

锦囊妙解

中学生 数理化系列

主编/江华平
龚根水

八年级数学

不可不读的题

第2版



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



锦囊妙解

中学生数理化系列

不可不读的题

八年级数学

第2版



机械工业出版社

本书是“锦囊妙解中学生数理化系列”《不可不读的题 八年级数学》分册,它体现了新课标改革精神,不受任何版本限制。书中每章节按选择题、填空题、解答题等题型分开编写。题目选取大部分以近两年的中考题和模拟题为主,经典题为辅,题型全,解析简要,解答规范。本书内容新颖,题材广泛,目的是要从本质上提高学生的知识理解能力,以及分析问题和解决问题的能力。

图书在版编目(CIP)数据

不可不读的题. 八年级数学/江华平, 龚根水主编. —2 版. —北京:

机械工业出版社, 2008. 1 (2008. 7 重印)

(锦囊妙解中学生数理化系列)

ISBN 978-7-111-18905-3

I. 不... II. ①江...②龚... III. 数学课—初中—习题 IV. G634.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 005488 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 石晓芬 责任编辑: 贾 雪

责任印制: 李 妍

保定市中国画美凯印刷有限公司印刷

2008 年 7 月第 2 版·第 3 次印刷

169mm×230mm·7 印张·144 千字

标准书号: ISBN 978-7-111-18905-3

定价: 11.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

销售服务热线电话: (010) 68326294

购书热线电话: (010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话: (010) 88379127

封面无防伪标均为盗版



前言

Preface

武林竞技,想要取胜,或“一把枪舞得风雨不透”,或有独门绝技,三招之内,挑敌于马下。古有“锦囊妙计”,今有“锦囊妙解”辅导系列。继“锦囊妙解——中学生英语系列”、“锦囊妙解——中学生语文系列”之后,我们又隆重推出了“锦囊妙解——中学生数理化系列”。

这是一套充满智慧的系列丛书,能使你身怀绝技,轻松过关斩将,技增艺长。这更是一套充满谋略的系列丛书,能使你做到“风雨不透”,意外脱颖而出,圆名校梦。

这套丛书紧密结合教材内容,力求将教学需求和实际中高考要求完美结合。在体例设计、内容编排、方法运用、训练考查等方面都充分考虑各个年级学生的实际,由浅入深,循序渐进,稳步提高,并适度、前瞻性地把握中高考动态和趋向,在基础教学中渗透中高考意识。

本丛书作者均为多年在初中、高中一线教学的精英,每册都由有关专家最后审稿定稿。

这套丛书按中高考数、理、化必考的知识点分成三大系列:《不可不读的题》、《不可不知的素材》和《不可不做的实验》。从七年级到高考,并按数学、物理、化学分类,配套中学新课标教材,兼顾老教材,共有36册。

本丛书有如下特点:

1. 选材面广,知识点细,针对性强

在《不可不读的题》中,我们尽量选用当前的热点题,近几年各地的中高考题,并有自编的创新题。在《不可不知的素材》中,我们力求做到:知识面广、知识点细而全、知识网络清晰,并增加一些高考的边缘知识和前瞻性知识。在《不可不做的实验》中,我们针对目前中学生实验水平低、实验技能差、实验知识缺乏的情况,结合教材的知识网络,详细而全面地介绍了实验。有实验目的、原理、步骤、仪器,实验现象、结论、问题探讨,并增加了实验的一般思路和方法。除介绍课本上的学生实验和教师的演示实验外,还增加了很多中高考中出现的课外实验和探究实验。

2. 指导到位

本丛书在指导学生处理好学习中的基础知识的掌握、解题能力的娴熟、实验能力的提高方面,有意想不到的功效。选择本丛书潜心修炼,定能助你考场上游刃有余,一路顺风,高唱凯歌。

3. 目标明确

在强调学生分析问题和解决问题能力的同时,在习题、内容上严格对应中高考命题方式,充分体现最新中高考的考试大纲原则和命题趋势。

梦想与你同在,我们与你同行。我们期盼:静静的考场上,有你自信的身影。我们坚信:闪光的金榜上,有你灿烂的笑容。

本书特邀江西师范大学附属中学高级教师、南昌市学科带头人万强华任丛书主编。本分册由江华平、龚根水主编。

我们全体策编人员殷切期待广大读者对丛书提出宝贵意见。无边的学海仍然警示着我们:只有不懈努力,才会取得胜利,走向辉煌。

编者

2008年1月

目 录 Contents

前言

第一章 一次函数 1

第一节 一次函数 1

第二节 用函数的观点看方程(组)与不等式 ... 9

第二章 全等三角形 15

第一节 全等三角形 15

第二节 角平分线的性质 ... 21

第三章 轴对称 24

第一节 轴对称及轴对称变换 24

第二节 等腰三角形 29

第四章 整式 34

第一节 整式的加减乘除运算 34

第二节 因式分解 38

第五章 分式 41

第一节 分式及运算 41

第二节 分式方程 44

第六章 反比例函数 50

第七章 勾股定理 62

第八章 四边形 70

第一节 平行四边形 70

第二节 矩形、菱形、正方形 74

第三节 梯形 86

第九章 数据的描述与分析 93



第一章 一次函数

第一节 一次函数

一、选择题

题1 (2005·广州)下列各点中,在函数 $y=2x-7$ 的图像上的是 ()

- A. (2,3) B. (3,1)
C. (0,-7) D. (-1,9)

解 用代入法验证点是否满足函数 $y=2x-7$.

∵ 当 $x=0$ 时, $y=-7$,

∴ 点(0,-7)在 $y=2x-7$ 的图像上. 故选 C.

题2 (2005·山东)如图 1-1-1,把直线 l 沿 x 轴正方向向右平移 2 个单位,得到直线 l' , 则直线 l' 的解析式为 ()

- A. $y=2x+4$
B. $y=-2x+2$
C. $y=2x-4$
D. $y=-2x-2$

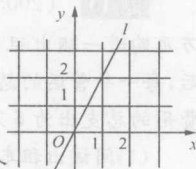


图 1-1-1

解 当 l 向右平移 2 个单位后,斜率不变,与 y 轴交点变为 -4, ∴ $y=2x-4$ 符合. 故选 C.

