丛书主编 韦基平

# 新思路

## 高考总复习 数学

广西人民出版社

**丛 书 主 编** 韦基平

**丛书副主编** 王欣堂 潘东海 陆炳其 梁家芬 梁海方

**本 册 主 编** 韦基平

**副 主 编** 李友威 黄 冬 潘 标

**编 委** 韦基平 陆炳其 梁家芬 梁海方 王欣堂 李友威 黄 冬

林安景 潘勇燕 黄良现 韦艾珍 兰标超 潘雪云 潘彩梅

潘东海 龚东传 谢 宁 潘 标 陆艳宁 韦金香

# 目 录

# 第一章　集合与简易逻辑

## 第一节　集　　合

**【基础知识回顾】**

1．概念

（1）子集：对于集合 $A$ 与 $B$，如果集合 $A$ 中的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素，则集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集，记为 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$）.

（2）空集：不含任何元素的集合，记为 $\phi$.

（3）真子集：若 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则集合 $A$ 是集合 $B$ 的真子集，记为：$A\subsetneq B$.

（4）两个集合相等：对于两个集合 $A$ 与 $B$，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，则称 $A$ 与 $B$ 相等，记为 $A=B$.

2．集合中元素的 3 个性质：确定性、互异性、无序性

3．集合的 3 种表示方法：列举法、描述法、图示法

4．集合的运算

（1）交集：由所有属于集合 $A$ 且属于集合 $B$ 的元素所组成的集合，叫做集合 $A$ 与 $B$ 的交集，记为 $A\cap B$，即 $A\cap B=\{x|x\in A 且 x\in B\}$.

（2）并集：由所有属于集合 $A$ 或属于集合 $B$ 的元素所组成的集合，叫做集合 $A$ 与集合 $B$ 的并集，记为 $A\cup B$，即 $A\cup B=\{x|x\in A 或 x\in B\}$.

（3）补集：一般地，设 $S$ 是一个集合，$A$ 是 $S$ 的一个子集（即 $A\subseteq S$），由 $S$ 中所有不属于 $A$ 的元素组成的集合，叫做子集 $A$ 在全集 $S$ 中的补集（或余集），记为 $C_S A$，即 $CsA=\{x|x\in S 且 x\notin A\}$.

5．几个重要结论

（1）空集是任何集合的子集，空集是任何非空集合的真子集.

（2）任何集合是它本身的子集.

（3）若有限集 $A$ 有 $n$ 个元素，则 $A$ 的子集有 $2^n$ 个，真子集有 $2^n-1$，非空子集有 $2^n-1$ 个，非空真子集有 $2^n-2$ 个.

6．常用数集：　复数集 $C$　实数集 $R$　整数集 $Z$　　自然数集 $N$　　正整数集 $N^+$（或 $N_+$）　有理数集 Q

7．　集合的简单性质：

（1）$A\cap A=A, A\cap\phi=\phi, A\cap B=B\cap A$

（2）$A\cup\phi=A, A\cup B=B\cup A$

（3）$(A\cap B)\subseteq(A\cup B)$

（4）$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A$　$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cup B=B$

（5）$C_S(C_S A)=A$　　$C_S S=\phi$　　$C_S\phi=S$

（6）$C_S(A\cup B)=(C_S A)\cap(C_S B)$，$C_S(A\cap B)=(C_S A)\cup(C_S B)$

**【典型例题展示】**

例 1．设集合 $A=\{x\,|\,x=\dfrac{2k+1}{4},k\in Z\}$，若 $x=\dfrac{9}{4}$，则下列关系正确的是

A. $x\subseteq A$　　B. $x\notin A$　　C. $\{x\}\in A$　　D. $\{x\}\subseteq A$

解：由于$\dfrac{2k+1}{4}$中$2k+1$只能取到所有的奇数，而$\dfrac{9}{4}$中 9 为奇数．则$\dfrac{9}{4}\in A,\{\dfrac{9}{4}\}\subseteq A$．选项为$D$；

