



普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
普通高等工科院校基础课规划教材

# 高等数学 (经济类)

第2版

主 编 蒋兴国 吴延东



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



013  
389  
2007

013  
389  
2007

普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
普通高等工科院校基础课规划教材

# 高等数学

(经济类)

第2版

主 编 蒋兴国 吴延东  
参 编 周秀珍 钱 林 孟国明 翟高岭 蔡苏淮  
主 审 罗庆来

中文样本图书



机械工业出版社

本书系普通高等教育“十一五”国家级规划教材,供高等院校经济类各专业选用,亦可供其他相关专业选用。

本书系统并有重点地介绍了有关微积分的知识,选编了相当数量的典型例题。为了提高读者运用数学知识处理实际经济问题的能力,介绍了一定数量的经济应用例题。

考虑到中学数学教材的变化,本书预备知识中增加了被中学删去的但高等数学所必需的知识点,另有一章介绍了微积分数学模型,供选修用。

本书结构严谨,逻辑清晰,叙述详尽,通俗浅显,例题较多,便于教与学,并将编者多年的教学经验有机地融于教材中。

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学:经济类/蒋兴国,吴延东主编. —2版. —北京:  
机械工业出版社,2007.6(2008.3重印)

普通高等教育“十一五”国家级规划教材.  
普通高等工科院校基础课规划教材  
ISBN 978-7-111-10489-6

I. 高… II. ①蒋…②吴… III. 高等数学—高等学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第075358号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)  
责任编辑:张继宏 责任校对:张晓蓉 策划编辑:郑丹  
封面设计:鞠杨 责任印制:洪汉军  
北京瑞德印刷有限公司印刷(三河市明辉装订厂装订)  
2008年3月第2版第2次印刷  
170mm×227mm·13.75印张·477千字  
标准书号:ISBN 978-7-111-10489-6  
定价:32.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换  
销售服务热线电话:(010) 68326294  
购书热线电话:(010) 88379639 88379641 88379643  
编辑热线电话:(010) 88379723  
封面无防伪标均为盗版

## 普通高等工科院校基础课规划教材

### 编 审 委 员 会

顾 问：黄鹤汀 左健民 高文龙  
章 跃

主任委员：殷翔文

副主任委员：陈小兵 刘金林 陈 洪  
魏贤君 季顺利

秘 书：陈建华

委 员：(排名不分先后)

陆国平 何一鸣 李秋新  
陈建华 张祖凤 郑 丹

# 序

人类已经满怀激情地跨入了充满机遇与挑战的 21 世纪。这个世纪要求高等教育培养的人才必须具有高尚的思想道德,明确的历史责任感和社会使命感,较强的创新精神、创新能力和实践能力,宽广的知识面和扎实的基础。基础知识水平的高低直接影响到人才的素质及能力,关系到我国未来科学、技术的发展水平及在世界上的竞争力。由于基础学科本身的特点,以及某些短期功利思想的影响,不少人对大学基础教育的认识相当偏颇,我们有必要在历史的回眸中借前车之鉴,在未来的展望中创革新之路。我们必须认真转变教育思想,坚持以邓小平同志提出的“三个面向”和江泽民同志提出的“三个代表”为指导,以培养新世纪高素质人才为宗旨,以提高人才培养质量为主线,以转变教育思想观念为先导,以深化教学改革为动力,以全面推进素质教育和改革人才培养模式为重点,以构建新的教学内容和课程体系、加大教学方法和手段改革为核心,努力培养素质高、应用能力与实践能力强、富有创新精神和特色的应用性的复合型人才。

基于上述考虑,中国机械工业教育协会、机械工业出版社、江苏省教育厅(原江苏省教委)和江苏省及省外部分高等工科院校成立了教材编审委员会,组织编写了大学基础课程系列教材,作为加强教学基本建设的一种努力。

这套教材力求具有以下特点:

