

信号处理 原理及应用

谢 平 王 娜 林洪彬 编著

杨鼎才 主审

TN911.7

79



21世纪高等
与电气学科

TN911.7
79

信号处理 原理及应用

谢平 王娜 林洪彬 编著

杨鼎才 主审

本书以信号处理的基本原理和应用技术为主线,将“离散时间信号与系统分析”和“连续时间信号与系统分析”融为一体,注重知识结构的对称性和统一性,注重理论与实际的有机结合。

全书主要介绍了以下内容:信号的定义和信号处理系统简介;连续时间信号和系统分析基础;离散时间信号和系统的时域和频域分析方法,包括线性卷积、差分方程及其求解、傅里叶变换、Z变换等;数字滤波器设计基础,包括模拟滤波器的基本概念及设计方法、数字滤波器的基本概念及网络结构;数字滤波器设计,包括 IIR 数字滤波器和 FIR 数字滤波器设计方法;数字信号处理系统的组成及软硬件实现;数字信号处理的应用举例及基于 MATLAB 的上机实验。

本书可作为大学本科测试计量、自动控制、电力电子、计算机等有关专业的教材,还可供通信、雷达、声纳、工业测试、生物医学等领域的科技工作者作为信号处理理论基础参考书。

版权所有,侵权必究。

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

图书在版编目(CIP)数据

信号处理原理及应用/谢平,王娜,林洪彬编著. —北京:机械工业出版社,2008.10
(21世纪高等院校电子信息与电气学科系列规划教材)

ISBN 978-7-111-25131-6

I. 信… II. ①谢… ②王… ③林… III. 信号处理—高等学校—教材 IV. TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 143157 号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:曾 珊

三河市明辉印装有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2009 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·13.75 印张

标准书号:ISBN 978-7-111-25131-6

定价:26.00 元

凡购本书,如有倒页、脱页、缺页,由本社发行部调换
本社购书热线:(010)68326294

前 言

随着科学技术的发展,信号处理理论和分析方法已应用于许多领域和学科中。信号处理方面的课程,如“信号与系统”、“数字信号处理”等不仅是无线电、通信、电子工程等专业的主干课程,也成为相关工科专业非常实用的课程。

21 世纪的高等教学改革要求加强素质教育,拓宽专业基础,促进不同专业领域知识的交叉渗透。如何适应新的课程体系改革,既注重将信号处理的知识体系贯穿衔接,又做到理论基础和实际应用并举,是本书编写的出发点。

本书以离散时间信号与系统的分析与设计为主线,适当补充连续时间信号与系统的相关知识,在内容编排上注意两者的对称性和统一性;同时注重补充有关数字信号处理系统实现和工程应用方面的内容,将理论方法和应用习题及实验指导相配合,增强理论和实际的有机结合。全书共分 4 部分,第 1 部分包括第 1、2 章,介绍信号处理的基本概念及连续时间信号与系统分析基础;第 2 部分包括第 3、4 章,介绍时域离散信号与系统的时域和频域分析方法,如离散时间信号和系统的描述方法、线性常系数差分方程、模拟信号数字处理方法及信号和系统的各种频域分析方法(FT、ZT、DFT、FFT);第 3 部分包括第 5、6 章,介绍数字滤波器的基本概念、网络结构及设计方法,重点讲述 IIR 数字滤波器设计和 FIR 数字滤波器的基本理论和设计方法;第 4 部分包括第 7、8、9 章,介绍数字信号处理系统的软、硬件实现技术和应用方法,包括机械工程信号、语音信号和心电信号处理等相关领域的应用实例,以及基于 MATLAB 应用软件设计的全部实验内容。

本书编写的特色有如下几点。

1. 系统性与对称性:在内容选取上注重反映信号处理学科理论框架的系统性和对称性,将连续时间信号与系统和离散时间信号与系统并行,充分体现两种信号处理分析过程和手段的异同点和共通性,通过连续和离散信号与系统分析方法的对比和衔接,帮助读者加深理解两种信号和系统分析的基本理论和方法。

2. 理论性与实践性:结合学科的发展和应用领域的变革,注重理论联系实践,通过课后习题、应用举例和实验设计来体现知识在工程中的应用方法,培养学生浓厚的学习兴趣和科学的思维方式,实现知识到能力的提升。

3. 灵活性与可剪裁性:在选材上注重各部分章节的独立与统一,内容衔接的梯度小,从章节的排列、例题习题选取、章节呼应、实验设计几方面,将知识的系统性和教材的可裁减性统一起来,适合不同专业不同层次教学与读者的需要。

