成人中专教材

数 学

上 册

广东省高教局编 董令威 主编

高等教育出版社

成人中专教材

数 学

（上册）

广东省高教局编

董令威 主编

高等教育出版社

(京) 112 号

内 容 提 要

本书是由国家教育委员会成人教育司和高等教育出版社共同组织编写的成人中专工科类专业通用《数学》教材。

本书分为上、下两册，共计十一章。上册内容有函数、三角函数、平面解析几何、*立体几何、*复数、计算器使用方法等，下册内容有行列式与矩阵初步、微分学初步、积分学初步、傅立叶级数、拉普拉斯变换及其应用等。

本书贯彻削枝强干与少而精原则，内容安排和编写格式有利于成人教学。各章节配有适量的图、表和范例，每节后附有习题，每章后附有小结和复习题，书末还附有习题答案或提示。

本书供招收初中毕业的成人中专工科类各专业学员使用，也可作为职业技术培训和成人自学用书。

成人中专教材
数　学
（上册）
广东省高教局编
董令威　主编
*
高等教育出版社出版
新华书店上海发行所发行
商务印书馆上海印刷厂印装
*
开本 787×1092　1/32　印张 15.125　字数 313 000
1994 年 5 月第 1 版　1994 年 5 月第 1 次印刷
印数 0001—62165
ISBN 7-04-004811-6/O·1330
定价　5.95 元

前　言

本书是由国家教育委员会成人教育司和高等教育出版社共同组织编写的成人中专工科类专业通用《数学》教材，是根据上海市教育局草拟的、全国七省市讨论通过的"成人中专工科类专业数学编写提纲"编写的.

本书分上、下两册.上册内容包括：函数、三角函数、平面解析几何、*立体几何、*复数、计算器使用方法；下册内容包括：*行列式与矩阵初步、微分学初步、积分学初步、*傅立叶级数、*拉普拉斯变换及应用.

本书供招收初中文化程度的成人中专工科类各专业使用，也可供职业技术培训及职工自学使用，带*号的内容供选学．本书(上、下册)的参考学时为：电类280学时；非电类260学时.

本书在编写过程中，从以下几个方面作了努力：① 在教学内容的选取上，本着削枝强干、强调基础、少而精的原则，精选了成人中专工科类专业所必需的初等数学及一些实用性较强的高等数学作为教学内容，不贪多求全，不贪高求深，内容简洁，重点突出，深度及广度适当；② 在教学内容的处理上，本着注重实用、适合成人、适用于工科的原则，偏重于计算，偏重于应用，偏重于基础知识和基本技能的训练，把本课放在基础课和工具课的地位上．在保证教学内容的科学性、系统性的前提下，删掉了一些繁琐复杂的理论推导及证明，为读者今

后学习专业课打好必要的数学基础；③ 从成人教育的特点出发，为了便于自学，内容编排由浅入深，循序渐进；语言通俗易懂，简单明确；书中配有多种图表，形象直观，便于学生理解和掌握．每章开始有前言引入，最后有小结，书末附有习题答案．例题及习题都是精选的有代表性的，题量比较适中，没有编排难题、偏题、怪题，既能满足教学的需要，又不致于加重学生负担．

本书上册由广东省高教局编写，董令威任主编．参加编写的有董令威（第一、二、三章）、蔡德晖（第四、五章）、王关中（第六章）．由上海师范大学数学系林炎生副教授和张方盛副教授审定．

参加本书“编写提纲”讨论会的有：上海市教育局的汤铭鼎；安徽省职工电视中专的李祥伦；深圳市职工中专的董令威；上海市虹口区职工中专的冯安康；福州市职工中专的谢永行；四川省机械工业学校的曾国祥；辽宁省朝阳市电视中专的黄志广；江西省教科所的李四友及文黎明．在编写过程中，得到了广东省高教局成教办邓玉高、李青云等同志的大力支持和帮助，在此对上述同志一并表示感谢．

由于编写时间仓促，编者水平有限，书中难免有错误和不当之处，希望广大读者批评指正．

编者

一九九二年十二月于深圳

目　录

第一章　函　　数

函数是数学中一个极为重要的基本概念，它表达了在某一个变化过程中变量与变量之间的依赖关系，它在工程技术及自然科学中有着广泛的应用.

