



XUEHAIDAOHANG

数学(文)



◇ 丛书主编 李瑞坤

学法导航

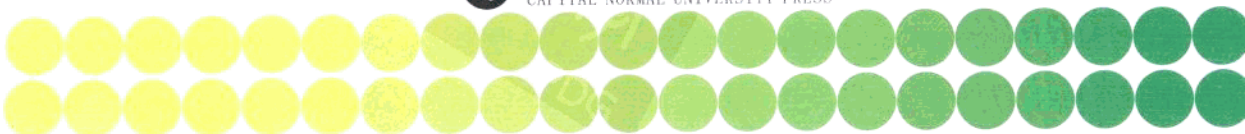
高中总复习(第2轮)

GAOZHONG ZONGFUXI DIERLUN

学生用书



首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS





XUEHAIDAOHANG

学海导航

学生用书

高中总复习(第2轮)

数学(文)

- ◇ 丛书主编 李瑞坤
- ◇ 编者 刘义军 沈跃辉 孙仕林
 贺斌 刘建文 胡军
 李健阳 罗新辉 姜义军
 罗健清 易正为 袁兵
 刘兵华 罗建华 文先哲
 杨艳华 张建敏 王克进
 杜少红 胡国鹏 李生红
 谢兵
- ◇ 本书策划 周意春

首都师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

学海导航. 高中总复习. 第2轮. 文科数学 / 李瑞坤主编.
北京: 首都师范大学出版社, 2008.10

ISBN 978-7-81119-404-3

I. 学… II. 李… III. 数学课-高中-升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 165069 号

学海导航·高中总复习(第2轮)

数学(文)·学生用书

丛书主编 李瑞坤

责任编辑 张雁冰
责任校对 周意春

装帧设计 张鹤红

首都师范大学出版社出版发行
地 址 北京西三环北路 105 号
邮 编 100048
网 址 cnuph.com.cn
E-mail master@cnuph.com.cn
湘潭市风帆印务有限公司印刷
全国新华书店发行

版 次 2008 年 11 月第 1 版
印 次 2008 年 11 月第 1 次印刷
开 本 850×1168 毫米 1/16
印 张 10.5
字 数 302 千
定 价 22.00 元

版权所有 违者必究

如有质量问题 请与出版社联系退换



数学是难学的,为什么难学呢?因为数学抽象,抽象的东西让人难以想象。抽象是数学美的所在,正因为它抽象,使之成为自然科学的统领。一个简单的数学式,可以包罗万象。比如说, $Z=xy$, x 为商品的单价, y 为商品的数量, Z 就成为商品的总价; x 为运动的时间, y 为运动的速度, Z 就成为运动的路程; x 为物体的加速度, y 为物体的质量, Z 就为作用于物体的合力等等。数学是简单的,正因为简单,所以更不简单。

学习数学,就是学习解题吗?对,但又不全对。学习数学不能不去解题,但解题并不是数学的全部。学习数学更要学习数学中蕴含的数学思想,体会数学的对称美、简洁美、曲线美等,感受数学的博大与精深。因此,我们在学习数学时不在于多解题,而在于精解题,在于解题后的总结、反思、提炼与拓展。

基于上面的话题,本书分专题按课时编写,由一批从事教学一线的特、高级教师倾心打造,他们通过自己多年教学的积淀,仔细推敲《考试大纲》和《考试大纲的说明》(数学科),认真分析近几年全国各地高考试题(尤其是2008年湖南卷),根据命题特点和规律,并对2009年的高考进行了预测。在编写过程中,通过精选切合本课时内容的高考题,对知识和方法进行精要的概括,让读者通过对问题的探究,从中领会基本的数学知识和方法,感悟数学美之所在,在享受中提升数学理念和思想;通过典型例题的剖析,将主要知识、方法、技巧和数学思想结合,以期培养学生的思维能力和迁移能力,提炼解题规律,掌握常规、常法,逐步培养学生的数学思想;通过一定的变式练习、反馈练习,达到基础与能力、方法与技巧并重的目的,全面落实高考要求。

亲爱的读者,如果您潜心研究该书,并细心去读、去品味,您一定会发现它的价值所在,它也许会成为您学习中的指路明灯,照亮您朝着理想的高考目标奋进的道路!