**【点评】**元素与集合之间是属于($\in$)与不属于($\notin$)的关系，而集合之间是包含与不包含的关系．

**例 2**．已知集合$A=\{x\mid ax^2-3x+2=0,a\in R，x\in R\}$．

（1）若$A$是空集，求$a$的取值范围；

（2）若$A$中只有一个元素，求$a$的值；

（3）若$A$中至多有一个元素，求$a$的取值范围．

解：（1）$A$是空集，即方程无解．

因$a=0$时，方程有解，所以$a\neq 0$．

得$\Delta=(-3)^2-8a<0,\ a>\dfrac{9}{8}$．

（2）当$a=0$时，方程为一元一次方程，只有一个解为$\dfrac{2}{3}$符合题意．

当$a\neq 0$时，由$\Delta=0$得$a=\dfrac{9}{8}$，方程有两个相等的实根，$A$中也只有一个元素$x=\dfrac{4}{3}$．

综上所述，当$a=0$或$a=\dfrac{9}{8}$时，$A$中只有一个元素，分别是$\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{4}{3}$．

（3）$A$中至多有一个元素，包括$A$空集与$A$中只有一个元素两种情况，由(1),(2)得$a=0$或$a\geq\dfrac{9}{8}$．

**【点评】**（1）用集合语言表述的条件转化成方程解的问题，再用方程的方法去处理；（2）不要漏掉$a=0$．

**例 3**．设$A=\{x|x^2+4x=0\},B=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$.

（1）若$A\cap B=B$，求$a$的值；（2）若$A\cup B=B$,求$a$的值.

解：$A=\{0,-4\}$

（1）$\because A\cap B=B,\therefore B\subseteq A$.

①若$0\in B$，则$a^2-1=0$，解得$a=\pm 1$，

当$a=1$时，$B=\{x|x^2+4x=0\}=A$. 当$a=-1$时，$B=\{0\}\subsetneq A$.

②若$-4\in B$，则$a^2-8a+7=0$，解得$a=7$或$a=1$，

当$a=7$时，$B=\{x|x^2+16x+48=0\}=\{-12,-4\}$，不满足$B\subseteq A$；

③若$B=\phi$，则$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)<0$，解得$a<-1$，

综上所述，$a\leq -1$或$a=1$.

（2）$\because A\cup B=B,\therefore A\subseteq B$，

$\because A=\{0,-4\}$，而$B$中最多有两个元素，$\therefore A=B$，即$a=1$.

**【点评】**（1）进行集合运算要注意分析、简化每个集合；（2）分类讨论时切莫漏掉“空集”；（3）通过对 0，–4 的代入试值运算来确定$a$的取值，可避免解一元二次方程的繁琐计算.

## 【巩固提高训练】

### A组

1．设集合$A=\{x|x\leq 0\}$，则下列关系正确的是

A. $0\in A$　　B. $\{0\}\in A$　　C. $\phi\in A$　　D. $\{\phi\}\subseteq A$

2．设全集$U=\{1,2,3,4\}$，$A=\{1,3\}$，$B=\{2\}$，则$A\cap(C_U B)=$

A. $\{1\}$　B. $\{3\}$　C. $\{1,3\}$　D. $\{1,2,3\}$

3．集合 $P=\{x|x=2k,k\in Z\}, Q=\{x|x=2k+1,k\in Z\}, R=\{x|x=4k+1,k\in Z\}, a\in P, b\in Q$ 则有(

A. $a+b\in P$　B. $a+b\in Q$　C. $a+b\in R$　D. $a+b$ 不属于 $P,Q,R$ 中任意一个

4. 设集合 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$，集合 $B=\{a,b\}$，若 $A\cap B=\{2\}$，则 $A\cup B=$______.

5．已知 $M=\{2,a,b\}$，$N=\{2a,2,b^2\}$，且 $M=N$，则 $a$，$b$ 的值为__________.

6．记函数 $f(x)=\log_2(2x-3)$ 的定义域为集合 $M$，函数 $g(x)=\sqrt{(x-3)(x-1)}$ 的定义域为集合 $N$．求：

（1）集合 $M$、$N$；

（2）集合 $M\cap N$、$M\cup N$．

## B组

1．满足 $\{0,1\}\subseteq M\subseteq\{0,1,3,5,6\}$ 的集合 $M$ 的个数为

A. 6　B. 7　C. 8　D. 9

2. 已知向量集合 $M=\{\vec{a}|\vec{a}=(1,2)+\lambda(3,4),\lambda\in R\}$，$N=\{\vec{a}|\vec{a}=(-2,-2)+\lambda(4,5),\lambda\in R\}$，则 $M\cap N$ 等于，