在初中，我们已经学过正比例函数、反比例函数和一次函数，对函数的概念有所了解．在本章中，我们将先复习函数的概念，然后介绍二次函数、幂函数、指数函数、对数函数以及它们的图像和性质.

本章讨论的内容都是数学里的重要内容，要很好的学习和掌握.

§1-1　函数的概念

一、常量与变量

在生产、科研或日常生活中，研究或观察某个运动变化过程时，常常会遇到各种不同的量．有的量在变化过程中始终保持相同的数值，这种量叫做常量；有的量在变化过程中可以取不同的数值，这种量叫做变量.

例如，某物体作自由落体运动，物体下落的距离 S 和下落的时间 t 之间的关系为 $S=\frac{1}{2}gt^2$．在物体下落的过程中，物体的质量 m 和重力加速度 g 都是保持不变的，它们是常量；而 S 和 t 则是在不断变化着的，它们是变量.

一个量是常量还是变量，要具体问题具体分析. 同一个量在某一个问题中是常量，而在另一个问题中就可能是变量. 例如重力加速度 g，就小范围地区来讲，它可以看作常量，而在较大范围地区内的海拔高度不同的地点，重力加速度 g 的值是不相同的，数值有微小的变化，此时它是变量.

通常用拉丁字母的前几个字母 a、b、c、d 等表示常量，用末尾几个字母 x、y、z、t 等表示变量.

任何一个变量，总有一定的变化范围. 例如，某一天的最高温度是 24°C，最低温度是 16°C，那么这一天的气温 T 的变化范围就是 16°C 到 24°C. 也可以说成是，变量 T 的允许取值范围是 $16 \leqslant T \leqslant 24$.

为了方便，我们常用区间来表示变量的变化范围. 下面我们介绍各种区间的名称和记号.

设 a、b 是任意两个实数，且 $a<b$. 我们把满足不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的所有实数 x 所组成的集合① 叫做闭区间，记作 $[a, b]$；

把满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 所组成的集合叫做开区间，记作 (a, b)；

把满足不等式 $a \leqslant x<b$ 或 $a<x \leqslant b$ 的所有实数组成的集合都叫做半开区间，分别记作 $[a, b)$ 或 $(a, b]$.

---

① 我们把具有某种特定性质的对象组成的总体叫做集合，简称集. 把组成集合的各个对象叫做这个集合的元素. 通常，用大写字母 A, B, C 等表示集合，用小写字母 a, b, c 等表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，就记作 $a \in A$，读作"a 属于 A"；如果 a 不是集合 A 的元素，就记作 $a \overline{\in} A$ 或 $a \notin A$，读作"a 不属于 A".

全体自然数组成的集合叫做自然数集，记作 N；全体整数组成的集合叫做整数集，记作 Z；全体实数组成的集合叫做实数集，记作 R.

在上述四种情况中，a、b 都叫作区间的端点．而 $b-a$ 叫作区间的长度．在数轴上，这些区间都可以用一条以 a 和 b 为端点的线段来表示．如图 1-1 所示．区间表示成数轴上一条线段时，区间闭的一端标以实心点，表示区间包含该端点；区间开的一端标以空心点，表示区间不包含该端点．