(1) 科学定位。本套教材主要用于应用性本科人才的培养。

(2) 综合考虑、整体优化,体现“适、宽、精、新、用”。

所谓“适”，就是要深浅适度；所谓“宽”，就是要拓宽知识面；所谓“精”，就是要少而精；所谓“新”，就是要跟踪应用学科前沿，推陈出新，反映时代要求；所谓“用”，就是要理论联系实际，学以致用。

(3) 强调特色。就是要体现一般工科院校的特点，符合一般工科院校基础课教学的实际要求。

(4) 以学生为本。本套教材应尽量体现以学生为本，以学生为中心的教育思想，不为教而教。注重培养学生的自学能力和扩展、发展知识的能力，为学生今后持续创造性的学习打好基础。

尽管本套教材想以新思想、新体系、新面孔出现在读者面前，但由于是一种新的探索，难免有这样那样的缺点甚至错误，敬请广大读者不吝指教，以便再版时修正和完善。

本套教材的编写和出版得到了中国机械工业教育协会、机械工业出版社、江苏省教育厅以及各主审、主编和参编学校的大力支持与配合，在此，一并表示衷心感谢。

普通高等工科院校基础课规划教材编审委员会

主任 殷翔文

2002年3月

## 第2版前言

本教材第1版自2002年出版以来,被不少高校采用。历经几年的教学实践,编者根据教学中积累的经验,同时吸收其他使用本教材的教学同仁及学生所提的宝贵意见,对第1版进行了修订。

同第1版一样,第2版仍面向广大地方性普通高校的学生,主要面向应用性本科人才的培养。该教材(第2版)适用于经济类本科各专业,亦可供其他相关专业选用,适用面较广,且已被列为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

该教材(第2版)在力求保持全书结构严谨的基础上,将编者多年的教学经验有机地融于教材,叙述详尽,通俗浅显,配置较多例题,做到教者有取舍的余地,学者便于预习和复习。在教材中,引进新的概念时能做到尽量结合几何意义,尽量结合学生已经掌握的知识,甚至中学阶段的数学知识。

同第1版一样,第2版在每一章后有一篇阅读材料,或介绍微积分发展史,或介绍数学大师——如牛顿,莱布尼兹,欧拉,柯西等,以期调动学生学习数学的积极性,提高学生的数学素养。

本教材第1版在扬州大学、淮阴工学院等高校使用,总体上师生评价较好。第1版使用一学期后,我们召开了扬州大学使用该教材相关专业学生座谈会,大部分同学表示该书大部分章节讲述清晰,通俗浅显,便于课后复习。使用该教材的教师基本肯定本教材,并提出了中肯意见。

第2版对第1、2章进行了重写,对其余几章作了部分的修订,以期叙述更准确,表达更清晰。

第2版的第1、2章的重写工作由蔡苏淮老师完成,其余几章的修订及全书定稿工作由蒋兴国老师完成。

该书自第1版出版以来,得到机械工业出版社、扬州大学、淮阴工学院等单位各级领导的支持,编者再次深表谢意。第2版仍由东南大学罗庆来教授主审并提出许多宝贵意见。

与第1版一样,该书第2版得到扬州大学教材基金的赞助。

力求编好本书,力求得到读者的好评,仍是编者一直孜孜以求的目标,但限于水平,难免有讹漏粗疏之处,敬祈教学同仁及广大读者批评指教。

编 者

2006年8月



# 第 1 版前言

20 世纪 80 年代初,为适应改革开放和市场经济发展的需要,我国高校在经济类专业教学中,增加了经济类高等数学的教学内容。此举无疑对培养合格的高级经济人才起了很大作用。步入新的世纪,高等教育形势发生了很大的变化,计算机技术的发展和普及,高等教育的大众化,中学数学教材内容较大幅度的删减,数学建模与数学实验课的设置等,都要求编写一本适应时代要求、有特色、高质量、切合实际的经济类高等数学教材。本书系普通高等工科院校基础课规划教材,就是为适应新形势而编写的。本书适用于经济类本科各专业,亦可供相关专业选用。

