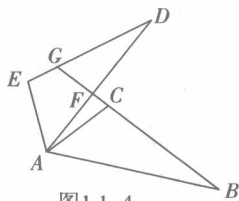


图 1.1-4

$$\begin{aligned} \text{在 } \triangle ABF \text{ 中, } \angle AFB &= 180^\circ - (\angle FAB + \angle B) \\ &= 180^\circ - (55^\circ + 10^\circ + 25^\circ) \\ &= 90^\circ. \end{aligned}$$

$$\therefore \angle DFB = 180^\circ - \angle AFB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle DFG = \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt} \triangle DFG \text{ 中, } \angle DGB = 90^\circ - \angle D = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle DFB \text{ 和 } \angle DGB \text{ 的度数分别为 } 90^\circ \text{ 和 } 65^\circ.$$

点评:利用全等三角形的特征全等三角形的对应角相等,并结合三角形三个角的关系解题.

例 5 如果 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\triangle DEF$ 的周长是 32 cm, $DE = 9$ cm, $EF = 12$ cm, 求 AB, BC, AC 及 $\triangle ABC$ 的周长.

解 $\because \triangle DEF$ 的周长是 32 cm, $\therefore DE + EF + DF = 32$ cm.

$$\text{又} \because DE = 9 \text{ cm}, EF = 12 \text{ cm}, \therefore DF = 11 \text{ cm}.$$

$$\text{又} \because \triangle ABC \cong \triangle DEF, \therefore AB = DE = 9 \text{ cm}, BC = EF = 12 \text{ cm}, AC = DF = 11 \text{ cm}.$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长} = AB + BC + AC = 9 + 12 + 11 = 32 \text{ (cm)}.$$

点评:利用全等三角形的周长相等的性质解题.

例 6 根据全等变换的意义,指出图 1.1-5 所示各组图形是经过哪些全等变换,才从一个图形得到另一个图形的.

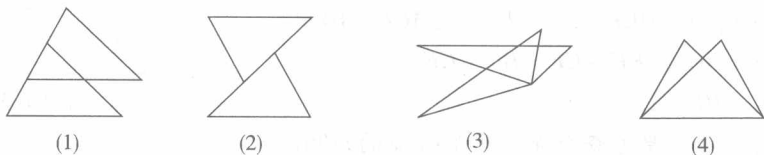


图 1.1-5

分析

根据图形的特征,结合平移、翻转、旋转变换的特征,并且先固定一个图形,看另一个图形是怎样变换得到这个图形的.

解 图 1.1-5(1)显然是平移变换得到的,图 1.1-5(2)是先旋转变换后平移变换得到的,图 1.1-5(3)是旋转变换得到的,图 1.1-5(4)是先翻折变换再旋转变换得到的,只不过是以前翻折前后两三角形的公共边的中点为中心.

点评:两个全等三角形一定能重合,使两个图形完全重合的方法有三种,平移、翻转、旋转,平移是沿着某条边的方向平行移动,翻转是指沿某条直线翻转 180° 得到,旋转是指绕某个点把图形转一个角度.



强化训练

一、选择题



1. 下列说法正确的是

()

- (A) 全等三角形是指形状相同的两个三角形
- (B) 全等三角形是指面积相等的两个三角形
- (C) 全等三角形的对应角、对应边分别相等
- (D) 所有的等边三角形都是全等三角形

2. 若 $\triangle MNP \cong \triangle NMQ$, 且 $MN = 8 \text{ cm}$, $NP = 7 \text{ cm}$, $PM = 6 \text{ cm}$, 则 MQ 的长为()

- (A) 8 cm
- (B) 7 cm
- (C) 6 cm
- (D) 5 cm

3. 将两个全等的有一个角为 30° 的直角三角形拼成如图 1.1-6 所示的图形, 其中两条直角边在同一直线上, 则图中等腰三角形的个数是

()

- (A) 4
- (B) 3
- (C) 2
- (D) 1

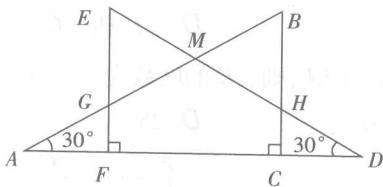


图1.1-6

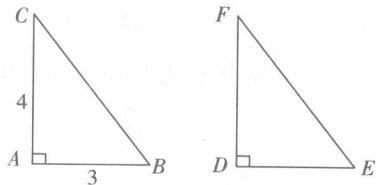


图1.1-7

4. 已知如图 1.1-7, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 若 $\angle A = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$, 则 $\triangle EDF$ 的面积为