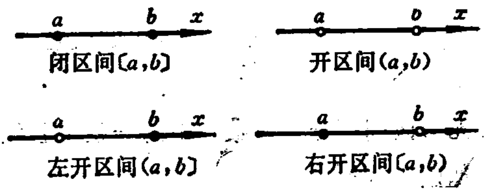

图 1-1

区间的长度为有限时，叫做有限区间．以上四种区间都是有限区间．除此之外，还有无限区间(或无穷区间)．无穷区间有以下五种情况：

区间 $[a, +\infty)$ 表示不小于 a 的所有实数 x 组成的集合，有时也写作 $a \leqslant x < +\infty$；

区间 $(a, +\infty)$ 表示大于 a 的所有实数 x 组成的集合，有时也写作 $a < x < +\infty$；

区间 $(-\infty, b]$ 表示不大于 b 的所有实数 x 组成的集合，有时也写作 $-\infty < x \leqslant b$；

区间 $(-\infty, b)$ 表示小于 b 的所有实数 x 组成的集合，有时也写作 $-\infty < x < b$；

区间 $(-\infty, +\infty)$ 表示全体实数 x 组成的集合 R，有时也写作 $-\infty < x < +\infty$．

注意，记号 $+\infty$ 和 $-\infty$，分别读作“正无穷大”和“负无

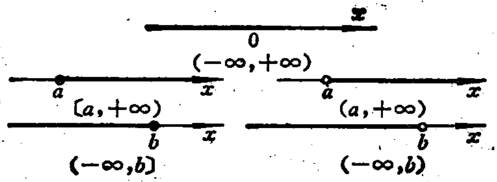

图 1-2

穷大”，它们不表示某个数，而是一种特定的变量，它们的涵义将在第八章中讨论.

这五种无穷区间可分别用数轴上的一条半直线或整个数轴来表示. 如图 1-2 所示.

二、函数的定义

在研究某个实际问题时，常常会遇到在同时变化着的几个变量，这些变量的变化不是彼此孤立的，而是按照一定的规律相互联系，互相依赖着的. 在这一章里，我们主要讨论两个变量之间的依赖关系.

例 1 作自由落体运动的物体，下落的距离 S（米）与下落的时间 t（秒）之间的依赖关系为

$$S=\frac{1}{2}gt^2.$$

根据这个关系，对于物体在下落过程中的每一时刻 t，都能唯一地确定出相应的下落距离 S 来.

如当 $t=0.5$ 秒时，$S=\frac{1}{2}\times 9.8\times 0.5^2=1.225$（米）；而当 $t=1$ 秒时，$S=\frac{1}{2}\times 9.8\times 1^2=4.9$（米）等.

例 2 圆的面积 A 和它的半径 r 之间的依赖关系为

$$A=\pi r^2.$$

显然,半径不同的圆的面积也不同,也就是,对于半径 r 在它的允许取值范围$(0, +\infty)$内任意取定的每一个数值,按照上述关系可以唯一地确定出圆面积 A 的相应值来.

如当 $r=1$ 时,$A=\pi$;当 $r=3$ 时,$A=9\pi$ 等.

上面两个例子的实际意义虽然不相同,但有共同的特点,就是:在某一个变化过程中有两个变量,它们按照一定的规律相互联系着,当其中一个变量在它的变化范围内取定某个值时,按照这个规律,另一个变量总有唯一确定的对应值.两个变量间的这种数值对应关系,在数学中就抽象为函数概念.

定义 设在某个变化过程中有两个变量 x 和 y.如果对于变量 x 在它的允许取值范围内取定的每一个数值,按照一定的规律,变量 y 都有唯一确定的值和它相对应,则变量 y 叫做变量 x 的函数,记作

$$y=f(x).$$

其中变量 x 叫做自变量,变量 y 也叫做因变量.

注意,记号 $y=f(x)$ 表示"y 是 x 的函数",括号里的 x 是自变量,而"f"表示 y 和 x 之间的数值对应规律即函数关系,这里不是 f 乘以 x.

自变量 x 的允许取值范围叫做函数的定义域.函数的定义域通常用区间来表示.当自变量 x 在定义域内取某一个值 x_0 时,按照对应规律 f 所确定出的 y 的对应值,通常叫作函数 $y=f(x)$ 当 $x=x_0$ 时的函数值,记作 $f(x_0)$.