A. $\{(1,1)\}$　B. $\{(1,1),(-2,-2)\}$　C. $\{(-2,-2)\}$　D. $\phi$

3. 集合 $S=\{0,1,2,3,4,5\}$，$A$ 是 $S$ 的一个子集，当 $x\in A$ 时，若有 $x-1\notin A$ 且 $x+1\notin A$，则称 $x$ 为 $A$ 的一个“孤立元素”，那么 $S$ 中无“孤立元素”的 4 元子集的个数是

A. 4 个　B. 5 个　C. 6 个　D. 7 个

4．调查 100 名携带药品出国的旅游者，其中 75 人带有感冒药，80 人带有胃药，那么既带感冒药又带胃药的人数的最大值为_____，最小值为__________.

5. 含有三个实数的集合可表示为集合 $\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$，也可表示为 $\{a^2,a+b,0\}$，则 $a^{2005}+b^{2006}=$______.

6. 已知函数 $f(x)=x^2+ax+b(a,b\in R)$，$A=\{x|x=f(x),x\in R\}$，$B=\{x|x=f[f(x)],x\in R\}$，

（1）证明：$A\subseteq B$;（2）当 $A=\{-1,3\}$ 时，求 $B$.

# 第二节　绝对值不等式<br>与一元二次不等式的解法

## 【基础知识回顾】

1．绝对值不等式的解法

基本途径是去掉绝对值符号．主要方法有：

（1）公式法：$|x|<a(a>0)\Leftrightarrow -a<x<a$，$|x|>a(a>0)\Leftrightarrow x>a$或$x<-a$；

（2）定义法：利用定义去掉绝对值（通常需要讨论）；

（3）平方法：不等式两边都是非负时，两边同时平方；

（4）几何法：利用绝对值的几何意义．

（5）$|f(x)|>c$，　$|f(x)|<c$型不等式的解法：

①当$c>0$时，

$|f(x)|>c\Leftrightarrow f(x)>c$或$f(x)<-c$，$|f(x)|<c\Leftrightarrow -c<f(x)<c$

②当$c<0$时，

$|f(x)|>c\Leftrightarrow x\in R$，$|f(x)|<c\Leftrightarrow x\in\phi$

（这里将$f(x)$整体地看作$|x|<a(|x|>a)$中的$x$）．

2．一元二次不等式的解法

一元二次不等式的解法如下表所示(其中$a>0$，$x_1,x_2$是方程$ax^2+bx+c=0$的两实根，且$x_1<x_2$)：

| 类型 / 解集 | $ax^2+bx+c>0$ | $ax^2+bx+c\ge 0$ | $ax^2+bx+c<0$ | $ax^2+bx+c\le 0$ |
|---|---|---|---|---|
| $\Delta>0$ | $\{x\|x<x_1或x>x_2\}$ | $\{x\|x\le x_1或x\ge x_2\}$ | $\{x\|x_1<x<x_2\}$ | $\{x\|x_1\le x\le x_2\}$ |
| $\Delta=0$ | $\left\{x\|x\ne-\frac{b}{2a},x\in R\right\}$ | $R$ | $\phi$ | $x=x_1$ |
| $\Delta<0$ | $R$ | $R$ | $\phi$ | $\phi$ |

（注意联系一元二次函数的图象，数形结合得出解集．）

## 【典型例题展示】

例1．解不等式：（1）$|x-1|>|2x-3|$；（2）$|x-1|+|x+2|<5$．

解：（1）原不等式$\Leftrightarrow (x-1)^2>(2x-3)^2$

$\Leftrightarrow (2x-3)^2-(x-1)^2<0\Leftrightarrow (2x-3+x-1)(2x-3-x+1)<0$

$\Leftrightarrow (3x-4)(x-2)<0\Leftrightarrow \frac{4}{3}<x<2$

（2）原不等式等价于：$\begin{cases}x<-2\\-(x-1)-(x+2)<5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-2\le x\le 1\\-(x-1)+(x+2)<5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>1\\(x-1)+(x+2)<5\end{cases}$

$\Leftrightarrow -3<x<-2$ 或 $-2\le x\le 1$ 或 $1<x<2$

综上，原不等式的解集为 $\{x|-3<x<2\}$ .