题3 (2005·哈尔滨)已知两个一次函数 $y_1=-\frac{b}{2}x-4$ 和 $y_2=\frac{1}{a}x+\frac{1}{a}$ 的图像重合,则一次函数 $y=ax+b$ 的图像所经过的象限为 ()

- A. 第一、二、三象限 B. 第二、三、四象限
C. 第一、三、四象限 D. 第一、二、四象限

解 由题得 $\begin{cases} -\frac{b}{2}=\frac{1}{a} \\ \frac{1}{a}=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{4} \\ b=8 \end{cases}$

∴ $y=-\frac{1}{4}x+8$ 只经过一、二、四象限.

故选 D.

题4 (2007·福

建福州)已知一次函数

$y=(a-1)x+b$ 的图像

如图 1-1-2 所示,那么 a

的取值范围是 ()

- A. $a>1$ B. $a<1$ C. $a>0$ D. $a<0$

解 由图知:一次函数 $y=(a-1)x+b$ 的一次项系数 $a-1>0$

∴ $a>1$. 故选 A.

题5 (2007·上海)如果一次函数

$y=kx+b$ 的图像经过第一象限,且与 y 轴负半轴相交,那么 ()

- A. $k>0, b>0$ B. $k>0, b<0$
C. $k<0, b>0$ D. $k<0, b<0$

解 由一次函数 $y=kx+b$ 的图像与 y 轴负半轴相交知: $b<0$; $kx=y-b$, 又 ∵ 一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过第一象限

∴ $k>0$. 故选 B.

题6 (2007·浙江湖州)将直线 $y=2x$

向右平移 2 个单位所得的直线的解析式是

()

- A. $y=2x+2$ B. $y=2x-2$
C. $y=2(x-2)$ D. $y=2(x+2)$

解 由题知:将直线 $y=2x$ 向右平移 2 个单位即用 $x-2$ 替换解析式中的 x , ∴ $y=2(x-2)$. 故选 C.

二、填空题

题7 (2005·青岛)已知函数 $y=kx+b$

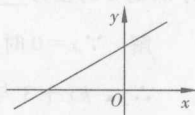


图 1-1-2

的图像与 y 轴交点的纵坐标为 -5 , 且当 $x=1$ 时, $y=2$, 则此函数的解析式为_____.

解 对用待定系数求函数解析式方法的理解是解此题的关键.

将 $(0, -5)$ 、 $(1, 2)$ 代入 $y=kx+b$,

得 $b=-5, k+b=2, \therefore k=7, b=-5$.

从而知解析式为 $y=7x-5$.

题 8 (2005·黑龙江) 一次函数 $y=kx+3$ 的图像与坐标轴的两个交点之间的距离为 5, 则 k 的值为_____.

解 $\because x=0$ 时, $y=3; y=0$ 时, $x=-\frac{3}{k}$.

$\therefore y=kx+3$ 与两坐标轴的交点分别是 $(-\frac{3}{k}, 0), (0, 3)$. 又它们之间的距离为 5,

$$\therefore \sqrt{\frac{9}{k^2} + 9} = 5 \Rightarrow k = \pm \frac{3}{4}.$$

题 9 (2007·福建晋江) 若正比例函数 $y=kx(k \neq 0)$ 经过点 $(-1, 2)$, 则该正比例函数的解析式为 $y=$ _____.

解 $\because$ 正比例函数 $y=kx(k \neq 0)$ 经过点 $(-1, 2)$,

$\therefore -k=2$, 即 $k=-2$

$\therefore$ 该正比例函数的解析式为 $y=-2x$.

题 10 (2007·山东淄博) 从 $-2, -1, 1, 2$ 这四个数中, 任取两个不同的数作为一次函数 $y=kx+b$ 的系数 k, b , 则一次函数 $y=kx+b$ 的图像不经过第四象限的概率是_____.

解 $\because$ 从 $-2, -1, 1, 2$ 这四个数中, 任取两个不同的数作为一次函数的系数 k, b , 共有 $4 \times 3 = 12$ 种取法,

而一次函数 $y=kx+b$ 的图像不经过第四象限就必须 $k>0, b>0$, 共有 $2 \times 1 = 2$ 种取法

$\therefore$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图像不经过第四象限的概率是 $\frac{1}{6}$.

题 11 (2007·上海) 如图 1-1-3, 正比例函数图像经过点 A, 该函数解析式是_____.

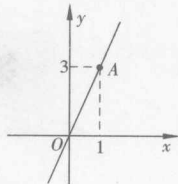


图 1-1-3

解 设正比例函数 $y=kx(k \neq 0)$,

由图知: 正比例函数图像经过点 $A(1, 3)$

$\therefore k \cdot 1 = 3$, 即 $k=3$

$\therefore$ 该函数解析式是 $y=3x$.

题 12 (2007·江西课标卷) 在加油站, 加油机显示器上显示的某一种油的单价为每升 4.75 元, 总价从 0 元开始随着加油量的变化而变化, 则总价 y (元) 与加油量 x (L) 的函数关系式是_____.

解 由题知: 总价 y (元) 与加油量 x (L) 的函数关系式是 $y=4.75x(x>0)$.

三、解答题

题 13 (2005·贵阳) 小明的爸爸用 50 万元购进一辆出租车(含经营权). 在投入营运后, 每一年营运的总收入为 18.5 万元, 而各种费用的总支出为 6 万元.

(1) 问该出租车营运几年后开始赢利?

(2) 若出租车营运期限为 10 年, 到期时旧车可收回 0.5 万元, 该车在这 10 年的年平均赢利是多少万元?

解 (1) 设该车营运 x 年后开始赢利, 赢利 y 万元,

则 $y=(18.5-6)x-50$, 即 $y=12.5x-50$. 由 $y>0$, 得 $12.5x-50>0$

解得 $x>4$. 所以第 4 年后开始赢利.

(2) 当 $x=10$ 时 $y=12.5 \times 10 - 50 = 75$

$(75+0.5) \div 10 = 7.55$

所以这 10 年的年平均赢利为 7.55 万元.