由于时间仓促,在编写过程中,可能会出现一定差错,敬请您谅解,愿本书能给冲刺高考的同学们带来学习的快乐。

编者



XUEHAI PUBLISHING HOUSE

学生用书 目录

CONTENTS

1 专题1 函数、导数与不等式

第1课时 集合、简易逻辑、函数 2

第2课时 指数、对数函数和抽象函数 4

第3课时 三个“二次”及其应用 6

第4课时 导数及其应用 7

9 专题2 数列

第5课时 等差、等比数列 10

第6课时 等差、等比数列的综合应用 11

第7课时 简单递推数列与数列求和 13

第8课时 与数列有关的综合问题 15

17 专题3 三角函数与向量

第9课时 三角函数的图象和性质 18

第10课时 三角形中的三角函数问题 20

第11课时 向量及三角函数与向量综合 23

25 专题4 解析几何

第12课时 线性规划、直线与圆 26

第13课时 圆锥曲线主干知识综合 27

第14课时 直线与圆锥曲线的位置关系 29

第15课时 曲线方程与轨迹问题 31

第16课时 圆锥曲线背景下的综合问题 33

35 专题5 立体几何

第17课时 点、线、面的位置关系 36

第18课时 空间的角与距离(一) 38

第19课时 空间的角与距离(二) 40

第20课时 简单多面体、球与组合体 42

44 专题6 概率、统计

第21课时 排列、组合与二项式定理 45

第22课时 等可能性事件、互斥事件的概率

..... 47

第23课时 独立事件的概率及统计 49

51 专题7 客观题解法

第24课时 选择题的解题策略(一) 52

第25课时 选择题的解题策略(二) 54

第26课时 填空题的解题策略 56

58 专题8 数学思想专题复习

第27课时 函数与方程思想的题型与方法

..... 59

第28课时 数形结合思想在解题中的应用

..... 62

第29课时 化归与转化思想在解题中的应

用 64

第30课时 分类讨论思想在解题中的应用

..... 67

附:

小题训练 69~124

专题检测卷(一) 125

专题检测卷(二) 129

专题检测卷(三) 133

专题检测卷(四) 137

专题检测卷(五) 141

专题检测卷(六) 145

综合检测卷(一) 149

综合检测卷(二) 153

专题1

函数、导数与不等式

2008高考试题研究

函数、不等式和导数是近几年高考的重点考查内容,从2008年全国各地的19套高考试题来看,除上海、四川、陕西卷外,考查的分值都在30分以上,特别是山东、江苏、辽宁卷达到了40分以上,从题型分布上来看,大多是4个小题、1个大题,还有一个结合其他知识点考查的试题.这些试题设计新颖、灵活,命题手法、设问角度不断创新,稳中求变.有对定义、基本题型的考查,也有对性质、题型的深入挖掘和灵活应用,创设新情境,引用新定义.从考查知识点看,小题注重基础知识,强调通性通法,主要是考查函数的概念、性质和图象,大题注重综合运用,大多以函数为载体,采用导数等方法求解.另外,高考试题对集合的运算,充要条件以及反函数的考查频率极高,函数应用题较少考查,而函数的性质及图象、导数的应用,则是每卷必考.

湖南自主命题近三年来,对集合、函数、导数的考查,具体题号、内容及分值如下表:

	2006 年	2007 年	2008 年
考查内容	1 二次不等式 5 简易逻辑 15 函数的奇偶性 19 导数、极值	3 充要条件 8 函数图象 10 集合(信息题) 13 指数、对数的运算 14 集合与解析几何 21 函数极值及综合应用	1 集合的运算 4 反函数 6 指数、对数函数的运算 15 函数最值 21 导数、极值
分值	28 分	38 分	33 分

2009 高考预测

根据2008年全国各地高考试题,结合我省近三年的命题情况,估计我省2009年高考数学对本讲内容考查相对稳定,分值、题量和难度变化不大,更注重基础、深化性质,而导数的应用会进一步加强,今年不等式的考查有所加强,明年可能还会延续.