本书适合电气工程类及相关工程技术专业的本科生和科研人员在缺少信号与系统先修知识的情况下,学习数字信号处理的基本概念和分析方法,同时了解信号处理系统设计和应用

技术的相关知识。

本书的参考学时数为 60 学时,如学时不够,建议只讲授前六章,即利用少量学时适当补充连续信号与系统的基本知识(第 2 章),再着重学习数字信号处理的理论方法和体系(第 3、4、5、6 章),并与连续信号处理方法有机统一与呼应,最后利用少量学时或配合教学实践环节了解和掌握信号处理的实现和应用方法(第 7、8、9 章)。

本书由谢平主编。第 5、6 章由王娜编写,第 8、9 章由林洪彬编写,其余各章由谢平编写。

本书初稿承燕山大学杨鼎才副教授的精心审阅,并提出了许多宝贵意见,作者在此表示衷心的感谢。

限于水平和工作中的疏忽,书中难免有错误与不妥之处,诚恳地欢迎读者批评指正。

作者

于燕山大学

2008 年 1 月

目 录

前言

第1章 绪论

1.1 信号

1.1.1 信号的定义

1.1.2 信号的描述

1.1.3 信号的分类

1.2 信号处理系统简介

1.2.1 信号处理的目的

1.2.2 信号处理系统的分类

1.3 本书的主要内容体系

小结

习题

第2章 连续时间信号与系统

分析基础

2.1 连续时间信号的基本知识

2.1.1 典型连续信号

2.1.2 连续信号的运算

2.2 连续时间信号与系统的时域分析

2.2.1 连续信号的分解

2.2.2 连续系统的数学模型——

微分方程

2.2.3 连续系统的响应形式

2.3 连续时间信号与系统的频域分析

2.3.1 周期信号的傅里叶级数分析

2.3.2 非周期信号的傅里叶变换

2.3.3 傅里叶变换的性质

2.3.4 连续系统的频域分析方法

2.4 连续时间信号与系统的复频域

分析

2.4.1 从傅里叶变换到拉普拉斯

变换

录

2.4.2 拉普拉斯变换的收敛域和

基本性质

2.4.3 连续系统的复频域分析方法

小结

习题

第3章 离散时间信号与系统的

时域分析

3.1 连续信号离散化与时域采样定理

3.2 离散时间信号与系统的基本知识

3.2.1 离散时间信号的常用形式与

基本运算

3.2.2 离散时间系统的定义与分类

3.3 线性时不变系统的卷积关系

3.3.1 单位取样响应与线性卷积的

定义及计算

3.3.2 线性卷积的性质和作用

3.4 离散时间系统的数学模型——

差分方程

3.4.1 线性常系数差分方程

3.4.2 差分方程的求解

小结

习题

第4章 离散时间信号与系统的

频域分析

4.1 序列的傅里叶变换

4.1.1 周期序列的离散傅里叶级数

4.1.2 非周期序列的傅里叶变换

4.1.3 序列傅里叶变换的性质

4.2 序列的Z变换

4.2.1 Z变换的引出和定义

4.2.2 Z变换的收敛域

4.2.3 逆Z变换及其求法

4.2.4 Z 变换的性质和定理	73	6.3.1 线性相位 FIR 滤波器的条件与特点	164
4.2.5 利用 Z 变换求解差分方程	76	6.3.2 利用窗函数法设计 FIR 滤波器	170
4.2.6 利用 Z 变换分析信号与系统的频率特性	78	小结	179
4.3 离散傅里叶变换及其快速算法	80	习题	179
4.3.1 离散傅里叶变换的引出和定义	80	第 7 章 数字信号处理的实现技术	182
4.3.2 离散傅里叶变换的性质	82	7.1 数字信号处理系统的组成	182
4.3.3 DFT 的应用	88	7.2 数字信号处理系统的实现	184
4.3.4 离散傅里叶变换的快速算法	95	7.2.1 数字信号处理的软件实现	184
4.4 各种频域变换间的关系	109	7.2.2 数字信号处理的硬件实现	186
4.4.1 不同形式傅里叶变换的对比	109	小结	186
4.4.2 Z 变换与拉氏变换的关系	112	习题	188
4.4.3 序列的 Z 变换与傅氏变换的关系	113	第 8 章 数字信号处理的应用实例	190
4.4.4 序列的 Z 变换与离散傅里叶变换的关系	114	8.1 语音信号的时域和频域分析	190
4.5 频域取样定理	115	8.1.1 语音信号的时域分析方法	191
小结	116	8.1.2 语音信号的频域分析方法	193
习题	116	8.2 医学分析诊断中的信号处理	196
第 5 章 滤波器基础	120	8.2.1 智能血压计的硬件结构	196
5.1 模拟滤波器的基本概念及设计方法	120	8.2.2 心电信号的时域分析	197
5.1.1 模拟滤波器的基本概念	120	8.2.3 心电信号的频域分析	197
5.1.2 模拟滤波器的设计方法	121	8.3 机械工程测试中的信号处理	198
5.2 数字滤波器的基本概念及网络结构	132	8.3.1 结构物自振频率分析	198
5.2.1 数字滤波器的信号流程图表示	132	8.3.2 结构与设备的振动监视和故障诊断	199
5.2.2 数字滤波器的基本网络结构	134	小结	201
小结	139	习题	201
习题	139	第 9 章 上机实验	202
第 6 章 数字滤波器设计	141	9.1 引言	202
6.1 数字滤波器基础	141	9.2 实验一 离散时间信号与系统的时域分析	202
6.2 IIR 滤波器的设计	142	9.3 实验二 离散时间系统的频域分析	205
6.2.1 脉冲响应不变法	143	9.4 实验三 IIR 数字滤波器的设计	206
6.2.2 双线性变换法	149	9.5 实验四 FIR 数字滤波器的设计	207
6.2.3 IIR 数字低通滤波器的设计步骤	155	小结	209
6.2.4 IIR 数字滤波器的频率变换	159	参考文献	210
6.3 FIR 滤波器设计	164		