全体函数值组成的集合,叫做函数的值域.

在例1中，物体下落的距离S是时间t的函数：$S=\frac{1}{2}gt^2$，其中t是自变量，t的允许取值范围$[0, T]$就是此函数的定义域，这里$t=T$是物体着地的时间．在例2中，圆面积A是半径r的函数：$A=\pi r^2$，半径r是自变量，此函数的定义域是$(0, +\infty)$．

例3 已知函数$f(x)=3x^2-1$．求$f(-1)$、$f(0)$、$f(5)$、$f(x_0)$、$f\left(\frac{1}{a}\right)$、$f(x_0-1)$．

解 把$x=-1$代入函数表达式$3x^2-1$中，进行计算，就得到$f(x)$在$x=-1$点处的函数值

$$f(-1)=3\times(-1)^2-1=2;$$

同理

$$f(0)=3\times 0^2-1=-1;$$

$$f(5)=3\times 5^2-1=74;$$

$$f(x_0)=3x_0^2-1;$$

$$f\left(\frac{1}{a}\right)=3\times\left(\frac{1}{a}\right)^2-1=\frac{3}{a^2}-1;$$

$$f(x_0-1)=3\times(x_0-1)^2-1=3x_0^2-6x_0+2.$$

函数的定义包含两个要素：一是函数的定义域；二是因变量y与自变量x之间的数值对应规律．函数的定义域指明了函数关系成立的范围，只有当自变量x在定义域内取值时，y才有确定的对应值，函数才有意义；而y与x之间的数值对应规律，是函数概念的实质．如果两个变量x与y之间没有这种数值对应关系，那么它们之间也就不存在什么函数关系了．

因此，当函数的定义域和对应规律这两个要素确定以后，

这个函数就完全确定．从而两个函数只有当它们的定义域和对应规律完全相同时，这两个函数才是相同的．

例如，函数 $y=x$ 和 $y=\sqrt{x^2}$，它们的定义域虽然都是 $(-\infty, +\infty)$，但由于

$$y=\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0; \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

即只有在 $x\geqslant 0$ 时，它们的对应规律才相同．所以在 $(-\infty, +\infty)$ 上，$y=x$ 和 $y=\sqrt{x^2}$ 是两个不同的函数．

再如，函数 $y=x$ 和 $y=(\sqrt{x})^2$，虽然它们的对应规律相同，但是它们的定义域不同，其中 $y=x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，而 $y=(\sqrt{x})^2$ 的定义域为 $[0, +\infty)$，所以这两个函数也是不相同的．

需要指出的是：在函数的研究中，$f(x)$ 可以表示 x 的任何函数，它是函数的一般记号．如果在同一个问题中要同时讨论几个不同的函数，为了避免混淆，就要用不同的记号如 $y=g(x)$、$y=\varphi(x)$，$y=F(x)$ 等表示不同的函数．

三、函数的定义域

函数的定义域是确定函数的两个要素之一，因此必须注意函数的定义域．研究函数要在定义域内进行，否则是没有意义的．

在实际问题中，函数的定义域是根据问题的实际意义来确定的．例如，例 1 中自由落体运动的路程函数 $S=\frac{1}{2}gt^2$ 的定义域 $[0, T]$，就是根据这个问题的实际意义确定的．

对于用数学式子表示的函数，如果不考虑函数的实际意

义，那么函数的定义域就是使函数的表达式有意义的自变量的所有允许取值的集合.

例 4 求下列函数的定义域：

(1) $y=x^2-3x+5$； (2) $y=\frac{x}{2x-4}$；

(3) $y=2\sqrt{x+2}-5\sqrt{4-x}$.