第1课时 集合、简易逻辑、函数



知识梳理

1. 集合是老高考内容,简易逻辑是新高考内容,两者交织的同时,后者对前者进行了深化,主要集中在命题的四种形式和充分必要条件上;

2. 要真正理解集合、映射、函数的概念,能熟练地将集合语言与其他数学语言相互转化,从应用的角度研究函数和反函数,同时能利用函数的主要性质和图象解决相关问题.



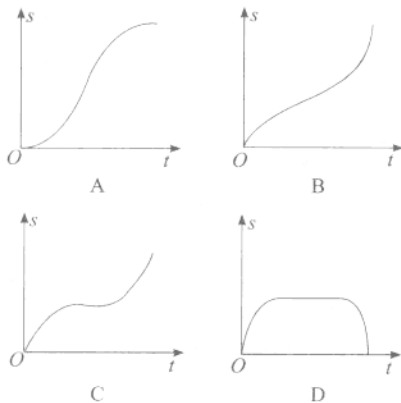
高考速递

1. (2008·湖南卷)“ $|x-1|<2$ ”是“ $x<3$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. (2008·全国卷Ⅰ)汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、

减速行驶之后停车,若把这一过程中汽车的行驶路程 s 看作时间 t 的函数,其图象可能是 ()



典例精析

例1 (2008·江西卷)定义集合运算: $A*B=\{z|z=xy, x\in A, y\in B\}$, 设 $A=\{1,2\}$, $B=\{0,2\}$, 则集合 $A*B$ 的所有元素之和 ()

- A. 0 B. 2
C. 3 D. 6

►变式训练 我们可用以下方法来求方程 $x^3+x-1=0$ 的近似根:设 $f(x)=x^3+x-1$, 由 $f(0)=-1<0$, $f(1)=1>0$, 可知方程必有一根在 $(0,1)$ 内, 由 $f(\frac{1}{2})=(\frac{1}{2})^3+\frac{1}{2}-1=-\frac{3}{8}<0$, 故方程必有一根在区间 $(\frac{1}{2},1)$ 内……, 依此类推, 可将根所在的区间不断缩小, 缩小到理想小的范围之内后, 即可求方程的近似根. 据此可知, 方程 $x^3-3x-3=0$ 的根所在的区间是 ()

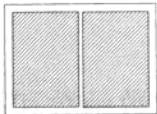
- A. $(-1,0)$ B. $(0,1)$
C. $(1,2)$ D. $(2,3)$

例2 (2008·石家庄模拟卷)已知某物体的温度 θ (单位: $^{\circ}\text{C}$) 随时间 t (单位: 分钟) 的变化规律是: $\theta=m\cdot 2^t+2^{t-1}$ ($t\geq 0$, 且 $m>0$).

- (1) 如果 $m=2$, 求经过多少时间, 物体的温度为 5°C ;
(2) 若物体的温度总不低于 2°C , 求 m 的取值范围.

►变式训练 (2008·湖北卷)如图,

要设计一张矩形广告,该广告含有大小相等的左右两个矩形栏目(即图中阴影部分),这两栏的面积之和为 18000 cm^2 ,四



周空白的宽度为 10 cm ,两栏之间的中缝空白的宽度为 5 cm ,怎样确定广告的高与宽的尺寸(单位: cm),使得矩形广告面积最小?

第2课时 指数、对数函数和抽象函数



知识梳理

1. 指数函数、对数函数是初等函数中比较重要的两类函数,近年来高考命题主要考查指数函数、对数函数的性质及应用或利用它们研究复合函数的单调性、奇偶性等;

2. 抽象函数因为求解方法的多样性而呈现很强的综合性,解题大致从三个方面入手:①构造函数模型、进行类比猜想、引路探索;②利用对应性质等进行转化;③利用赋值、特殊化、数形结合等方法解决问题.