第1章 绪 论

信号处理的基本概念和分析方法已应用于许多不同领域和学科中,尤其是数字计算机的出现和大规模集成技术的高度发展,有力地推动了数字信号处理技术的发展和應用。本章主要介绍信号和信号处理系统的基本概念、描述与分类方式,以使读者对信号处理和本课程的基本内容建立一个轮廓,为后续章节的学习奠定基础。

1.1 信号

1.1.1 信号的定义

当今社会已经进入信息时代,人们每天都要接触各种各样载有信息的信号形式,如接收广播、电视信号、使用电话传送声音信号等,其目的是为了把不同形式的消息借助一定形式的信号进行表达或传递。因此,通常把人们得到的消息、情报或知识称为信息;而传输信息的载体或者说信息的具体表现形式称作信号。

由于信息的种类和形式多种多样,信号的表现形式也千差万别,如电话铃声、防空警笛等声音信号;交通标志灯、灯塔信号灯等光信号;无线电通讯中的电磁波信号等。可见,信息本身不是物质,不具有能量,但其传输载体——信号却具有能量,它描述了物理量的变化过程,信号所包含的信息就蕴含在不同物理量的变化之中。

按信号变化的物理性质,可分为电信号和非电信号。例如,电路中的电压、电流、电荷、磁通等,称为电信号;而物体的位移和加速度、环境的温度、气压等,称为非电信号,由于电信号处理具有速度快、精度高、转换方便等优点,通常利用各种传感元件和转换装置将非电信号转换成电信号进行传输、处理。

1.1.2 信号的描述

为了对不同种类和形式的信号进行分析处理,首先需要对其进行数学描述。基于信号描述了物理量的变化过程这一直观概念,信号可用某个物理量的一个或多个自变量的函数来描述,如果仅有一个自变量,则称为一维信号;如果有两个以上自变量,则称为多维信号。本书主要研究一维信号处理的理论和技术。

关于信号的自变量,可以是时间变量,也可以是空间或其他变量,如高度、深度、位移或其他统计分布的坐标变量,但其中以时间为自变量的信号形式最为常见。例如,电路中的电压、电流信号是电路中元件两端的电压或支路中的电流随时间而变化的函数;统计学中研究的人口增长、股票指数等可随年度、月份等时间参量变化;气象观察中的气压、温度、风

速等可随时间或地理位置而变化；而图像信号则以亮度随时间变量和二元空间变量变化的函数来描述。

信号的函数关系可以用数学表达式、波形图、数据报表等描述，它们是信号的不同表达方式，其中信号的函数表达式和波形图是最基本的描述方法。例如，某电压信号 $u(t)$ 符合正弦变化关系

$$u(t) = A \sin(\Omega_0 t + \varphi) \quad (1-1)$$

其中， A 、 Ω_0 、 φ 分别是电压信号的幅度、角频率和初相位，在电压信号一定时，它们的值恒定；自变量 t 表示时间。为更加直观形象地表示信号，还可利用信号的波形图来表示式 (1-1) 的变化关系，如图 1-1a 所示。可见，信号的函数表达式和波形仅仅是信号的两种不同表示，而且二者可以互相推演。