本书第 1 章增加了中学数学中删去的而高等数学所必需的知识点(如幂函数,积化和差,极坐标等)。第 8 章为微积分数学模型,供选修。

本书在编写时注重数学思想的渗透,重视对数学概念的产生及发展的分析。每章末附有阅读材料,介绍有关数学发展史及相关数学大师,以期调动读者学习数学的欲望。

本书力求结构严谨,说理浅显,叙述详尽,例题较多,便于自学。

参加本书编写的有:张义清(第 1、2 章),钱林(第 3 章),吴廷东(第 4 章),孟国明(第 5 章),蒋兴国(第 6 章),翟高岭(第 7 章),周秀珍(第 8 章)。

本书承蒙东南大学罗庆来教授主审,对他的辛勤劳动,在此谨致谢忱。他的宝贵意见,为本书增色不少。

值得一提的是,机械工业出版社教材编辑室的郑丹和刘小

慧两位编辑，为本书的顺利出版做了大量细致艰巨的工作。值此付梓之际，对她们的劳动谨此致谢。

感谢扬州大学、淮阴工学院、南通工学院各级领导对本书的支持，在此一并深表谢意。本书得到扬州大学出版基金的资助。

主观上编者力求编好此书，并数易其稿，囿于水平，加之时间仓促，仍不尽如人意，讹漏粗疏之处，恳请教学同仁及广大读者批评指教，俟修订时再臻完善。

编者

2002年1月

# 目 录

## 序

## 第2版前言

## 第1版前言

|                      |    |
|----------------------|----|
| 第1章 预备知识             | 1  |
| 1.1 实数               | 1  |
| 1.2 常用数集             | 2  |
| 1.3 函数               | 2  |
| 1.4 函数的几种特性          | 5  |
| 1.5 反函数              | 8  |
| 1.6 基本初等函数           | 8  |
| 1.7 初等函数             | 13 |
| 1.8 极坐标              | 16 |
| 1.9 简单的经济活动中的函数      | 18 |
| 习题                   | 20 |
| 阅读材料 函数概念的产生与发展      | 23 |
| 第2章 极限与连续            | 27 |
| 2.1 数列的极限            | 27 |
| 2.2 函数的极限            | 32 |
| 2.3 极限的运算法则及存在准则     | 36 |
| 2.4 无穷小量与无穷大量        | 44 |
| 2.5 函数的连续性           | 49 |
| 习题                   | 57 |
| 阅读材料 极限思想及其相关的重要人物   | 61 |
| 第3章 一元函数微分学          | 66 |
| 3.1 导数概念             | 66 |
| 3.2 求导法则             | 74 |
| 3.3 高阶导数             | 84 |
| 3.4 隐函数与参数方程确定的函数的导数 | 87 |
| 3.5 微分               | 92 |

|            |                        |     |
|------------|------------------------|-----|
| 3.6        | 导数概念在经济学中的应用           | 97  |
| 3.7        | 微分中值定理                 | 102 |
| 3.8        | 罗必塔法则                  | 109 |
| * 3.9      | 泰勒公式                   | 114 |
| 3.10       | 函数单调性判别法               | 124 |
| 3.11       | 函数的极值与最大(小)值           | 126 |
| 3.12       | 曲线的凸性、拐点与渐近线           | 132 |
| 3.13       | 函数作图                   | 136 |
|            | 习题                     | 138 |
|            | 阅读材料 微积分的酝酿与诞生         | 146 |
| <b>第4章</b> | <b>一元函数积分学</b>         | 150 |
| 4.1        | 原函数与不定积分的概念            | 150 |
| 4.2        | 换元积分法                  | 155 |
| 4.3        | 分部积分法                  | 163 |
| 4.4        | 简单有理函数的积分法             | 166 |
| 4.5        | 定积分的概念与性质              | 169 |
| 4.6        | 微积分基本定理                | 175 |
| 4.7        | 定积分的计算                 | 178 |
| 4.8        | 定积分的应用                 | 183 |
| 4.9        | 广义积分                   | 189 |
|            | 习题                     | 193 |
|            | 阅读材料 莱布尼兹——博学多才的数学符号大师 | 197 |
| <b>第5章</b> | <b>微分方程及差分方程初步</b>     | 200 |
| 5.1        | 微分方程的基本概念              | 200 |
| 5.2        | 一阶微分方程                 | 204 |
| 5.3        | 高阶微分方程                 | 216 |
| 5.4        | 微分方程在经济学中的应用           | 236 |
| 5.5        | 差分方程的基本概念              | 241 |
| 5.6        | 常系数线性差分方程              | 245 |
| 5.7        | 差分方程在经济学中的简单应用         | 258 |
|            | 习题                     | 261 |
|            | 阅读材料 微分方程发展的四个阶段       | 266 |
| <b>第6章</b> | <b>多元函数微积分学</b>        | 271 |
| 6.1        | 空间解析几何初步               | 271 |