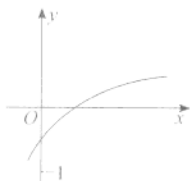
高考速递

1. (2008·湖南卷)下列不等式成立的是 ()

- A. $\log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 5$ B. $\log_2 2 < \log_2 5 < \log_2 3$
C. $\log_2 3 < \log_2 2 < \log_2 5$ D. $\log_2 3 < \log_2 5 < \log_2 2$

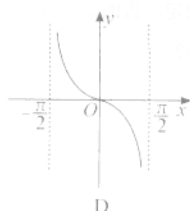
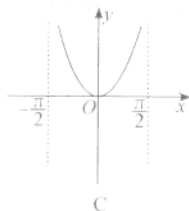
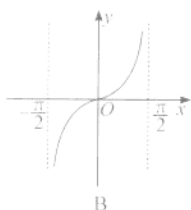
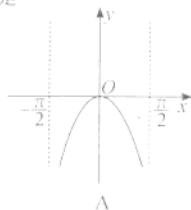
2. (2008·山东卷)已知函数 $f(x) = \log_a(2^x + b - 1)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象如图所示,则 a, b 满足的关系式是 ()

- A. $0 < a^{-1} < b < 1$
B. $0 < b < a^{-1} < 1$
C. $0 < b^{-1} < a < 1$
D. $0 < a^{-1} < b^{-1} < 1$



典例精析

例1 (2008·山东卷)函数 $y = \ln \cos x$ ($-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$) 的图象是 ()



变式训练 (2008·天津卷) 设 $a > 1$, 若对于任意的 $x \in [a, 2a]$, 都有 $y \in [a, a^2]$ 满足方程 $\log_a x + \log_a y = 3$, 这时 a 的取值的集合为 ()

- A. $\{a | 1 < a \leq 2\}$ B. $\{a | a \geq 2\}$
C. $\{a | 2 \leq a \leq 3\}$ D. $\{2, 3\}$

例2 已知函数 $f(x) = \log_2(1+x) + a \log_2(1-x)$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 若函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称, 求 a 的值;

(2) 在(1)的条件下, 解关于 x 的不等式 $f^{-1}(x) > m$ ($m \in \mathbb{R}$).

►变式训练 (2008·上海春季) 已知函数 $f(x) =$

$\log_2(2^x + 1)$,

(1) 求证: 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增;

(2) 记 $f^{-1}(x)$ 为函数 $f(x)$ 的反函数, 若关于 x 的方程 $f^{-1}(x) = m + f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上有解, 求 m 的取值范围.



第3课时 三个“二次”及其应用



知识梳理

1. 近几年来高考有关二次函数试题主要分两种类型,一种是二次函数的基础知识(给出了模型),另一种通过构造二次函数把实际问题转化为二次函数问题(先建模,后解模):

2. 二次函数、二次方程、二次不等式的综合,涉及到根的分布,求变量的范围及恒成立的问题,注意它们之间的联系与转化.



高考速递

1. (2008·湖北卷)方程 $2^{-x} + x^2 = 3$ 的实数解的个数为

2. (2008·全国卷 I)已知抛物线 $y = ax^2 - 1$ 的焦点是坐标原点,则以抛物线与两坐标轴的三个交点为顶点的三角形的面积为



典例精析

例1 设二次函数 $f(x) = x^2 + ax + a$, 方程 $f(x) - x = 0$ 的两根 x_1 和 x_2 满足 $0 < x_1 < x_2 < 1$, 则实数 a 的取值范围是

例2 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{ax+b}$ (a, b 为常数), 且方程 $f(x) - x + 12 = 0$ 有两实根 $x_1 = 3, x_2 = 4$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 设 $k > 1$, 解关于 x 的不等式 $f(x) < \frac{(k+1)x - k}{2 - x}$.

变式训练 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

(1) 若 $a > b > c, f(1) = 0$, 证明: $f(x)$ 的图象与 x 轴有两个不同的交点;

(2) 在(1)的条件下, 是否存在 $m \in \mathbf{R}$ 使得当 $f(m) < 0$ 成立时, $f(m+3) > 0$? 试说明理由.