以上对于信号的描述采用了时间特性的表示方法，即给出其随时间变化的快、慢和延时等信息，称为信号的时域描述和分析；同时，还可以采用频率特性的描述方法，即表示出信号所包含的主要频率、相位等信息，称为信号的频域描述和分析。例如，对式 (1-1) 中的电压信号 $u(t)$ 进行傅里叶分析，还可以得到如图 1-1b 所示的频率特性。

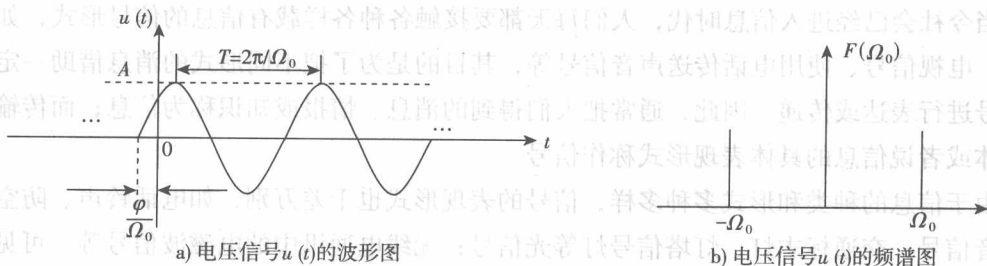


图 1-1 电压信号及其频谱

同样，图 1-1a 和图 1-1b 是对同一信号的两种不同描述方法，也就是说，时域分析和频域分析是对同一事物的两类不同分析方法，其目的是分别得到信号在不同层次和角度所蕴含的特征信息。因此，本书对不同形式的信号和系统都按照先介绍其时域分析方法，再介绍其频域分析方法的顺序，以便于理解和掌握。

1.1.3 信号的分类

为了深入了解信号的内在特征和物理本质，有必要将其分类研究，下面讨论几种常见的信号分类方法。

1. 确定性信号与随机信号

可以用明确的函数关系式或数列来表示的信号称为确定性信号，如正弦信号、单脉冲信号、直流信号等，这类信号经常在电路分析和许多电子线路设计中涉及。反之，若信号不能用自变量的一个确定性函数或数列表示，其幅值或相位等参数值具有某种不确定性或不可预知性，所描述的物理现象是一种随机过程，这样一类信号称为随机信号，如汽车奔驰时所产生的振动、飞机在大气中的浮动、环境噪声等。对于随机信号，需要用概率、统计或随机过

程等数学方法来描述和分析。

从常识上讲,由于确定性信号不包含任何新的信息,并且在信号的转换和传输过程中不可避免地受到各种噪声和干扰的影响,因此实际问题中的信号都属于随机信号。尽管如此,本书只研究确定性信号,因为作为理论上的抽象,应首先研究确定性信号,在此基础上根据随机信号的统计规律进一步研究随机信号的特性。

2. 连续时间信号与离散时间信号

按时间函数的自变量取值的连续性与离散性,可将信号划分为连续时间信号和离散时间信号这两类。

如果信号的自变量是连续可变的,即在所讨论的时间范围内,信号对于任意时间值(除不连续点外)都有意义,则称为连续时间信号。连续时间信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的(只取某些规定值),如图 1-2 所示。时间和幅值都连续的信号也称模拟信号。如不特别说明,本书后面对模拟信号与连续时间信号统称为连续时间信号。

如果信号的自变量是离散的,只在某些不连续的、规定的瞬时给出确定的函数值,其他时间没有定义,则称为离散时间信号或时间序列。其幅值可以是连续的,也可以是离散的,如图 1-3 所示。幅值离散(即只取某些规定的有限信号值)的离散时间信号称为数字信号。如不特别说明,离散时间信号与数字信号通用。

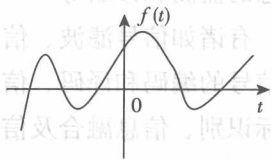


图 1-2 连续时间信号

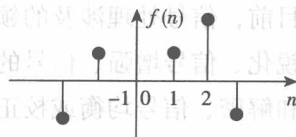
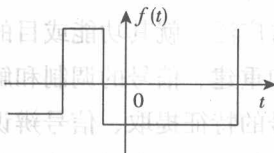


图 1-3 离散时间信号

3. 能量信号与功率信号

在信号处理过程中,常常需要了解信号的能量或功率特性。

在所分析的区间 $(-\infty, \infty)$ 内,连续时间信号 $f(t)$ 的能量定义为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt \quad (1-2)$$