题 14 (2005·黑龙江) 某企业有甲、乙两个长方体蓄水池, 将甲池中的水以每小时 6m^3 的速度注入乙池, 甲、乙两个蓄水池中水的

深度 $y(\text{m})$ 与注水时间 $x(\text{h})$ 之间的函数图像如图 1-1-4 所示, 结合图像回答下列问题:

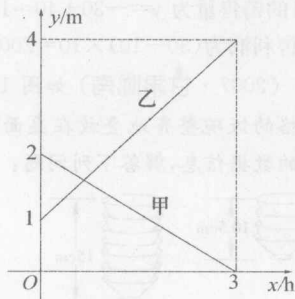


图 1-1-4

(1) 分别求出甲、乙两个蓄水池中水的深度 y 与注水时间 x 之间的函数关系式;

(2) 求注水多长时间能使甲、乙两个蓄水池水的深度相同;

(3) 求注水多长时间能使甲、乙两个蓄水池的蓄水量相同.

解 (1) 设 $y_{\text{甲}} = k_1x + b_1$. 把 $(0, 2)$ 和 $(3, 0)$ 代入, 解得 $k_1 = -\frac{2}{3}$, $b_1 = 2$, $\therefore y_{\text{甲}} = -\frac{2}{3}x + 2$.

设 $y_{\text{乙}} = k_2x + b_2$. 把 $(0, 1)$ 和 $(3, 4)$ 代入, 解得 $k_2 = 1$, $b_2 = 1$, $\therefore y_{\text{乙}} = x + 1$.

(2) 根据题意, 得 $\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + 2 \\ y = x + 1 \end{cases}$

解得 $x = \frac{3}{5}$. 所以注水 $\frac{3}{5}\text{h}$ 能使甲、乙两个蓄水池中水的深度相同.

(3) 设甲蓄水池的底面积为 S_1 , 乙蓄水池的底面积为 S_2 , t h 后甲、乙两个蓄水池的蓄水量相同. 根据题意, 得

$$2S_1 = 3 \times 6, S_1 = 9$$

$$(4-1)S_2 = 3 \times 6, S_2 = 6$$

$$S_1 \left(-\frac{2}{3}t + 2\right) = S_2(t + 1) \quad \text{解得 } t = 1.$$

$\therefore$ 注水 1h 后甲、乙两个蓄水池的蓄水量相同.

题 15 (2005 · 陕西) 某出版社出版一种适合中学生阅读的科普读物, 若该读物首次出

版印刷的印数不少于 5 000 册时, 投入的成本与印数间的相应数据如下:

印数 $x/\text{册}$	5 000	8 000	10 000	15 000	...
成本 $y/\text{元}$	28 500	36 000	41 000	53 500	...

(1) 经过对上表中数据的探究, 发现这种读物的投入成本 $y(\text{元})$ 是印数 $x(\text{册})$ 的一次函数. 求这个一次函数的解析式 (不要求写出 x 的取值范围);

(2) 如果出版社投入成本 48 000 元, 那么能印该读物多少册?

解 (1) 设所求一次函数的解析式为 $y = kx + b$, 则 $\begin{cases} 5\,000k + b = 28\,500 \\ 8\,000k + b = 36\,000 \end{cases}$

$$\text{解得 } k = \frac{5}{2}, b = 16\,000.$$

$$\therefore \text{所求函数的关系式为 } y = \frac{5}{2}x + 16\,000.$$

$$(2) \because 48\,000 = \frac{5}{2}x + 16\,000.$$

$$\therefore x = 12\,800.$$

则能印该读物 12 800 册.

题 16 (2005 · 江苏南通) 某校八年级

(1) 班共有学生 50 人, 据统计原来每人每年用于购买饮料的平均支出是 a 元. 经测算和市场调查, 若该班学生集体改饮某品牌的桶装纯净水, 则年总费用由两部分组成, 一部分是购买纯净水的费用, 另一部分是其他费用 780 元, 其中, 纯净水的销售价 $x(\text{元/桶})$ 与年购买总量 $y(\text{桶})$ 之间满足如图 1-1-5 所示关系.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 若该班每年需要纯净水 380 桶, 且 a 为 120 时, 请你根据提供的信息分析一下: 该班学生集体改饮桶装纯净水与个人买饮料相比较, 哪一种花钱更少?

(3) 当 a 至少为多少时, 该班学生集体改饮桶装纯净水一定合算? 从计算结果看, 你有什么感想 (不超过 30 字)?

解 (1) 设 $y = kx + b$,

$$\therefore x = 4 \text{ 时}, y = 400; x = 5 \text{ 时}, y = 320.$$

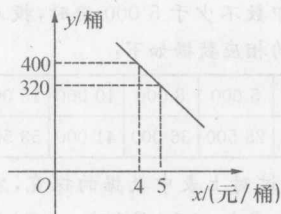


图 1-1-5

$$\therefore \begin{cases} 400=4k+b \\ 320=5k+b \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=-80 \\ b=720 \end{cases}$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y=-80x+720$.

(2) 该班学生买饮料每年总费用为 $50 \times 120=6\,000$ 元.

当 $y=380$ 时, $380=-80x+720$, 得 $x=4.25$,
该班学生集体饮用桶装纯净水的每年总费用为 $380 \times 4.25+780=2\,395$ 元.

显然,从经济上看,饮用桶装纯净水花钱少.

(3) 设该班每年购买纯净水的费用为 W 元,
则 $W=xy=x(-80x+720)=-80\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+1\,620$, $\therefore$ 当 $x=\frac{9}{2}$ 时, $W_{\text{最大值}}=1\,620$, 要使饮用桶装纯净水对学生一定合算, 则 $50a \geq W_{\text{最大值}}+780$, 即 $50a \geq 1\,620+780$, 解之, 得 $a \geq 48$. 所以 a 至少为 48 元时班级饮用桶装纯净水对学生一定合算, 由此看出, 饮用桶装纯净水不仅能省钱, 而且能养成勤俭节约的好习惯.