**【点评】**（1）求解过程中，平方后移项采用平方差公式分解因式可优化解题过程.（1）利用零点分段法去掉绝对值符号，最好画出数轴，然后从左向右逐段讨论，这样做条理分明、不重不漏.

**例 2．** 解下列不等式：

（1）$-2x^2+x+3>0$，（2）$x^2-2x+4\ge 0$

解：（1）原不等式可化为标准形式：$2x^2-x-3<0$

方程 $2x^2-x-3=0$ 的解 $x_1=-1, x_2=\dfrac{3}{2}$ ∴原不等式的解集是：$\{x|-1<x<\dfrac{3}{2}\}$

（2）∵ $\Delta=(-2)^2-4\times 4=-12$

∴方程 $x^2-2x+4=0$ 无实数根，

故不等式 $x^2-2x+4\ge 0$ 的解集为 $R$ .

**【点评】**注意要先把一元二次不等式中的二次项系数化为正数.

**例 3．**若 $B=\{x|x^2-3x+2<0\}$，$A=\{x|x^2-(a+a^2)x+a^3<0\}$，是否存在实数 $a$，使 $A\cap B=A$？若存在，求 $a$ 的取值范围．若不存在请说明你的理由.

解：　$B=\{x|1<x<2\}$，　$A=\{x|(x-a)(x-a^2)<0\}$ .

（1）若 $a=0$ 或 $a=1$，即 $a=a^2$ 时，此时 $A=\{x|(x-a)^2<0\}=\phi$ 满足 $A\cap B=A$ .

（2）若 $a>1$ 或 $a<0$，即 $a<a^2$ 时，$A=\{x|\ a<x<a^2\}$，要使 $A\cap B=A$，

必须 $\begin{cases}a\ge 1\\a^2\le 2\end{cases}$　解得　$1\le a\le\sqrt{2}$，∴ $1<a\le\sqrt{2}$ .

（3）若 $0<a<1$，即 $a^2<a$ 时，$A=\{x|a^2<x<a\}$，要使 $A\cap B=A$，

必须 $\begin{cases}a\le 2\\a^2\ge 1\end{cases}$　解得　$1\le a\le 2$，与 $0<a<1$ 不符，舍去.

综上所述，当 $1\le a\le\sqrt{2}$ 或 $a=0$ 时满足 $A\cap B=A$，即存在实数 $a$，使 $A\cap B=A$ 成立.

**【点评】**（1）在处理含参数的集合间的关系时，要注意对参数进行讨论；（2）本题的讨论是围绕A中一元二次不等式对应方程的两根 $a,a^2$ 的大小关系来展开的.

## 【巩固提高训练】

### A组

1．不等式 $|8-3x|>0$ 的解集是

A. $\phi$　B. $R$　C. $\{x|x\neq\dfrac{8}{3}, x\in R\}$　D. $\{\dfrac{8}{3}\}$

2．已知集合 $M=\{x|x^2-3x-28\le 0\}$，　$N=\{x|x^2-x-6>0\}$，则 $M\cap N$ 为

A. $\{x|-4\le x<-2$ 或 $3<x\le 7\}$　　B. $\{x|-4<x\le -2$ 或 $3\le x<7\}$

C. $\{x|-7\le x<-2$ 或 $3<x\le 4\}$　　D. $\{x|-4\le x<-3$ 或 $2<x\le 7\}$

3．若 $f(x)=x^2-ax+1$ 有负值，则实数 $a$ 的取值范围是

A．$a>2$ 或 $a<-2$　　B．$-2<a<2$　　C．$a\neq\pm2$　　D．$1<a<3$

4．不等式 $|x+1|\geq 2-x$ 的解是________.

5．已知关于 $x$ 的不等式 $ax^2+bx+4>0$ 解集为 $\{x|-1<x<2\}$，求 $a=$ ______，$b=$ _____.

6．定义运算法则 $\begin{vmatrix} a & c \\ d & b \end{vmatrix}=ab-cd(a,b,c,d\in R)$，求不等式 $\begin{vmatrix} -3x & -4 \\ x+1 & x \end{vmatrix}>0$ 的解集.