第4课时 导数及其应用



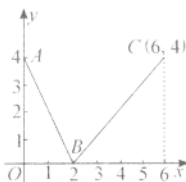
知识梳理

1. 理解两个实际问题的导数意义,即曲线的切线的斜率,运动物体在某一时刻的瞬时速度;
2. 熟练记住简单的导数公式,特别是多项式的导数公式;
3. 掌握利用导数解决函数单调性和极值问题的方法.



高考速递

1. (2008·北京卷)如图,函数 $f(x)$ 的图象是折线段 ABC ,其中 A, B, C 的坐标分别是 $A(0, 4), B(2, 0), C(6, 4)$, 则 $f[f(0)] = \underline{\hspace{2cm}}$; 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 时的导数 $f'(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. (2008·湖南卷)已知函数 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3 - \frac{9}{2}x^2 + cx$ 有三个极值点.
 - (1) 证明: $-27 < c < 5$;
 - (2) 若存在实数 c , 使函数 $f(x)$ 在区间 $[a, a+2]$ 上单调递减, 求 a 的取值范围.



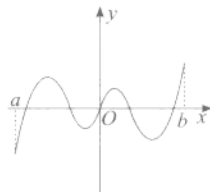
典例精析

例1 (2008·辽宁卷) 设 P 为曲线 $C: y = x^2 + 2x + 3$ 上的点, 且曲线 C 在点 P 处的切线倾斜角的取值范围为 $[0, \frac{\pi}{4}]$, 则点 P 的横坐标的取值范围是 ()

- A. $[-1, -\frac{1}{2}]$ B. $[-1, 0]$
C. $[0, 1]$ D. $[\frac{1}{2}, 1]$

► 变式训练 (2008·太原模拟)

卷) 已知函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的导函数 $y = f'(x)$ 的图象如图所示, 则函数 $y = f(x)$ 在 (a, b) 上的极小值的个数是 ()



- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

例2 (2008·湖北卷) 已知函数 $f(x) = x^3 + mx^2 - m^2x + 1$ (m 为常数, 且 $m > 0$) 有极大值 9.

- (1) 求 m 的值;
- (2) 若斜率为 -5 的直线是曲线 $y = f(x)$ 的切线, 求此直线的方程.



►变式训练 (2008·百校模拟卷)已知函数 $f(x)=ax^3$

$+x^2-bx+4(a \neq 0)$ 在 $x=1$ 处取得极值.

(1)求 a, b 满足的关系式;

(2)解关于 x 的不等式 $f(x)+2x>1-6ax$;

(3)当 $-\frac{1}{3}<a<0$ 时,对任意给定的 $x_1, x_2 \in [0, 1]$,

$|f(x_1)-f(x_2)|<1$ 是否恒成立? 如果是,请证明;如果不是,请说明理由.

专题 2

数列

2008 高考试题研究

2008 年高考数学试题整体贯彻了“总体保持稳定,深化能力立意,积极改革创新”的指导思想,在强调积极深化教育改革、全面推进新课标的方向上指导了中学数学继续稳步向前推进素质教育.试题在保持连续稳定继承历年特点的同时,又注重了改革创新,既注重了对基础知识的重点考查,也注重了对能力的考查.从考生的反映看试题难度,题目偏难、计算大,从而印证了加强计算能力的考查要求,有较好的梯度和区分度,有利于高考选拔.坚持重点内容重点考,考潜能、考数学应用,在“知识的交叉处命题”,且没有片面追求知识及基本思想方法的覆盖面,反映了新课程的理念,试卷注重对常规数学思想方法及通性通法的考查,注重认识能力的考查,注重创新意识,新中求活,活力凸显能力.

一、试卷结构保持稳定

	2006 年	2007 年	2008 年
考查内容	11 等比数列前 n 项和 20 等比数列前 n 项和、放缩法、裂项法证明不等式	4 等比数列前 n 项和 20 前 n 项和与第 n 项关系 特值法求待定字母的值	20 求数列通项公式(分段函数)、错位相减法求前 n 项和、用特值法和比较法证明
分值	19 分	18 分	13 分

而且近三年全国各省市高考试题中,只有 2007 年宁夏/海南卷没有解答题,其余都有.