题 17 (2007·甘肃白银等) 某产品每件成本 10 元, 试销阶段每件产品的销售价 x (元) 与产品的日销售量 y (件) 之间的关系如下表:

$x/\text{元}$	15	20	25	...
$y/\text{件}$	25	20	15	...

若日销售量 y 是销售价 x 的一次函数.

(1) 求出日销售量 y (件) 与销售价 x (元) 的函数关系式;

(2) 求销售价定为 30 元时, 每日的销售利润.

解 (1) 设此一次函数解析式为 $y=kx+b$
则 $\begin{cases} 15k+b=25, \\ 20k+b=20 \end{cases}$

解得 $k=-1, b=40$.

即一次函数解析式为 $y=-x+40$.

(2) 每日的销售量为 $y=-30+40=10$ 件,
所获销售利润为 $(30-10) \times 10=200$ 元

题 18 (2007·甘肃陇南) 如图 1-1-6,

两摞相同规格的饭碗整齐地叠放在桌面上, 请根据图中给的数据信息, 解答下列问题:

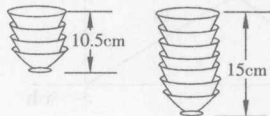


图 1-1-6

(1) 求整齐摆放在桌面上饭碗的高度 y (cm) 与饭碗数 x (个) 之间的一次函数解析式;

(2) 把这两摞饭碗整齐地摆成一摞时, 这摞饭碗的高度是多少?

解 (1) 设 $y=kx+b$.

由图可知: 当 $x=4$ 时, $y=10.5$; 当 $x=7$ 时, $y=15$.

把它们分别代入上式, 得 $\begin{cases} 10.5=4k+b, \\ 15=7k+b. \end{cases}$

解得: $k=1.5, b=4.5$.

$\therefore$ 一次函数的解析式是 $y=1.5x+4.5$.

(2) 当 $x=4+7=11$ 时, $y=1.5 \times 11+4.5=21$.

即把这两摞饭碗整齐地摆成一摞时, 这摞饭碗的高度是 21cm.

题 19 (2007·浙江嘉兴) 周日上午, 小俊从外地乘车回嘉兴. 一路上, 小俊记下了如下数据:

观察时间	9:00($t=0$)	9:06($t=6$)	9:18($t=18$)
路牌内容	嘉兴 90km	嘉兴 80km	嘉兴 60km

(注: “嘉兴 90km” 表示离嘉兴的距离为 90km)

假设汽车离嘉兴的距离 s (km) 是关于行驶时间 t (min) 的一次函数, 求 s 关于 t 的函数关系式.

解 设 $s=kt+b$, 则 $\begin{cases} b=90 \\ 6k+b=80 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k=-\frac{5}{3}, \\ b=90 \end{cases}$,

所以 $s=-\frac{5}{3}t+90$.

题 20 (2006·福建南平) 近期, 海峡两岸关系的气氛大为改善。大陆相关部门于 2005 年 8 月 1 日起对原产台湾地区的 15 种水果实施进口零关税措施, 扩大了台湾水果在大陆的销售。某经销商销售了台湾水果凤梨, 根据以往销售经验, 每天的售价与销售量之间有如下关系:

每千克售价/元	38	37	36	35	...	20
每天销量/kg	50	52	54	56	...	86

设当单价从 38 元/kg 下调了 x 元时, 销售量为 y kg.

(1) 写出 y 与 x 间的函数关系式;

(2) 如果凤梨的进价是 20 元/kg, 某天的销售价定为 30 元/kg, 这天的销售利润是多少?

(3) 目前两岸还未直接通航, 运输要绕行, 需耗时一周(7 天), 凤梨最长的保存期为一个月(30 天), 若每天售价不低于 30 元/kg, 问一次进货最多只能是多少千克?

解 (1) 由题知: y 与 x 间的函数关系式是 $y=50+2x$.

(2) 销售价定为 30 元/kg 时, $x=38-30=8$

$$y=50+2 \times 8=66$$

$$66 \times (30-20)=660$$

$\therefore$ 这天销售利润是 660 元.

(3) 设一次进货最多 m kg

$$\frac{m}{66} \leq 30-7$$

$$m \leq 1\,518$$

$\therefore$ 一次进货最多不能超过 1 518 kg.

题 21 (2006·泉州) 某住宅小区计划购买并种植 400 株树苗, 某树苗公司提供如下

信息:

信息一: 可供选择的树苗有杨树、丁香树、柳树三种, 并且要求购买杨树、丁香树的数量相等。

信息二: 如下表:

树苗	杨树	丁香树	柳树
每棵树苗批发价格/元	3	2	3
两年后每棵树苗对空气的净化指数	0.4	0.1	0.2

设购买杨树、柳树分别为 x 株、 y 株.

(1) 用含 x 的代数式表示 y ;

(2) 若购买这三种树苗的总费用为 w 元, 要使这 400 株树苗两年后对该住宅小区的空气净化指数之和不低于 90, 试求 w 的取值范围.

解 (1) $y=400-2x$.

(2) 根据题意, 得

$$\begin{cases} 0.4x+0.1x+0.2(400-2x) \geq 90 \\ 400-2x \geq 0 \end{cases}$$

解这个不等式组得: $100 \leq x \leq 200$

$$\therefore w=3x+2x+3(400-2x)$$

$$=1\,200-x$$

又 $\because w$ 随 x 的增大而减小, 并且 $100 \leq x \leq 200$,

$$\therefore -200+1\,200 \leq w \leq -100+1\,200, \text{ 即 } 1\,000 \leq w \leq 1\,100.$$

题 22 (2007·浙江温州) 为调动销售人员的积极性, A、B 两公司采取如下工资支付方式: A 公司每月 2 000 元基本工资, 另加销售额的 2% 作为奖金; B 公司每月 1 600 元基本工资, 另加销售额的 4% 作为奖金。已知 A、B 公司两位销售员小李、小张 1~6 月份的销售额如下表:

月份 销售额	1月	2月	3月	4月	5月	6月
小李 (A公司)	11 600	12 800	14 000	15 200	16 400	17 600
小张 (B公司)	7 400	9 200	11 000	12 800	14 600	16 400

(1) 小李与小张 3 月份的工资各是多少?