|                            |            |
|----------------------------|------------|
| 6.2 多元函数的概念 .....          | 277        |
| 6.3 偏导数 .....              | 284        |
| 6.4 全微分 .....              | 291        |
| 6.5 多元复合函数微分法与隐函数微分法 ..... | 296        |
| 6.6 多元函数的极值和最大(小)值 .....   | 304        |
| 6.7 二重积分 .....             | 310        |
| 习题 .....                   | 320        |
| 阅读材料 数学大师欧拉(Euler) .....   | 324        |
| <b>第7章 无穷级数</b> .....      | <b>326</b> |
| 7.1 常数项级数的概念和性质 .....      | 326        |
| 7.2 常数项级数的审敛法 .....        | 331        |
| 7.3 幂级数 .....              | 342        |
| 7.4 函数展开成幂级数 .....         | 348        |
| 7.5 幂级数在近似计算中的应用 .....     | 353        |
| 7.6 广义积分的审敛法 .....         | 356        |
| 习题 .....                   | 359        |
| 阅读材料 级数的妙用 .....           | 363        |
| <b>*第8章 数学模型简介</b> .....   | <b>367</b> |
| 8.1 数学模型概述 .....           | 367        |
| 8.2 数学建模举例 .....           | 371        |
| 习题 .....                   | 399        |
| <b>部分习题参考答案</b> .....      | <b>402</b> |
| <b>参考文献</b> .....          | <b>428</b> |

# 第1章 预备知识

微积分是关于运动和变化的数学。哪里有运动和变化，哪里就有变量。变量之间的依赖关系反映了事物运动的规律。函数正是变量之间关系的一种体现。函数是微积分学中重要的基本概念，是微积分学的研究对象。

本章在复习中学有关函数内容的基础上，进一步研究函数的性质。

## 1.1 实数

由于微积分学主要是在实数范围内研究函数，当未加特别说明时，本书所讨论的数都是实数。先简单回顾与实数有关的基本知识。

### 1. 实数分为有理数和无理数两类

有理数是能被表示成两个整数之比的数（分母不为0），即整数、有限小数、无限循环小数，统称为有理数。称无限不循环小数为无理数。

### 2. 实数的基本性质

(1) (有序性) 任意两个实数  $a, b$ ，必满足下述关系式之一：

$$a < b, a = b, a > b$$

(2) (稠密性) 任意两个不相等的实数之间存在实数。

建立数轴后，实数集与数轴上的点一一对应。常用一个字母代表某个实数，同时又可以用此实数为坐标的数轴上的点。

(3) 实数集合对于加、减、乘、除（除数不为0）运算封闭，即运算结果仍是实数。

### 3. 实数的绝对值

实数  $a$  的绝对值记为  $|a|$ ，定义  $|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$ ，其几何意义是

数轴上的点  $a$  到原点的距离。 $|a-b|$  表示点  $a$  与点  $b$  之间的距离。实数绝对值有下列性质：

(1)  $|a| \geq 0$ ， $|a| = 0$  当且仅当  $a = 0$ 。

(2)  $|a| = |-a|$ ， $|a| = \sqrt{a^2}$ 。

(3)  $-|a| \leq a \leq |a|$ ， $|a| \leq B (B > 0)$  等价于  $-B \leq a \leq B$ 。

$$(4) |a+b| \leq |a| + |b| \quad (\text{三角不等式}).$$

$$(5) |a-b| \geq \left| |a| - |b| \right| \geq |a| - |b|.$$

$$(6) |ab| = |a| |b|, \quad \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0).$$