()

- (A) 3
- (B) 12
- (C) 6
- (D) 8

5. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'C'B'$ 全等, $\angle B$ 与 $\angle C'$, $\angle C$ 与 $\angle B'$ 是对应角. 那么下列四个命题① $BC = C'B'$; ② $\angle C$ 的平分线与 $\angle B'$ 的平分线相等; ③ AC 边上的高与 $A'B'$ 边上的高相等; ④ AB 边上的中线与 $A'B'$ 边上的中线相等. 其中正确的个数为

()

- (A) 1 个
- (B) 2 个
- (C) 3 个
- (D) 4 个

6. 如图 1.1-8, $\triangle ABC \cong \triangle AEF$, $AB = AE$, $\angle B = \angle E$, 则在下列结论中不一定成立的是

()

- A $AC = AF$ B $\angle FAB = \angle EAB$
 C $EF = BC$ D $\angle EAB = \angle FAC$

7. 如图 1.1-9, $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, 并且 $AD = BC$, 则下列结论错误的是 ()

- A $AC = CA$ B $\angle B = \angle D$
 C $\angle ACB = \angle CAD$ D $AB = AD$

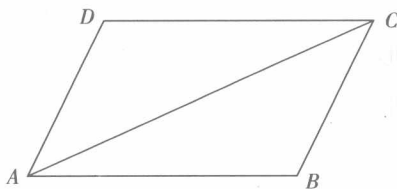


图1.1-9

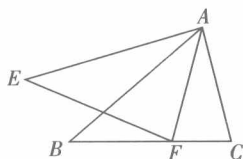


图1.1-8

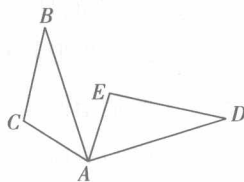


图1.1-10

8. 如图 1.1-10, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, $AB = AD$, $AC = AE$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle E = 93^\circ$, $\angle EAB = 20^\circ$, 则 $\angle BAD$ 为 ()

- A 77° B 57° C 87° D 55°

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, 若与 $\triangle ABC$ 全等的一个三角形中有一个角为 98° , 那么 98° 角在 $\triangle ABC$ 中的对应角应是 ()

- A $\angle A$ B $\angle B$ C $\angle C$ D $\angle B$ 和 $\angle C$

10. (大连中考) 如图 1.1-11, $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF$, 则 $\angle E$ 的度数为 ()

- A 30° B 45° C 60° D 25°

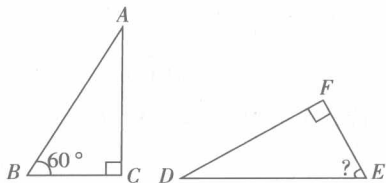


图1.1-11

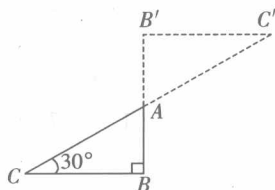


图1.1-12

11. (安徽中考) 如图 1.1-12, $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AB = 1$, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 A 旋转 180° , 点 C 落在 C' 处, 则 CC' 的长为 ()

- A $4\sqrt{2}$ B 4 C $2\sqrt{3}$ D $2\sqrt{5}$

12. (天津中考) 下列判断中错误的是 ()

- A 有两角和一边对应相等的两个三角形全等
 B 有两边和一角对应相等的两个三角形全等



(C) 有两边和其中一边上的中线对应相等的两个三角形全等

(D) 有一边对应相等的两个等边三角形全等

二、填空题



1. 如图 1.1-13, $\triangle AOB \cong \triangle DOC$, 则 $AO = \underline{\hspace{2cm}}$, $CO = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $\triangle FOB \cong \triangle EOC$, 则 $EO = \underline{\hspace{2cm}}$, $CO = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle BFO = \underline{\hspace{2cm}}$.