(2) 小李 1~6 月份的销售额 y_1 与月份 x 的函数关系式是 $y_1 = 1\,200x + 10\,400$. 小张 1~6 月份的销售额 y_2 也是月份 x 的一次函数, 请求出 y_2 与 x 的函数关系式;

(3) 如果 7~12 月份两人的销售额也分别满足 (2) 中两个一次函数的关系, 问几月份起小张的工资高于小李的工资.

解 (1) 小李 3 月份工资 $= 2\,000 + 2\% \times 14\,000 = 2\,280$ (元)

小张 3 月份工资 $= 1\,600 + 4\% \times 11\,000 = 2\,040$ (元).

(2) 设 $y_2 = kx + b$, 取表中的两对数 (1, 7 400), (2, 9 200) 代入解析式, 得

$$\begin{cases} 7\,400 = k + b \\ 9\,200 = 2k + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = 1\,800 \\ b = 5\,600 \end{cases}$$

即 $y_2 = 1\,800x + 5\,600$.

(3) 小李的工资 $w_1 = 2\,000 + 2\% (1\,200x + 10\,400) = 24x + 2\,208$

小张的工资 $w_2 = 1\,600 + 4\% (1\,800x + 5\,600) = 72x + 1\,824$

当 $w_2 > w_1$ 时, 即 $72x + 1\,824 > 24x + 2\,208$

解得, $x > 8$

答: 从 9 月份起, 小张的工资高于小李的工资.

题 23 (2007·江苏盐城) 某校八年级学生小丽、小强和小红到某超市参加了社会实践活动, 在活动中他们参与了某种水果的销售工作, 已知该水果的进价为 8 元/kg, 下面是他们在活动结束后对话.

小丽: 如果以 10 元/kg 的价格销售, 那么每天可售出 300kg.

小强: 如果以 13 元/kg 的价格销售, 那么每天可获取利润 750 元.

小红: 通过调查验证, 我发现每天的销售量 y (kg) 与销售单价 x (元) 之间存在一次函数关系.

(1) 求 y (kg) 与 x (元) ($x > 0$) 的函数关系式;

(2) 设该超市销售这种水果每天获取的利润为 W 元, 那么当销售单价为何值时, 每天可获得的利润最大? 最大利润是多少元?

【利润 = 销售量 $\times$ (销售单价 - 进价)】

解 (1) 当销售单价为 13 元/kg, 销售量 $\star$ 为: $\frac{750}{13-8} = 150$ (kg)

$\star$ 设 y 与 x 的函数关系式为: $y = kx + b$ ($k \neq 0$)

把 (10, 300), (13, 150) 分别代入得:

$$\begin{cases} 300 = 10k + b \\ 150 = 13k + b \end{cases} \therefore \begin{cases} k = -50 \\ b = 800 \end{cases}$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为: $y = -50x + 800$ ($x > 0$).

(2) $W = (-50x + 800)(x - 8)$

$$= -50x^2 + 1\,200x - 6\,400$$

$$= -50(x - 12)^2 + 800$$

$\therefore$ 当销售单价为 12 元时, 每天可获得最大利润, 最大利润是 800 元.

题 24 (2007·福建晋江) 小东从 A 地

出发以某一速度向 B 地走去, 同时小明从 B 地

出发以另一速度向 A 地

而行, 如图 1-1-7 所示,

图中的线段 y_1 、 y_2 分别

表示小东、小明离 B 地

的距离 (km) 与所用时间

$\star$ (h) 的关系.

$\star$ (h) 的关系.

$\star$ (h) 的关系.

(1) 试用文字说明交点 P 所表示的实际意

义;

(2) 试求出 A、B 两地之间的距离.

解 (1) 交点 P 所表示的实际意义是: 经过 2.5h 后, 小东与小明在距离 B 地 7.5km 处相遇.

(2) 设 $y_1 = kx + b$, 又 y_1 经过点 P (2.5, 7.5), (4, 0)

$$\therefore \begin{cases} 2.5k + b = 7.5 \\ 4k + b = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = 20 \\ k = -5 \end{cases}$$

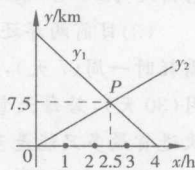


图 1-1-7

$$\therefore y_1 = -5x + 20$$

当 $x=0$ 时, $y_1=20$

故 A、B 两地之间的距离为 20km.

题 25 (2007·江苏南京)某市为了鼓励

居民节约用水,采用分段计费的方法按月计算每户家庭的水费,月用水量不超过 20m^3 时,按 2 元/ m^3 计费;月用水量超过 20m^3 时,其中的 20m^3 仍按 2 元/ m^3 收费,超过部分按 2.6 元/ m^3 计费.设每户家庭月用水量为 $x\text{m}^3$ 时,应交水费 y 元.

(1) 分别求出 $0 \leq x \leq 20$ 和 $x > 20$ 时 y 与 x 的函数表达式;

(2) 小明家第二季度交纳水费的情况如下:

月份	四	五	六
交费金额/元	30	34	42.6

小明家这个季度共用水多少立方米?

解 (1) 当 $0 < x \leq 20$ 时, y 与 x 的函数关系式是 $y=2x$;

当 $x > 20$ 时, y 与 x 的函数关系式是

$$y=2 \times 20 + 2.6(x-20),$$

$$\text{即 } y=2.6x-12.$$

(2) 因为小明家四、五月份的水费都不超过 40 元,六月份的水费超过 40 元,所以把 $y=30$ 代入 $y=2x$ 中,得 $x=15$;把 $y=34$ 代入 $y=2x$ 中,得 $x=17$;把 $y=42.6$ 代入 $y=2.6x-12$ 中,得 $x=21$.

$$\text{所以 } 15+17+21=53.$$

答:小明家这个季度共用水 53m^3 .