## B组

1．若 $2-m$ 与 $|m|-3$ 异号，则 $m$ 的取值范围是

A. $m>3$　　B. $-3<m<3$　　C. $2<m<3$　　D. $-3<m<2$ 或 $m>3$

2．若不等式 $5-x>7|x+1|$ 和不等式 $ax^2+bx-2>0$ 的解集相同，则实数 $a$，$b$ 的值为

A. $a=-8$，$b=-10$　　B. $a=-1$，$b=9$　　C. $a=-4, b=-9$　　D. $a=-1, b=2$

3．若 $x^2+x+k>0$ 恒成立，则 $k$ 的取值范围是

A. $k\leq\frac{1}{4}$　B. $k<\frac{1}{4}$　C. $k\geq\frac{1}{4}$　D. $k>\frac{1}{4}$

4．若 $a>0$，使不等式 $|x-4|+|x-3|<a$ 在 $R$ 上的解集不是空集，则 $a$ 的取值范围是

A.（0，1）　　B. $(0,1]$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

5．若关于 $x$ 的方程 $x^2+ax+a^2-1=0$ 有一正根和一负根，则 $a$ 的取值范围是__________.

6．已知不等式 $2x-1>m(x^2-1)$.

（1）若对于所有的实数 $x$ 不等式恒成立，求 $m$ 的取值范围；

（2）若对于所有的实数 $m\in[-2,2]$ 不等式恒成立，求 $x$ 的取值范围.

# 第三节　简易逻辑

## 【基础知识回顾】

1．命题：可以判断真假的语句

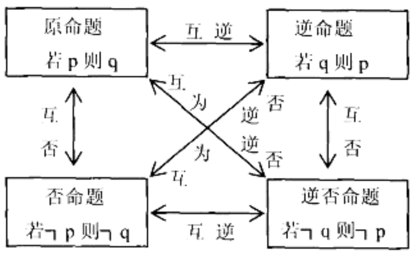
2．逻辑联结词、简单命题与复合命题

（1）“或”、“且”、“非”这些词叫做逻辑联结词；不含有逻辑联结词的命题是简单命题；由简单命题和逻辑联结词“或”、“且”、“非”构成的命题是复合命题．

(2) $P$ 或 $Q$：一真即真；　$P$ 且 $Q$：一假即假；　非：对一个命题的否定．

注意：记住一些关键词的否定，如等于、大于、至少有一个、任意的、都是、最多有一个的否定分别是不等于、不大于、一个也没有、某个、不都是、最少有两个．

3．四种命题基本形式和相互关系




原命题与它的逆否命题等价，即"$p \Rightarrow q$" $\Leftrightarrow$ "$\neg q \Rightarrow \neg p$"，因此当直接证明原命题较难时，可对它的逆否命题进行证明．

4．充要条件

定义：若 $p \Rightarrow q$，则 $p$ 是 $q$ 的充分条件，$q$ 是 $p$ 的必要条件．

（1）　若 $p \Rightarrow q$，又 $q \Rightarrow p$，则 $p$ 是 $q$ 的充要条件．

（2）若 $p \Rightarrow q$，但 $q$ 　 $p$，则 $p$ 是 $q$ 的充分不必要条件．

（3）　若 $p$ 　 $q$，但 $q \Rightarrow p$，则 $p$ 是 $q$ 的必要不充分条件．

（4）　若 $p$ 　 $q$ 且 $q$ 　 $p$，则 $p$ 是 $q$ 的既不充分也不必要条件．

## 【典型例题展示】

**例 1**．写出“已知 $x, y \in R$，若 $x^2 + y^2 = 0$，则 $x = 0$ 或 $y = 0$”的逆命题、否命题、逆否命题，并判断它们的真假．

解：逆命题：已知 $x, y \in R$，若 $x = 0$ 或 $y = 0$，则 $x^2 + y^2 = 0$ 为假命题．

否命题：已知 $x, y \in R$，若 $x^2 + y^2 \neq 0$，则 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$ 为假命题．

逆否命题：已知 $x, y \in R$，若 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$，则 $x^2 + y^2 \neq 0$ 为真命题．

**【点评】**（1）对于命题，大前提一般不动，只对条件和结论作出相应的处理；（2）p 或 q 的否定是¬ p 且¬ q．

**例 2**．用“充分不必要、必要不充分、充要”填空：

（1）p 或 q 为真命题是 p 且 q 为真命题的______条件．

（2）　“$\neg p$ 为假命题”是“p 或 q 为真命题”的___条件．

（3）　“$x^2 - 2x - 15 < 0$”　是“$|x-2| < 3$”的______条件．

（4） “$x \neq \frac{\pi}{6}$” 是“$\sin x \neq \frac{1}{2}$”的____条件.