## 1.2 常用数集

(1) 全体实数的集合, 记为  $\mathbf{R}$ 。

(2) 全体自然数的集合  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ , 记为  $\mathbf{N}$ 。

(3) 全体正整数的集合  $\{1, 2, 3, \dots\}$ , 记为  $\mathbf{N}^+$ 。

(4) 全体有理数的集合, 记为  $\mathbf{Q}$ 。

(5) 区间 (设  $a < b$ ) 也是常用的实数集合, 包括有限区间和无限区间。

闭区间  $[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ 。

开区间  $(a, b) = \{x | a < x < b\}$ 。

半开区间  $[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$ ,  $(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$ 。

以上几种区间称为有限区间。

$$[a, +\infty) = \{x | x \geq a\}, \quad (-\infty, a] = \{x | x \leq a\}$$

$$(a, +\infty) = \{x | x > a\}, \quad (-\infty, a) = \{x | x < a\}$$

$$\mathbf{R} = (-\infty, +\infty) = \{x | -\infty < x < +\infty\}$$

以上几种区间称为无限区间。其中  $+\infty$ ,  $-\infty$  分别读做正无穷, 负无穷, 它们不表示任何数, 仅仅是记号。

**邻域** 称开区间  $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$  ( $\delta > 0$ ) 为以  $x_0$  为中心的邻域, 记为  $U(x_0, \delta)$ , 称正数  $\delta$  为该邻域的半径。此邻域也可表示为  $\{x | |x - x_0| < \delta\}$ , 而集合  $\{x | 0 < |x - x_0| < \delta\}$  称为  $x_0$  的去心  $\delta$  邻域, 记为  $\dot{U}(x_0, \delta)$ 。显然,  $\dot{U}(x_0, \delta) = (x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta)$ 。

## 1.3 函数

### 1.3.1 常量与变量

**定义 1-1** 在观察某事物的过程中, 若某个量的取值始终不变, 则称该量为常量; 而可取不同的值的量称为变量。

由定义可知, 一个量是否为变量与观察事物的过程有关。例如重力加速度在同一地点是常量, 在不同地点观测, 则它是变量。又如, 市场

上某种商品的价格在短期内是常量,而在较长的时间内它会变化,是变量。因此常量与变量的区别不是绝对的,它们在一定的条件下可以相互转化。从取值范围来看,常量可以看成是仅在单元素集合取值的量,因此常量可看成是变量的特例。

### 1.3.2 函数概念

在研究问题时往往涉及到不止一个变量。变量之间常常会有某种确定的对应关系。

**【例 1-1】** 设某种商品的价格为 2 元/件,销售量为  $q$  件,销售收入为  $R$  元,则  $R=2q$ 。销售量变化时,销售收入也随之发生变化,且销售量确定后,销售收入也随之确定。

**【例 1-2】** 某河道的一个断面如图 1-1 所示,在断面  $xOy$  上,离岸边距离为  $x$  处的深度为  $y$ 。 $x, y$  之间的关系如图 1-1 所示。

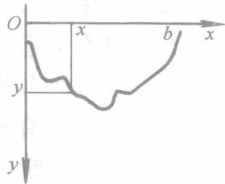


图 1-1

**【例 1-3】** 某中学派出五名选手参加数学竞赛,结果如表 1-1 所示:

表 1-1

|              |    |    |    |    |    |
|--------------|----|----|----|----|----|
| 准考证号 ( $x$ ) | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 得分 ( $y$ )   | 86 | 80 | 78 | 81 | 79 |