在区间 (t_1, t_2) 内,信号 $f(t)$ 的平均功率定义为

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f^2(t) dt \quad (1-3)$$

如果信号 $f(t)$ 的能量 E 为有限值,即满足条件

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt < \infty \quad (1-4)$$

则称该信号为能量信号。例如,单位脉冲信号、减幅正弦波信号、衰减指数信号等。

有些信号,如周期信号、随机信号等,它们的能量在区间 $(-\infty, \infty)$ 内不是有限值,此时研究信号的平均功率更为合适。

如果信号 $f(t)$ 的平均功率 P 为有限值,即满足条件

$$0 < \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f^2(t) dt < \infty \quad (1-5)$$

则称该信号为功率信号，例如周期正弦信号。对比式(1-4)和式(1-5)，可得出结论：一个能量信号具有零平均功率；而一个功率信号具有无限大能量。

4. 因果信号与非因果信号

按信号所存在的时间范围，可以把信号分为因果信号与非因果信号。若 $t < 0$ 时， $f(t) = 0$ ，则信号 $f(t)$ 是因果信号，反之为非因果信号。

实际中所出现的信号，许多都是一个激励脉冲作用于一个物理系统之后输出的信号，反映了物理上的因果律，因此属于因果信号，也叫物理可实现信号。

1.2 信号处理系统简介

1.2.1 信号处理的目的

信号处理是利用一定的部(器)件或设备，对观测到的信号进行分析、变换、综合、识别等加工过程，以达到提取有用信息和便于利用的目的。例如，对语音信号进行分析处理以实现语音或说话人识别、对图像信号进行压缩编码以实现有效传输、对机械设备的振动信号、电机功率等进行特征提取和融合等处理，以实现设备运行状态的监测和诊断等。

目前，信号处理涉及的领域非常广泛，就其功能或目的而言，有诸如信号滤波、信号平滑和锐化、信号增强、信号的恢复和重建、信号的调制和解调、信号的编码和译码、信号的加密和解密、信号均衡或校正、信号的特征提取、信号辨识或目标识别、信息融合及信号的控制等。因此，信号处理已经不仅应用于通信电子工程、自动化控制和计算机技术等工程领域，而且普遍运用于医学、金融、统计、社会科学等更为广阔的领域。

1.2.2 信号处理系统的分类

用来实现信号处理的部(器)件或设备称为信号处理系统。信号与系统的关系如图1-4所示，即信号处理系统接受输入信号(又称激励信号)，经过一定的转换或处理，使得信号的物理形态或所包含信息内容有所改变，产生需要的输出信号(又称响应信号)，输入输出信号的变换关系描述了信号处理系统的特定功能。

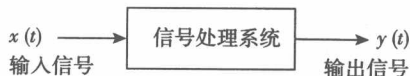


图1-4 信号处理系统的输入输出模型

由所对应输入或输出信号的不同形式和特征，从不同角度出发可将信号处理系统分为若干类型，如处理连续信号的连续时间系统；处理离散信号的离散时间系统；系统输出与系统状态无关的即时系统；输出与状态相关的动态系统；集总参数系统与分布参数系统；可逆系统与不可逆系统等。本书只讨论最常见的几种系统划分方式。

1. 连续时间系统与离散时间系统

输入与输出皆为连续时间信号的系统称为连续时间系统，也称模拟信号处理系统；输入

与输出皆为离散时间信号的系统称为离散时间系统,也称数字信号处理系统。普通的电视机是典型的连续时间系统,而计算机是典型的离散时间系统。连续时间系统的数学模型是微分方程式;离散时间系统的数学模型是差分方程式。

由于数字信号处理的直接对象是数字信号,处理的方式是数值运算的方式,使其相对模拟信号处理具有许多优点,如具有灵活性、精度高、稳定性高、便于大规模集成等,因此,自20世纪80年代以来,随着计算机与大规模集成电路技术的发展,数字信号处理技术的研究与应用得以飞速发展,数字信号处理(DSP)系统正日益普及和应用,如手机、DVD、数码相机、数字电视等。

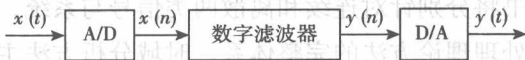


图 1-5 混合信号处理系统

同时,由于自然界中的待处理信号大部分是连续的模拟信号,如声音、图像、压力、振动等。

因此在许多应用场合,需要模拟系统与数字系统的“混合系统”,即如图1-5所示的系统。

2. 动态系统与静态系统

如果系统的输出信号只决定于同时刻的激励信号,与它过去的激励无关,则称此系统为静态系统;如果系统的输出信号不仅与同时刻的激励信号有关,还与该时刻以前的激励有关,则称此系统为动态系统。描述静态系统的数学模型是代数方程,描述动态系统的数学模型是微分方程。