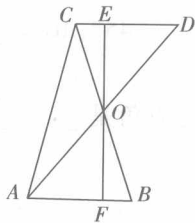


图1.1-13

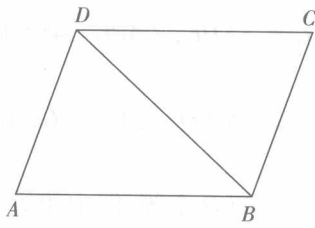


图1.1-14

2. 如图 1.1-14, $\triangle ABD \cong \triangle CDB$, 则 AB 与 CD 的位置关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$, AD 与 BC 的位置关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. (南宁中考) 图 1.1-15 是用七巧板拼成的一艘帆船, 其中全等的三角形共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 对.

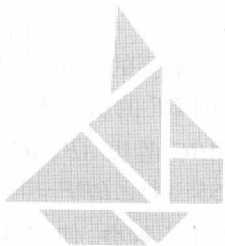


图1.1-15

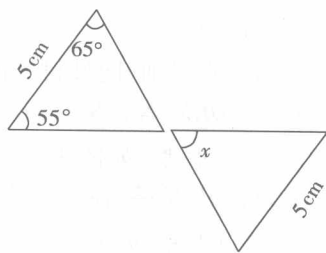


图1.1-16

4. 如图 1.1-16, 两个三角形全等, 其中已知某些边的长度和某些角的度数, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 如图 1.1-17, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle EBF$, $AB \perp CE$, $ED \perp AC$, 若 $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 3 \text{ cm}$, 则 $AF = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle C + \angle DFB = \underline{\hspace{2cm}}$.

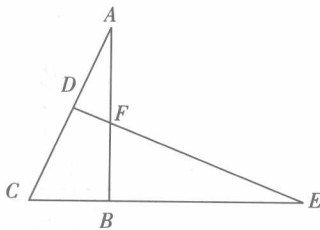


图1.1-17

6. 如图 1.1-18, $\triangle ABC$ 经过全等变换后得到 $\triangle A'B'C'$, 如果每个小正方形的边长为 1, 则 $B'C' = \underline{\hspace{2cm}}$, $B'C'$ 边上的高为 $\underline{\hspace{2cm}}$, $S_{\triangle A'B'C'} = \underline{\hspace{2cm}}$.

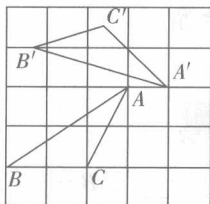


图1.1-18

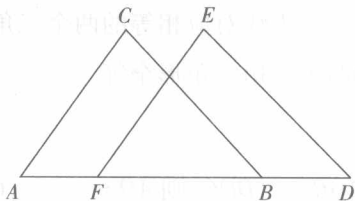


图1.1-19

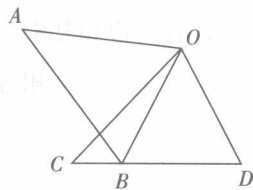


图1.1-20

7. 如图 1.1-19, 若 $\triangle ABC \cong \triangle FDE$, $\angle ABC = 45^\circ$, 则 _____ $= 45^\circ$, $AC =$ _____, $AF =$ _____.

8. 如图 1.1-20, 若 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$, $\angle A = \angle C$, 则 $\angle D$ 的对应角是 _____, 图中相等的线段有 _____.

9. 如图 1.1-21, $\triangle APB$ 与 $\triangle CPD$ 全等, 图中相等的边有 _____, _____, _____; 相等的角有 _____, _____, _____.

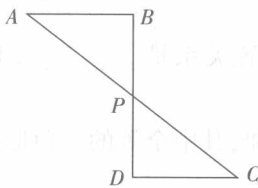


图1.1-21

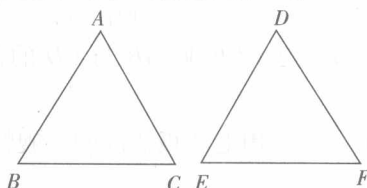


图1.1-22

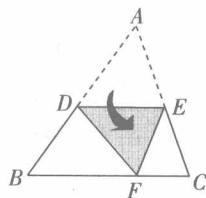


图1.1-23

10. 用同样粗细、同种材料的金属钢管, 构成两个全等的三角形, 如图 1.1-22, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 若 $\angle B = \angle E$, AC 的质量为 25 kg, 则 DF 的质量为 _____.