我们根据此表可以知道准考证号与得分的对应情况。

以上几个例子的实际意义虽不同,但都通过特定对应法则(公式、图、表格)反映了两个变量之间的对应关系。这种对应关系就是我们要研究的函数关系。

**定义 1-2** 设  $x, y$  是两个变量,  $D$  是一个非空数集,对于每个  $x \in D$ , 变量  $y$  按照某个对应法则总有唯一确定的数值与之对应,则称  $y$  是  $x$  的函数,记作  $y=f(x)$ ,有时简记为  $f(x)$  或  $f$ ,称  $x$  是自变量,  $y$  是因变量,称  $D$  是函数的定义域。

当变量  $x$  取值  $x_0 \in D$  时,称  $f(x)$  在点  $x_0$  有定义,与之对应的变量  $y$  的值  $y_0$  被称为函数  $y=f(x)$  在点  $x_0$  处的函数值,并记为  $f(x_0)$  或  $y|_{x=x_0}$ 。当  $x$  取遍  $D$  中的各个值时,对应的函数值的全体组成的集合

$$Z_f = \{y | y = f(x), x \in D\}$$

被称为函数的值域。平面直角坐标系中的点集  $\{(x, y) | y = f(x), x \in D\}$  被称为函数的图像。

通常函数  $y=f(x)$  的图像是一条曲线,因此常常又称函数  $y=$



$f(x)$  的图像为曲线  $y=f(x)$ 。有的函数的图像只是散布在坐标平面上的一些点, 如上面的例 1-3 的图像。有的函数的图像无法描绘出来, 如下面的函数。

**【例 1-4】**  $y = \begin{cases} 1, & x \in \mathbf{Q} \\ 0, & x \in \mathbf{R} - \mathbf{Q} \end{cases}$ 。

按照定义, 它的图像是存在的, 但无法画出来。

由函数的定义可知, 只要定义域和对应法则确定了, 函数也就确定了, 而变量用什么字母表示并不重要。(当然, 在同一个问题中, 我们一般不能将不同意义的变量用相同字母表示。) 因此, 两个函数只要定义域和对应法则分别相同, 这两个函数就相同, 否则两个函数就不相同。由于函数的值域取决于定义域与对应法则, 所以, 若两个函数的值域不同, 则可推断它们的定义域与对应法则至少有一个不同。但定义域和值域分别相同时, 对应法则却未必相同。与函数  $f(x)$  不同的函数可用不同的字母符号表示, 如  $g(x)$ ,  $h(x)$ ,  $F(x)$  等。

**【例 1-5】** 判断下列各组中的两函数是否为同一个函数。

(1) 函数  $y = \frac{x}{x(1+x)}$  与函数  $y = \frac{1}{1+x}$ 。

(2) 函数  $y = |x|$ ,  $x \in \{-1, 0, 1\}$  与函数  $y = x^2$ ,  $x \in \{-1, 0, 1\}$ 。

(3) 函数  $y = |x|$ ,  $x \in \{-1, 0, 1\}$  与函数  $y = x^3$ ,  $x \in \{-1, 0, 1\}$ 。

**解** (1) 这两个函数的定义域不同。前者的定义域为  $\{x | x \neq 0, x \neq -1\}$ , 后者的定义域为  $\{x | x \neq -1\}$ , 故它们不是同一个函数。

(2) 这两个函数的定义域和对应法则分别相同, 所以是同一个函数。

(3) 这两个函数的定义域相同, 但对应法则不同, 所以不是同一个函数。

### 1.3.3 函数的常用表示法

#### 1. 公式法 (解析法)

像例 1-5 中用公式表示函数的方法称为公式法或解析法。

由函数定义知, 当函数用公式法表示时, 函数的定义域就是使函数表达式有意义的自变量的可能取值的集合。若函数表达式有实际问题的背景, 则应结合实际问题考虑其定义域。

**【例 1-6】** 求函数  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-3} + \lg(5-x)$  的定义域。

**解** 使函数有意义, 须  $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \\ 5-x > 0 \end{cases}$ , 即  $D = \{x | -2 \leq x < 5, x \neq 3\}$ 。