3. 线性系统与非线性系统

线性系统是满足叠加性与比例(齐次)性的系统。所谓叠加性是指当几个激励信号同时作用于系统时,总的输出响应等于每个激励信号单独作用于系统所产生的响应之和;而齐次性的含义是,当输入信号乘以某个常数时,响应也倍乘相同的常数。不满足叠加性与比例(齐次)性的系统是非线性系统。

4. 因果系统与非因果系统

因果系统满足在任意时刻的响应仅与该时刻及该时刻以前的激励有关,而与该时刻以后的激励无关,即如果 $t < t_0$ 时,输入 $x(t) = 0$,则相应地在 $t < t_0$ 时刻,输出 $y(t) = 0$ 。不满足这一条件的称为非因果系统。

可以解释为,因果系统的响应是由激励引起的,激励是产生响应的前因,响应是激励引起的后果,响应不会发生在激励加入之前,系统不具有预知未来响应的能力,这种特性亦称因果性。

5. 时变系统与非时变系统

如果系统的参数不随时间而变化,则称此系统为非时变系统(或称定常系统);反之,系统参数随时间变化的是时变系统,也称非定常系统。

针对不同系统进行其线性与非线性、因果与非因果、时变与非时变等性质的分析和讨论,本书将在后面有关章节分别介绍。

1.3 本书的主要内容体系

首先,由于信号与信号处理系统存在不同的分类方式,信号处理的理论和方法也具有不

同的体系和结构。本书按照信号和系统最主要的分类方式——连续时间信号与系统和离散时间信号与系统,分别讨论其信号和系统的描述方式、数学模型及分析方法。同时,针对数字信号处理技术的快速发展和广泛应用前景,本书以连续时间信号与系统知识介绍为基础(第2章)、以数字信号处理原理和应用技术为主线(第3、4、6章),注重两者之间的对比与联系,以加深学习者对两类信号处理系统之间近乎完美的对偶和类比关系的认识,更好地理解信号处理的理论体系和内容。

其次,按照信号与系统问题的两大类基本分析方法:时域分析方法和频域分析方法,本书将分别针对连续和离散两类信号与系统,以先时域后频域的顺序逐一介绍,从而给出信号处理理论方法的完整体系。时域分析方法主要包括时域信号的运算、分解和卷积方法,系统数学模型的建立和求解;频域分析方法主要指频域方法和复频域方法,即连续信号与系统的傅里叶变换和拉普拉斯变换,离散时间信号与系统的傅里叶变换和Z变换分析方法,侧重介绍各种变换之间的对偶关系、本质区别与演化条件,使它们得以有机联系和统一。

再次,针对读者在学习信号处理的理论方法时,往往由于缺乏对信号处理应用技术和实例的了解,而难以深入理解和掌握其原理和方法,本书在详细介绍信号处理的基本原理和分析方法之后,给出信号处理的基本实现方法、主要工程应用技术和在语音信号处理、医学诊断、工程机械等领域的应用实例,使读者对信号处理的基本原理和应用方法有一个统一、完整的认识,并能掌握一定的实践知识。

小结

本章主要阐述了信号和信号处理系统的基本定义、描述和分类形式,介绍了本书以连续时间信号与系统的分析为基础,重点讲述离散时间信号与系统的主旨和线索,使读者初步了解信号处理的目的和意义、信号处理的主要分析方法等基本知识,并对本书的主要内容体系和讲授顺序有所了解,为本课程的学习打下基础。

习题

- 1.1 信号和信息有什么区别和联系?
- 1.2 信号处理的目的是什么?
- 1.3 信号和信号处理系统的分类形式分别有哪些?

第2章 连续时间信号与系统分析基础

前已述及,连续时间信号与系统和离散时间信号与系统是信号处理的两种主要形式,它们各自的描述和分析方法也是本书介绍的主要内容。其中,连续时间信号与系统的分析方法是离散时间信号与系统分析方法的基础,同时这两种方法也具有一定的对称性和相似性,它们的基本任务都是研究确定性信号,通过线性时不变系统进行传输、处理的基本理论和分析方法。因此,本章介绍连续时间信号与系统分析的基本方法,包括信号和系统的描述形式、时域和频域分析方法,为后续章节学习离散时间信号与系统的分析方法奠定基础。

2.1 连续时间信号的基本知识

2.1.1 典型连续信号

1. 实指数信号

实指数信号可表示为

$$f(t) = ke^{at} \quad (2-1)$$

式中,常数 k 表示 $t=0$ 时的初始值;参数 a 不同时,信号随时间的变化不同,如 $a>0$ 时, $f(t)$ 随时间增长, $a<0$ 时, $f(t)$ 随时间衰减, $a=0$ 时, $f(t)$ 不随时间变化,如图2-1所示。 $|a|$ 的大小反映了信号随时间增、减的速率。通常,定义时间常数 $\tau=1/|a|$, τ 越小,指数函数增长或衰减的速率越快。在实际工作中,常用的是图2-2所示的单边指数信号,表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Ee^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0 \end{cases} \quad (2-2)$$