二、突出主干知识,强化数学思想方法

2008 年像往年一样,继续贯彻了《考试大纲》和《考试大纲的说明》(数学科),指出“重点知识是支撑学科知识体系的主要内容,考查时要保持较高的比例,并达到必要的深度,构成数学试题的主体”的命题指导思想,代数着重考查函数、数列、不等式、三角函数,这四者恰好全部综合在 20 题中,凸显了分类讨论思想、化归转化思想,数列这个知识的交汇点,有效地检测了考生对中学数学知识中所蕴涵的数学思想和方法的掌握程度.

三、注重数学应用和创新意识的考查

从上面试卷结构分析可看出,一般把数列的基本知识与方法融入了填空题的最后一题,即第 15 题,以创新、推理的形式出现,而解答题逐步加大了综合的趋势.2007 年考查了递推关系、特值思想、不等式,运用了两次求导来判断函数单调性,是三年以来最难的,故出现在压轴题中.

四、继续保持文、理差别

近几年文、理科的走势基本一致,但从难度看,文科明显低于理科,不过考查的知识点、思想方法还是相同的.

2009 高考预测

2006 年到 2008 年高考数学试题遵照高考《考试大纲》和《考试大纲的说明》(数学科)的要求,从题型设置、考察知识的范围等方面基本保持稳定,试题综合性愈来愈强,要求逐渐偏高,试题难度较大,只有在基本概念、基本技能和基本方法等数学基础知识扎实掌握后才能对学科的内在联系、知识的综合运用达到较熟练的程度.2009 年的高考数学在保持稳定的基础上不会有太大的变化,数列部分依然是函数、三角函数、导数、不等式的综合,继续考查分类讨论、化归、函数与方程等数学思想.

第5课时 等差、等比数列



知识梳理

根据近几年高考的特点,在复习时注重以下几个方面:

1. 注重函数思想在解决数列问题中的灵活运用

因为数列是以正整数(或它的有限子集)为定义域的特殊函数,因而命题时常常以数列为载体,把函数思想寓于其中,来考查学生的思维能力、运算能力以及信息迁移能力.

2. 注重方程思想的应用

等差、等比数列的通项公式,前 n 项和公式联系着五个量 a_1, d (或 q), n, a_n, S_n , “知三求二”是最基本的方程思想.

3. 注重整体思想的运用

等差、等比数列的性质是等差、等比数列的概念、通项公式、前 n 项和公式的引申,应用其性质解题,往往可以回避求其首项和公差或公比,使问题得到整体解决,能够使运算达到灵活、便捷,故一直受到重视,高考中也重点考查这部分内容.

4. 注重等价转化思想的运用

“转化”是一种极其重要的数学思想与方法,蕴涵在数学知识发生、发展和应用的全过程,因此对它的考查是能力考查的必由之路,本章中的“转化”主要是将一些不熟悉的数列转化为熟悉的等差数列和等比数列,以及利用函数思想将数列、方程和不等式进行相互转化.由于转化具有一定的技巧性和综合性,故复习时同学们应格外重视.

5. 注重类比思想的运用

等差、等比数列有着密切的内在联系又有明显的区别,若能根据它们的异同点,抓住其本质特征,利用类比思想处理,不但能起到温故而知新的效果,而且使知识系统化、网络化,形成优化的知识结构.



高考速递

1. (2008·宁夏/海南卷)已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_5 + a_6 = 22$, $a_6 = 7$, 则 $a_3 =$ _____.