解 (1) 对于函数 $y=x^2-3x+5$，由于不论自变量 x 取什么实数函数都有意义，所以它的定义域为实数集 R，用区间表示就是无穷区间 $(-\infty, +\infty)$；

(2) 对于函数 $y=\frac{x}{2x-4}$，由于分式的分母不能等于零，即 $2x-4\neq 0$，也就是 $x\neq 2$，所以此函数的定义域是不等于 2 的所有实数的集合，用区间表示就是 $(-\infty, 2)$ 和 $(2, +\infty)$；

(3) 对于函数 $y=2\sqrt{x+2}-5\sqrt{4-x}$，由于偶次根式中的被开方式必须大于或等于零，所以要使函数表达式有意义，自变量 x 的取值要同时满足 $x+2\geqslant 0$ 和 $4-x\geqslant 0$，即满足不等式组

$$\begin{cases} x+2\geqslant 0, \\ 4-x\geqslant 0. \end{cases}$$

解此不等式组，得 $-2\leqslant x\leqslant 4$. 因此函数的定义域为 $[-2, 4]$.

由例 4 可以看出，对于用数学式表示的函数，在求定义域时必须注意：分式的分母不能等于零；偶次根式的被开方式要大于或等于零.

四、函数的表示法

函数的表示方法，常用的有三种：解析法(或公式法)、列

表法和图像法.

1. 解析法

用数学式子表示自变量与因变量之间的函数关系的方法叫做解析法(也叫公式法). 前面例1至例4中的函数都是用解析法表示的. 解析法的优点是简明准确, 便于理论分析和计算, 是表示函数的一种最常用方法. 它的缺点, 就是不够直观. 另外, 有些实际问题中的函数关系, 很难甚至不能用解析法表示出来.

2. 列表法

将自变量的一系列值与其对应的函数值列成表来表示函数的方法叫做列表法. 例如平方表、对数表、三角函数表、工厂中的生产日报表等. 列表法的优点是可以在表中直接由自变量的值查到对应的函数值, 不需计算. 缺点是它有很大的局限性, 因为不可能把自变量的所有值都列在表内, 同时, 也不便于进行理论分析.

3. 图像法

在平面直角坐标系中把自变量与因变量之间的函数关系用几何图形表示出来的方法叫做图像法.

在初中已经学过, 一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图像是直线, 反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图像是双曲线. 这就是说可以用直线表示一次函数, 用双曲线表示反比例函数.

图像法的优点是形象直观, 由函数的图像常常可以一目了然地看出函数的若干性质, 便于对函数作定性的分析. 同时, 在实际问题中有不少函数, 不能用解析法表示, 只能通过实验的方法记录出它们的图像. 例如, 气象台用温度自动记

录仪描绘出每一天的气温变化曲线，它表示了每天中气温T与时间t的函数关系（图1-3）.

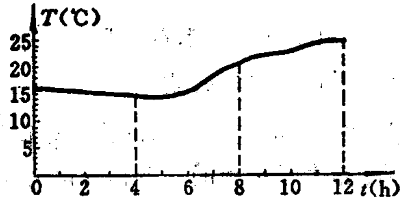

图 1-3

图像法的缺点就在于函数的图像不容易描绘得精确，从图像上只能得到两个变量的近似值，不便于进行数据处理.

以后，我们主要用解析法表示函数，并借助于其他两种表示法，特别是图像法. 函数的图像是帮助我们研究函数性质的非常有用的工具.

五、函数图像的描绘

在初等数学中，常用描点法描绘函数的图像. 描点法的步骤是：对于函数$y=f(x)$，先将x、y的一些有代表性的对应值列成表，然后再以x、y的每一组对应值为坐标在直角坐标系中描出相应的点来，最后按照从左向右的顺序把这些点用平滑的曲线依次连接起来，就得到函数$y=f(x)$的图像. 也就是，描点法分三步：列表、描点、连线.

例如，一次函数$y=kx+b(k\neq0)$的图像是直线. 由于"两点确定一条直线"，因此要画直线，只要先描绘出这条直线上的两个点，然后过这两点画一条直线即可.

例5 作出函数$y=\frac{1}{10}x^3$的图像.

解 第一步，算值列表. 这个函数的定义域为$(-\infty,$