题 26 (2007·江苏泰州)通过市场调

查,一段时间内某地区某一种农副产品的需求数量 $y(\text{kg})$ 与市场价格 $x(\text{元/kg})$ ($0 < x < 30$) 存在下列关系:

$x/(\text{元/kg})$	5	10	15	20
y/kg	4 500	4 000	3 500	3 000

又假设该地区这种农副产品在这段时间内的生产数量 $z(\text{kg})$ 与市场价格 $x(\text{元/kg})$ 成正比例关系: $z=400x$ ($0 < x < 30$). 现不计其他影响因素,如果需求数量 y 等于生产数量 z ,

那么此时市场处于平衡状态.

(1) 请在图 1-1-8 中通过描点画图探究 y 与 x 之间的函数关系,并求出函数关系式;

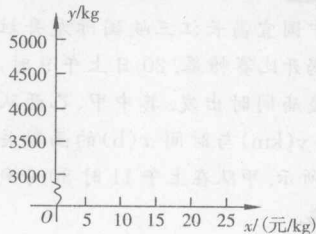


图 1-1-8

(2) 根据以上市场调查,请你分析:当市场处于平衡状态时,该地区这种农副产品的市场价格与这段时间内农民的总销售收入各是多少?

(3) 如果该地区农民对这种农副产品进行精加工,此时生产数量与市场价格的函数关系发生改变,而需求数量与市场价格的函数关系未发生变化,那么当市场处于平衡状态时,该地区农民的总销售收入比未精加工市场平衡时增加了 17 600 元.请问这时该农副产品的市场价格为多少元?

解 (1) 描点(如图 1-1-9).

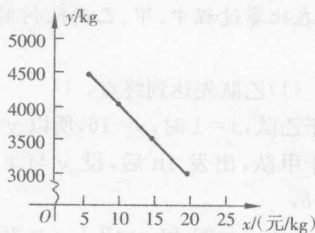


图 1-1-9

设 $y=kx+b$, 用任两点代入求得 $y=-100x+5\,000$, 再用另两点代入解析式验证.

$$(2) \because y=z, \therefore -100x+5\,000=400x, \therefore x=10.$$

$$\therefore \text{总销售收入} = 10 \times 4\,000 = 40\,000(\text{元})$$

$\therefore$ 农副产品的市场价格是 10 元/kg, 农民的总销售收入是 40 000 元.

(3) 设这时该农副产品的市场价格为 a 元/kg, 则 $a(-100a+5\,000)=40\,000+17\,600$, 解之得: $a_1=18, a_2=32$.

$\therefore 0 < a < 30, \therefore a = 18$.

$\therefore$ 这时该农副产品的市场价格为 18 元/kg.

题 27 (2007·湖北宜昌)2007 年 5 月,

第五届中国宜昌长江三峡国际龙舟拉力赛在黄陵庙揭开比赛帷幕. 20 日上午 9 时, 参赛龙舟从黄陵庙同时出发. 其中甲、乙两队在比赛时, 路程 y (km) 与时间 x (h) 的函数关系如图 1-1-10 所示. 甲队在上午 11 时 30 分到达终点黄柏河港.

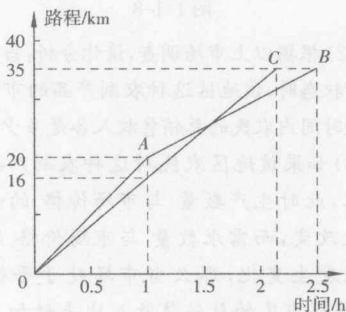


图 1-1-10

(1) 哪个队先到达终点? 乙队何时追上甲队?

(2) 在比赛过程中, 甲、乙两队何时相距最远?

解 (1) 乙队先达到终点,

对于乙队, $x=1$ 时, $y=16$, 所以 $y=16x$,

对于甲队, 出发 1h 后, 设 y 与 x 关系为 $y=kx+b$,

将 $x=1, y=20$ 和 $x=2.5, y=35$ 分别代入上式得:

$$\begin{cases} 20=k+b \\ 35=2.5k+b \end{cases}$$

解得: $k=10, b=10$

$$y=10x+10$$

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y=16x \\ y=10x+10 \end{cases} \text{ 得: } x=\frac{5}{3},$$

即: 出发 1h40min 后 (或者上午 10 点 40 分) 乙队追上甲队.

(2) 1h 之内, 两队相距最远距离是 4km.

乙队追上甲队后, 两队的距离是 $16x -$

$$(10x+10)=6x-10,$$

当 x 为最大, 即 $x=\frac{35}{16}$ 时, $6x-10$ 最大,

$$\text{此时最大距离为 } 6 \times \frac{35}{16} - 10 = 3.125 < 4,$$

(也可以求出 AD、CE 的长度, 比较其大小) 所以比赛过程中, 甲、乙两队在出发后 1h 后 (或者上午 10 时) 相距最远.

题 28 (2007·南充) 平面直角坐标系

中, 点 A 的坐标是 (4, 0), 点 P 在直线 $y = -x + m$ 上, 且 $AP = OP = 4$, 求 m 的值.

解 由已知 $AP = OP$, 点 P 在线段 OA 的垂直平分线 PM 上.

如图 1-1-11, 当点 P 在第一象限时, $OM = 2, OP = 4$.

$$\text{在 Rt} \triangle OPM \text{ 中, } PM = \sqrt{OP^2 - OM^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore P(2, 2\sqrt{3}).$$

$$\therefore \text{点 P 在 } y = -x + m \text{ 上, } \therefore m = 2 + 2\sqrt{3}.$$

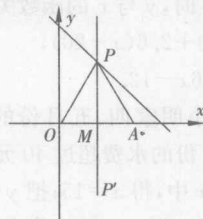


图 1-1-11

当点 P 在第四象限时, 根据对称性, $P'(2, -2\sqrt{3})$.

$$\therefore \text{点 P 在 } y = -x + m \text{ 上, } \therefore m = 2 - 2\sqrt{3}.$$

则 m 的值为 $2 + 2\sqrt{3}$ 或 $2 - 2\sqrt{3}$.