2. (2008·北京卷)已知数列 $\{a_n\}$ 对任意的 $p, q \in \mathbb{N}^+$ 满足: $a_{p+q} = a_p + a_q$, 且 $a_2 = -6$, 那么 a_{10} 等于 _____ ()

A. -165

B. -33

C. -30

D. -21



典例精析

例1 (2008·全国卷I) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_5 = 4$, $a_3 + a_4 = 10$, 则它的前 10 项的和 $S_{10} =$ ()

A. 138

B. 135

C. 95

D. 23

例2 (2008·湖南卷) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 0, a_2 = 2, a_{n+2} = (1 + \cos^2 \frac{n\pi}{2})a_n + 4\sin^2 \frac{n\pi}{2}, n = 1, 2, 3, \dots$

(1) 求 a_3, a_4 , 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $S_k = a_1 + a_2 + \dots + a_{2k-1}, T_k = a_2 + a_4 + \dots + a_{2k}, W_k = \frac{2S_k}{2 + T_k} (k \in \mathbb{N}^+)$, 求使 $W_k > 1$ 的所有 k 的值, 并说明理由.

第6课时 等差、等比数列的综合应用



知识梳理

1. 数列的概念、数列的通项公式与递推关系, 等差数列和等比数列的概念及有关公式和性质是重点, 既有选择题、填空题、又有解答题, 既有容易题、中等题, 也有难题;

2. 判断一个数列为等差数列的常用方法:

①定义法($a_{n+1} - a_n = d, d$ 为常数);

②递推法($a_{n+2} + a_n = 2a_{n+1}$);

③通项公式法($a_n = a \cdot n + b$);

④前 n 项和公式法($S_n = An^2 + Bn$).

3. 判定等比数列的基本方法:

①定义法($\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$);

②递推法($a_n a_{n+2} = a_{n+1}^2$);

③通项法($a_n = a_1 q^{n-1}$);

④前 n 项和法($S_n = Aq^n - A$).

4. 已知数列的前 n 项和 S_n 与第 n 项 a_n 的关系及首项, 求数列的通项公式, 是高考的热点;

5. 构造辅助数列, 转化为等差、等比数列求数列的通项公式及前 n 项和是高考中的必考内容;

6. 由递推公式求出数列的通项公式是一种常用的求通项公式的方法, 近几年各地常考;

7. 将数列应用题转化为等差、等比数列是高考中的重点和热点, 关键是建立模型, 注重能力的考查, 有一定的难度;

8. 数列是特殊函数, 故常常可从函数角度研究数列问题, 如函数的极值、单调性等.



高考速递

1. (2008 · 陕西卷) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 + a_2 = 4, a_7 + a_{10} = 28$, 则该数列前 10 项和 S_{10} 等于 ()

- A. 64 B. 100
C. 110 D. 120

2. (2007 · 江西卷) 已知数列 $\{a_n\}$ 对于任意 $p, q \in \mathbf{N}^+$, $a_p + a_q = a_{p+q}$, 若 $a_1 = \frac{1}{9}$, 则 $a_{36} =$ _____.



典例精析

例1 在下列表格中, 每格填上一个数字后, 使每一横行成等差数列, 每一纵列成等比数列, 则 $x + y + z$ 的值为 ()

2		4		
1		2		
		x		
			y	
				z

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

例2 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $\ln x_{n+1} = 1 + \ln x_n$, 且 $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{10} = 10$, 则 $x_{21} + x_{22} + x_{23} + \cdots + x_{30}$ 的值为 ()

- A. $11 \cdot e^{20}$ B. $11 \cdot e^{21}$
C. $10 \cdot e^{21}$ D. $10 \cdot e^{20}$

例2 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = 2$, 且 $a_{n+1} = (1+q)a_n - qa_{n-1} (n \geq 2, n \in \mathbf{N}^+, q \neq 0)$.

(1) 设 $b_n = a_{n+1} - a_n (n \in \mathbf{N}^+)$, 证明: $\{b_n\}$ 是等比数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 若 a_3 是 a_6 与 a_9 的等差中项, 求 q 的值, 并证明: 对任意的 $n \in \mathbf{N}^+$, a_n 是 a_{n-3} 与 a_{n-6} 的等差中项.



►变式训练 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 满足 $S_n =$

$\frac{a}{1-a}(1-a_n) (a>0, a\neq 1, n\in\mathbf{N}^*)$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n \lg a_n$ ($n\in\mathbf{N}^*$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 中的每一项总小于它后面的项, 求 a 的取值范围.