解：（1） 必要不充分条件；

（2） 充分不必要条件；

（3）$|x-2|<3 \Leftrightarrow -1<x<5$， $x^2-2x-15<0 \Leftrightarrow -3<x<5$；

而$-3<x<5$ $-1<x<5$，$-3<x<5 \Leftarrow -1<x<5$.

∴选必要不充分条件

（4）$x \neq \frac{\pi}{6}$ $\sin x \neq \frac{1}{2}$，$\sin x \neq \frac{1}{2} \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{6}$，

∴选必要不充分条件.

【点评】（1）判断$p$是$q$的什么条件，关键是看$p$能否推出$q$，$q$能否推出$p$；（2）以不等式形式给出的命题，先解再判断.

例 3 . 若$a,b,c$均为实数，且$a=x^2-2y+\frac{\pi}{2}$，$b=y^2-2z+\frac{\pi}{3}$，$c=z^2-2x+\frac{\pi}{6}$，求证：$a,b,c$中至少有一个大于 0 .

证明：（反证法）假设$a,b,c$都不大于 0 ，即$a \le 0, b \le 0, c \le 0$，则$a+b+c \le 0$，

而$a+b+c=x^2-2y+\frac{\pi}{2}+y^2-2z+\frac{\pi}{3}+z^2-2x+\frac{\pi}{6}$

$=(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2+\pi-3$，

$\because \pi-3>0$且无论$x,y,z$为何实数，$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 \ge 0$，

$\therefore a+b+c>0$，这与$a+b+c \le 0$矛盾，因此$a,b,c$中至少有一个大于 0 .

【点评】直接证明有困难，而能从结论的否定推出矛盾时可以用反证法.

## 【巩固提高训练】

### A组

1．下列命题正确的是

A. 方程$x^2-4x+4=0$的解集为$\{2,2\}$　　B. $\{0\}$不是空集

C. 1 是自然数集 N 中最小的数　　D. $\phi=0$

2．命题$p$：大于$90^\circ$的角是钝角；命题$q$：三角形三边的垂直平分线交于一点.

则下列关于$p,q$的复合命题的真假是

A. “非$p$”假　　B. “$p$且$q$”真　　C. “$p$或$q$”真　　D. “非$q$”真

3．.设 p、q 为简单命题，则“p 且 q 为假”是“p 或 q 为假”的

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

4．用反证法证明命题：若整数系数一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$有有理根，那么$a,b,c$中至少有一个是偶数．下列假设中正确的是

A. 假设$a,b,c$都是偶数

B. 假设$a,b,c$都不是偶数

C. 假设$a,b,c$中至多有一个是偶数

D. 假设$a,b,c$中至多有两个是偶数

5．命题$p$：$x+y \neq 3$；命题$q$：$x \neq 1$或$y \neq 2$，则$p$是$q$______条件.

6． 设命题 $p$：函数 $f(x)=(1-4a)x+3$ 是 $R$ 上的减函数，命题 $q$：函数 $y=\sqrt{ax^2-x+a}$ 的定义域为 $R$，如果 $\neg p$ 和 $q$ 至少有一个为真命题，求实数 $a$ 的取值范围.

## B组

1．已知 $p$ 是 $r$ 的充要条件， $r$ 是 $s$ 的必要不充分条件，$q$ 是 $s$ 充要条件，那么 $q$ 是 $p$ 的

A. 充要条件　B. 充分不必要条件　C. 必要不充分条件　D. 既非充分也非必要条件

2．已知相交直线 $l$、$m$ 都在平面 $\alpha$ 内，并且都不在平面 $\beta$ 内，若 $p$：$l$、$m$ 中至少有一条与 $\beta$ 相交；$q$：$\alpha$ 与 $\beta$ 相交,则 $p$ 是 $q$ 的

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件　C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