题 29 (2007·湖北荆门) 某县在实施

“村村通”工程中, 决定在 A、B 两村之间修筑一条公路, 甲、乙两个工程队分别从 A、B 两村同时相向开始修筑, 施工期间, 乙队因另有任务提前离开, 余下的任务由甲队单独完成, 直到道路修通, 图 1-1-12 是甲、乙两个工程队修道路的长度 y (m) 与修筑时间 x (天) 之间的函数图像, 请根据图像所提供的信息, 求该公路的

总长度.

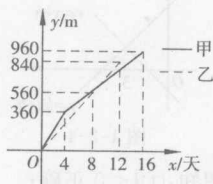


图 1-1-12

解 设 $y_Z = kx (0 \leq x \leq 12)$,

$$\because 840 = 12k, \therefore k = 70, \therefore y_Z = 70x.$$

当 $x = 8$ 时, $y_Z = 560$.

设 $y_{甲} = mx + n (4 \leq x \leq 16)$,

$$\therefore \begin{cases} 4m + n = 360, \\ 8m + n = 560. \end{cases} \therefore \begin{cases} m = 50, \\ n = 160. \end{cases}$$

$$\therefore y_{甲} = 50x + 160.$$

当 $x = 16$ 时, $y_{甲} = 50 \times 16 + 160 = 960$.

$$\therefore 840 + 960 = 1800.$$

故该公路的总长度为 1800m.

题 30 (2007 · 山西) 2007 年的全国助

残日, 某单位的青年志愿者到距单位 6km 的福利院参加“爱心捐助活动”. 一部分人步行, 另一部分人骑自行车, 他们沿相同的路线前往. 如图 1-1-13, l_1 、 l_2 分别表示步行和骑自行车的人前往目的地所走的路程 y (km) 随时间 x (min) 变化的函数图像.

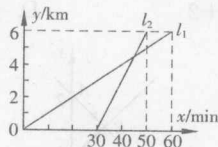


图 1-1-13

(1) 分别求 l_1 、 l_2 的函数表达式;

(2) 求骑车的人用多长时间追上步行的人.

解 (1) 设 l_1 的表达式为 $y_1 = k_1x$

由图像知 l_1 过点 $(60, 6)$

$$\therefore 60k_1 = 6, k_1 = \frac{1}{10}$$

$$\therefore y_1 = \frac{1}{10}x$$

设 l_2 的表达式为 $y_2 = k_2x + b_2$

由图像知 l_2 过 $(30, 0)$ 和 $(50, 6)$ 两点

$$\therefore \begin{cases} 30k_2 + b_2 = 0, \\ 50k_2 + b_2 = 6, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k_2 = \frac{3}{10} \\ b_2 = -9 \end{cases}$$

$$\therefore y_2 = \frac{3}{10}x - 9.$$

(2) 当骑车的人追上步行的人时, $y_1 = y_2$,

$$\text{即 } \frac{1}{10}x = \frac{3}{10}x - 9$$

$$\therefore x = 45$$

$$45 - 30 = 15(\text{min})$$

答: 骑车的人用 15min 追上步行的人.



第二节 用函数的观点看方程(组)与不等式

一、选择题

题 31 (2005 · 贵阳) 如图 1-2-1, 过 A 点的一次函数的图像与正比例函数 $y = 2x$ 的图像相交于点 B, 能表示这个一次函数图像的方程是 ()

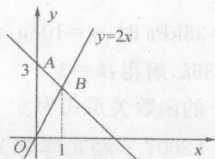


图 1-2-1

A. $2x - y + 3 = 0$

B. $x - y - 3 = 0$

C. $2y - x + 3 = 0$

D. $x + y - 3 = 0$

解 由待定系数法求函数解析式.

设一次函数解析式为 $y = kx + b$, 由图可知点 A 和点 B 的坐标分别 $A(0, 3)$, $B(1, 2)$, 代入一次函数解析式得 $y = kx + b$, 求出 $k = -1$, $b = 3$, 则 $y = -x + 3$, 整理得 $x + y - 3 = 0$. 故选 D.

题 32 (2007 · 陕西) 如图 1-2-2, 一次函数图像经过点 A, 且与正比例函数 $y = -x$ 的图像交于点 B, 则该一次函数的表达式为 ()

A. $y = -x + 2$

B. $y = x + 2$

C. $y=x+2$

D. $y=-x+2$

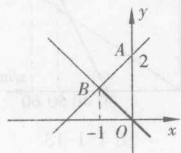


图 1-2-2

解 由图知: $A(0, 2)$

$$x_B = -1, \therefore y_B = 1$$

即 $B(-1, 1)$

设该一次函数的表达式为 $y=kx+b$

$$\begin{cases} 2=b \\ 1=-k+b \end{cases}$$

解得: $k=1, b=2$

该一次函数的表达式为 $y=x+2$. 故选 B.

题 33 (2007 · 四川乐山) 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像如图 1-2-3 所示, 当 $x<1$ 时, y 的取值范围是 ()

A. $-2<y<0$

B. $-4<y<0$

C. $y<-2$

D. $y<-4$

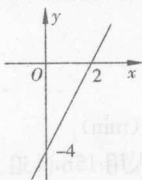


图 1-2-3

解 由图知: 一次函数 $y=kx+b$ 的图像过 $(0, -4)$ 与 $(2, 0)$, 则 $\begin{cases} -4=b \\ 0=2k+b \end{cases}$

解得: $k=2, b=-4$

该一次函数的表达式为 $y=2x-4$

$\therefore$ 当 $x<1$ 时, $y<-2$. 故选 C.

题 34 (2007 · 浙江金华) 一次函数 $y_1=kx+b$ 与 $y_2=x+a$ 的图像如图 1-2-4, 则下列结论: ① $k<0$; ② $a>0$; ③ 当 $x<3$ 时, $y_1< y_2$ 中, 正确的个数是 ()

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

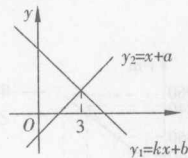


图 1-2-4

☆ 解 由图知: ① $k<0$ 正确;

☆ ② $y_2=x+a$ 与 y 轴的交点在 x 轴的下方,

☆ 故 $a<0$, 所以②错误;

③ $y_1=kx+b$ 与 $y_2=x+a$ 交点的横坐标为 3, 且当 $x<3$ 时, $y_1=kx+b$ 的图像总在 $y_2=x+a$ 的图像上方, 即有 $y_1>y_2$, 所以③错误. 故选 B.