特别的,若 $f(t)$ 的初始值 $f(0)=E$,则 $f(t)|_{t=\tau}=f(\tau)=\frac{E}{e}=0.368E$,即经过时间 τ 后,信号衰减为初始值的36.8%。

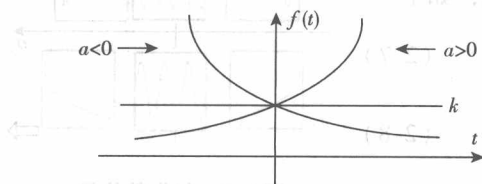


图2-1 实指数信号

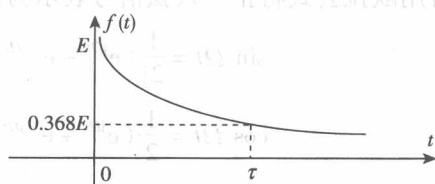


图2-2 单边实指数信号

2. 正弦信号

因为正、余弦信号只在相位上相差 $\pi/2$ ，所以正、余弦信号通常统称为正弦信号。一般表示为

$$f(t) = k \sin(\Omega t + \theta) \quad (2-3)$$

式中， k 是振幅， Ω 是角频率， θ 是初相。正弦信号的波形如图 2-3 所示。其周期 T 与角频率、频率的关系为

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{1}{f}$$

实际应用中经常会遇到衰减的正弦信号，即信号的振荡幅度按指数衰减规律变化，波形如图 2-4 所示，一般表示为

$$f(t) = \begin{cases} ke^{-\alpha t} \sin \Omega t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (2-4)$$

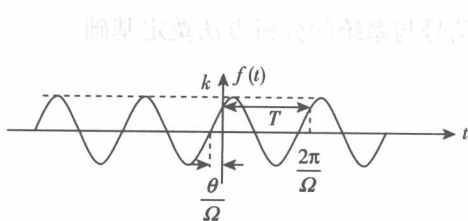


图 2-3 一般正弦信号

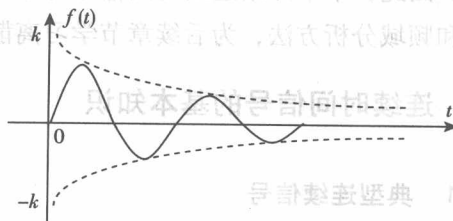


图 2-4 单边正弦信号

3. 复指数信号

复指数信号可表示为

$$f(t) = ke^{st} \quad (2-5)$$

式中， $s = \sigma + j\Omega$ ， σ 为 s 的实部系数， Ω 为 s 的虚部系数。用欧拉公式将其展开为

$$ke^{st} = ke^{(\sigma + j\Omega)t} = ke^{\sigma t} e^{j\Omega t} = ke^{\sigma t} \cos \Omega t + jke^{\sigma t} \sin \Omega t \quad (2-6)$$

复指数信号可分解为实部与虚部。实部为振幅随时间变化的余弦函数，虚部为振幅随时间变化的正弦函数。 σ 表示正、余弦信号振幅随时间变化的情况； Ω 是正、余弦信号的角频率。特别是当 $\sigma > 0$ 时，正、余弦信号是增幅振荡；当 $\sigma < 0$ 时，正、余弦信号是减幅振荡；当 $\sigma = 0$ 时，正余弦信号是等幅振荡。当 $\Omega = 0$ 时， $f(t)$ 为一般指数信号；当 $\sigma = 0$ ， $\Omega = 0$ 时，为直流信号。由此可见，复指数信号既概括了多种情况，又可以用来表示一些常用信号，因此是一种重要的基本信号。

通常可用欧拉公式将正、余弦信号表示为复指数形式，如下

$$\sin \Omega t = \frac{1}{2j} (e^{j\Omega t} - e^{-j\Omega t}) \quad (2-7)$$

$$\cos \Omega t = \frac{1}{2} (e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}) \quad (2-8)$$