11. (陇南中考) 如图 1.1-23, D, E 分别为 $\triangle ABC$ 两边 AB, AC 的中点, 将 $\triangle ABC$ 沿线段 DE 折叠, 使点 A 落在点 F 处, 若 $\angle B = 55^\circ$, 则 $\angle BDF =$ _____.

12. (苏州中考) 如图 1.1-24, 将纸片 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠, 使点 A 落在点 A' 处, 已知 $\angle 1 + \angle 2 = 100^\circ$, 则 $\angle A$ 的大小等于 _____.

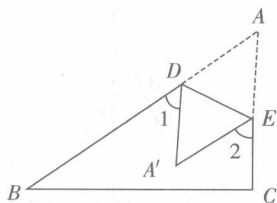


图1.1-24

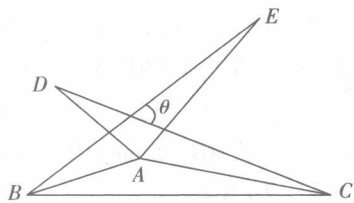


图1.1-25

13. (泰安中考) 如图 1.1-25, $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 分别沿着 AB, AC 边翻折 180° 形成的, 若 $\angle BAC = 150^\circ$, 则 $\angle \theta$ 的度数是 _____.



三、解答题



1. (南宁中考)如图 1.1-26,在 $\triangle ABC$ 中,点 D, E 分别是 AB, AC 边的中点,若把 $\triangle ADE$ 绕着点 E 顺时针旋转 180° 得到 $\triangle CFE$. 请指出图中哪些线段与线段 CF 相等.

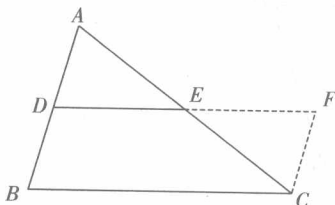


图 1.1-26

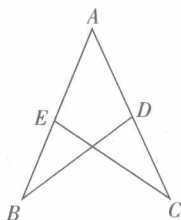


图 1.1-27

2. 如图 1.1-27,已知 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 写出这两个三角形的对应边和对应角.

3. 如图 1.1-28, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 且 B 与 E, C 与 F 是对应顶点. 问通过怎样的变换可以使它们重合.

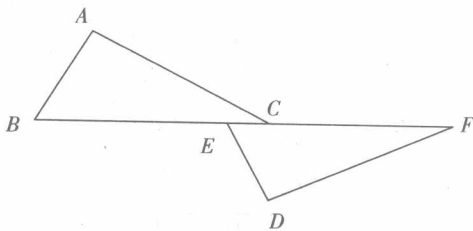


图 1.1-28

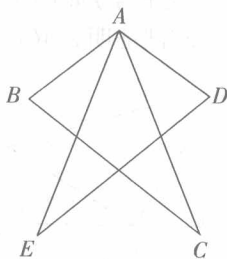


图 1.1-29

4. 如图 1.1-29, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$. 点 B 的对应顶点是点 D . 若 $\angle BAD = 100^\circ$, $\angle CAE = 40^\circ$. 求 $\angle BAC$ 的度数.

5. 如图 1.1-30, 已知 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$. 求证: $BE = CD$.

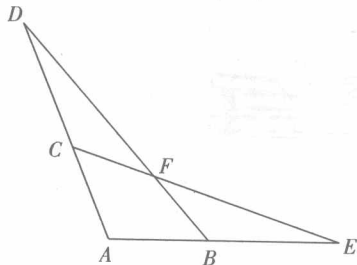


图 1.1-30

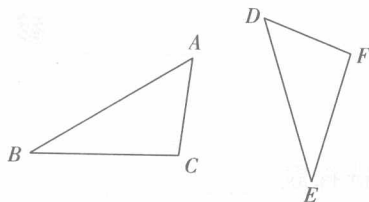


图 1.1-31

6. 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 且 $\angle A = 51^\circ$, $\angle B = 32^\circ$, $DF = 8$ cm, 试求 $\angle F$ 的度数及 AC 的长.