二、填空题

题 35 (2005 · 海南) 据《中国国土资源报》2005 年 4 月 22 日报道: 目前我国水土流失面积已达 367 万 km^2 , 且以平均每年 1 万 km^2 的速度增加. 设我国水土流失总面积为 y (万 km^2), 年数为 x . 则 y 与 x 之间的函数关系式为 _____; 如不采取措施, 水土流失的面积按此速度增加, 那么到 2025 年底, 我国水土流失的总面积将达到 _____ 万 km^2 .

解 根据实际情况建立函数的解析式: $y=367+x$. 2006 年到 2025 年底, 共有 20 年, 根据上式, 我国水土流失的总面积将达到 $(367+20)$ 万 $\text{km}^2=387$ 万 km^2 .

☆ **题 36** (2007 · 南宁) 随着海拔的升高, 大气压强下降, 空气中的含氧量也随之下降, 即含氧量 $y(\text{g}/\text{m}^3)$ 与大气压强 $x(\text{kPa})$ 成正比例函数关系. 当 $x=36\text{kPa}$ 时, $y=108\text{g}/\text{m}^3$, 则 y 与 x 的函数关系式是 _____.

解 由题设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx$ ($k\neq 0$)

$$\therefore \text{当 } x=36\text{kPa 时, } y=108\text{g}/\text{m}^3,$$

$$\therefore 108=36k, \text{ 解得: } k=3$$

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 的函数关系式为 } y=3x.$$

题 37 (2007 · 湖北孝感) 如图 1-2-5, 一次函数 $y=ax+b$ 的图像经过 A、B 两点, 则关于 x 的不等式 $ax+b<0$ 的解集是 _____.

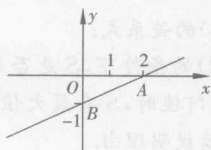


图 1-2-5

解法 1 由题知: $A(2, 0)$ 、 $B(0, -1)$

$$\therefore \begin{cases} -1 = b \\ 0 = 2k + b \end{cases}, \text{解得: } k = \frac{1}{2}, b = -1$$

$$\therefore \text{一次函数 } y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$\text{令 } \frac{1}{2}x - 1 < 0, \therefore x < 2$$

$\therefore$ 不等式 $ax + b < 0$ 的解集是 $x < 2$.

解法 2 由图知: $A(2, 0)$ 且 $x < 2$ 时, 一次函数 $y = ax + b$ 的图像在 x 轴下方.

即 $x < 2$ 时, $ax + b < 0$

$\therefore$ 不等式 $ax + b < 0$ 的解集是 $x < 2$.

三、解答题

题 38 (2005 · 宁夏) 春、秋季节, 由于冷

空气入侵, 地面气温急剧下降到 0°C 以下的天气现象称为“霜冻”. 由霜冻导致植物生长受到影响或破坏的现象称为霜冻灾害. 某种植物在 0°C 以下持续时间超过 3h, 即遭受霜冻灾害, 需采取预防措施. 图 1-2-6 是气象台某天发布的该地区气象信息, 预报了次日 0~8 时气温随时间变化情况, 其中 0~5 时、5~8 时的图像分别满足一次函数关系. 请你根据图中信息, 针对这种植物判断次日是否需要采取防霜冻措施, 并说明理由.

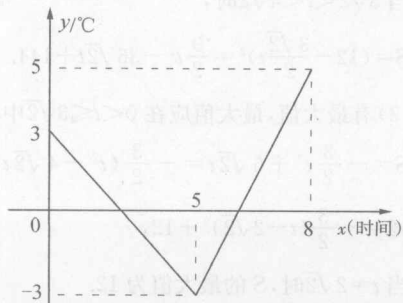


图 1-2-6

解 设: 0~5 时的一次函数关系式为 $y_1 = kx + b$, 将点 $(0, 3)$ $(5, -3)$ 分别代入上式得: $b = 3, k = -\frac{6}{5}, \therefore y_1 = -\frac{6}{5}x + 3$

设 5~8 时的一次函数关系式为 $y_2 = kx + b$, 将点 $(5, -3)$ $(8, 5)$ 分别代入上式得:

$$\begin{cases} 5k + b = -3 \\ 8k + b = 5 \end{cases}, \text{解之得: } k = \frac{8}{3}, b = -\frac{49}{3}.$$

$$\therefore y_2 = \frac{8}{3}x - \frac{49}{3}. \text{ 当 } y_1, y_2 \text{ 分别为零时,}$$

$$x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = \frac{49}{8}, \text{ 而 } x_2 - x_1 = \frac{49}{8} - \frac{5}{2} = \frac{29}{8} > 3.$$

$\therefore$ 应采取防霜冻措施.

题 39 (2005 · 南京) 某洗衣机在洗涤衣服时, 经历了进水、清洗、排水、脱水四个连续过程, 其中进水、清洗、排水时洗衣机中的水量 $y(\text{L})$ 与时间 $x(\text{min})$ 之间的关系如图 1-2-7 所示.

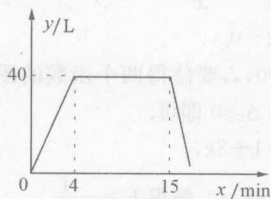


图 1-2-7

(1) 洗衣机的进水时间是多少分钟? 清洗时洗衣机中的水量是多少升?

(2) 已知洗衣机的排水速率为每分钟 19L, 求排水时 y 与 x 之间的关系式; 如果排水时间为 2min, 求排水结束时洗衣机中剩下的水量.

解 (1) 由图像知洗衣机的进水时间为 4min, 清洗时洗衣机中的水量是 40L.

(2) 设排水时的解析式为 $y = kx + b$, 则把 $(15, 40)$ 代入得 $40 = 15k + b$ ①

由于洗衣机的排水速率为 19L/min,

故要排完洗衣机中的水所需时间为 $\frac{40}{19}$.

$\therefore$ 得到另一个点 $(\frac{325}{19}, 0)$,