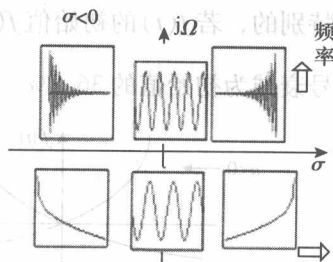


图 2-5 复指数信号

复指数信号如图 2-5。

4. $\text{Sa}(t)$ 信号

$\text{Sa}(t)$ 信号可表示为

$$f(t) = \text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (2-9)$$

$\text{Sa}(t)$ 信号波形如图 2-6 所示, $\text{Sa}(t)$ 也称抽样信号。不难证明, $\text{Sa}(t)$ 信号是偶函数,

$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$ 当 $t \rightarrow \pm \infty$ 时, 振幅衰减且 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sin t}{t} = 0$ 。 $\text{Sa}(t)$ 信号还有以下

性质

$$1) \quad \int_0^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \frac{\pi}{2} \quad (2-10)$$

$$2) \quad f(t) \Big|_{t=n\pi} = \frac{\sin t}{t} \Big|_{t=n\pi} = 0 \quad (2-11)$$

式中 n 为整数。更常见的抽样信号 $\text{Sa}(at)$ 为 $\text{Sa}(at) = \frac{\sin at}{at}$, 其信号波形如图 2-7 所示。

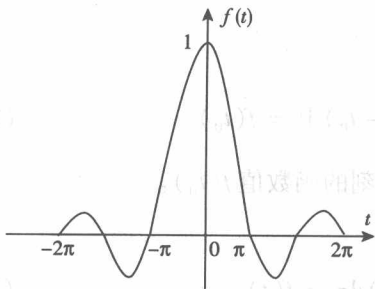


图 2-6 $\text{Sa}(t)$ 信号

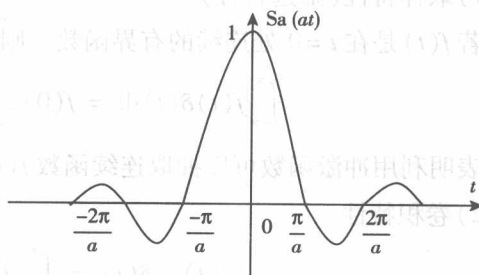


图 2-7 $\text{Sa}(at)$ 信号

5. 单位阶跃信号

单位阶跃信号可表示为

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \quad (2-12)$$

单位阶跃信号的波形如图 2-8 所示。

利用单位阶跃信号, 可以很方便地描述信号的接入(开关)特性或因果(单边)特性。

$$f(t)u(t) = \begin{cases} f(t) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (2-13)$$

例 2-1 用阶跃信号表示如图 2-9 所示的单边正弦信号。

解

$$f_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sin \Omega t & t > 0 \end{cases} = \sin \Omega t \cdot u(t)$$

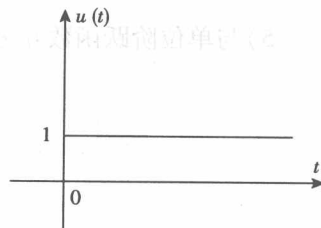


图 2-8 $u(t)$ 信号

6. 单位冲激函数 $\delta(t)$

$\delta(t)$ 函数是一个理想函数, 是物理不可实现信号。单位冲激函数一般定义为

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad (2-14)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

单位冲激函数的波形用箭头表示,如图2-10所示。

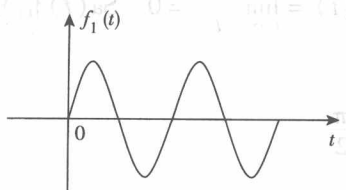


图2-9 单边正弦信号

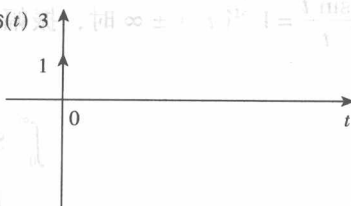


图2-10 冲激函数

冲激函数具有如下运算性质:

1) 取样特性(筛选特性)

若 $f(t)$ 是在 $t=0$ 处连续的有界函数,则有

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0), \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0) \quad (2-15)$$

上式表明利用冲激函数可以抽取连续函数 $f(t)$ 在任一时刻的函数值 $f(t_0)$ 。

2) 卷积特性

$$f(t) * \delta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = f(t) \quad (2-16)$$

3) 拉氏变换

$$\Delta(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-st} dt = 1 \quad (2-17)$$

4) 傅氏变换

$$\Delta(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j2\pi ft} dt = 1 \quad (2-18)$$

5) 与单位阶跃函数互为积分、微分关系,即

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} = u(t)$$

$$\frac{du(t)}{dt} = \delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases} \quad (2-19)$$

7. 单位斜坡函数

单位斜坡函数的波形如图2-11所示,定义为

$$R(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases} = tu(t) \quad (2-20)$$

任意时刻的斜坡函数如图2-12所示,表示式为