3.下列判断错误的是

A 命题 $\phi\subseteq\phi$ 或 $7\in[5,6]$ 是真命题

B.命题若 p 则 q 与若 $\neg q$ 则 $\neg p$ 互为逆否命题

C.在 $\Delta ABC$ 中，A>B 是 $\tan A>\tan B$ 的必要不充分条件

D.菱形的两条对角线互相垂直的逆命题是假命题

4.命题 $p$：不等式 $|\dfrac{x}{x-1}|>\dfrac{x}{x-1}$ 的解集为 $\{x\,|\,0<x<1\}$

命题 $q$：在 $\Delta ABC$ 中，"$A>B$"是"$\sin A>\sin B$"成立的充分必要条件，则

A. $p$ 真 $q$ 假　B. “$p$ 且 $q$”为真　C. “$p$ 或 $q$”为假　D. $p$ 假 $q$ 真

5．有下列四个命题：

①空集是任何集合的真子集；

②“面积相等的三角形全等”的否命题是真命题；

③若命题 p 的逆命题是 q, 命题 p 的否命题是 r，则 q 是 r 的逆否命题；

④2 与 8 的等比中项是 4.

其中正确命题的序号是________．（把所有正确命题的序号都填上）

6．已知 $p$：$\left|1-\dfrac{x-1}{3}\right|\le 2$, $q$：$x^2-2x+1-m^2\le 0\ (m>0)$，且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要条件，求 $m$ 的取值范围.

# 章末实战演练

一、选择题

1．（07 江西）若集合 $M=\{0,1\}$，$I=\{0,1,2,3,4,5\}$，则 $C_I M$ 为

A. $\{0,1\}$　B. $\{2,3,4,5\}$　C. $\{0,2,3,4,5\}$　D. $\{1,2,3,4,5\}$

2．（07 海南）设 $A=\{x|x>-1\}$ $B=\{x|-2<x<2\}$，则 $A\bigcup B=$

A. $\{x|x>-2\}$　B. $\{x|x>-1\}$

C. $\{x|-2<x<-1\}$　D. $\{x|-1<x<2\}$

3．（04 江苏）设集合 $P=\{1,2,3,4\}$，$Q=\{x\mid |x|\le 2, x\in R\}$，则 $P\bigcap Q$ 等于

A. $\{1,2\}$　B. $\{3,4\}$　C. $\{1\}$　D. $\{-2,-1,0,1,2\}$

4．（06 全国）已知集合 $M=\{x|x<3\}$，$N=\{x|\log_2 x>1\}$，则 $M\bigcap N$

A. $\phi$　B. $\{x|0<x<3\}$　C. $\{x|1<x<3\}$　D. $\{x|2<x<3\}$

5. (02 年全国) 设集合 $M=\{x\mid x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in Z\}$，$N=\{x\mid x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in Z\}$，则

A. $M=N$　B. $M\subset N$　C. $M\supset N$　D. $M\bigcap N=\phi$

6．（08 全国二）设集合M=$\{m\in Z|-3<m<2\}$，N＝$\{n\in Z|-1\le n\le 3\}$，则 $M\cap N=$

A. {0, 1}　B. {-1, 0, 1}　C. {0, 1, 2}　D. {-1, 0, 1, 2}

7.（04 全国）不等式 $1<|x+1|<3$ 的解集为

A. $(0,2)$　B. $(-2,0)\bigcup(2,4)$　C. $(-4,0)$　D. $(-4,-2)\bigcup(0,2)$

8.（08 北京）“函数 $f(x)(x\in R)$ 存在反函数”是“函数 $f(x)$ 在R上为增函数”的

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件　C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

9.（08 天津）设集合 S＝$\{x||x-2|>3\}$，T＝$\{x|a<x<a+8\}$，$S\cup T=R$，则 $a$ 的取值范围是

A. $-3<a<-1$　B. $-3\le a\le -1$

C. $a\le -3$ 或 $a\ge -1$　D. $a<-3$ 或 $a>-1$

10.（08 江西）定义集合运算 A ＊ B＝$\{z|z=xy,x\in A,y\in B\}$，设 A＝ {1, 2}，B={0, 2}，集合 A ＊ B 的所有元素之和为

A. 0　B. 2　C. 3　D. 6

11.（07 辽宁）命题“对任意的 $x\in R,x^3-x^2+1\le 0$”的否定是

A. 不存在 $x\in R,x^3-x^2+1\le 0$　B. 存在 $x\in R,x^3-x^2+1\le 0$

C. 存在 $x\in R,x^3-x^2+1>0$　D. 对任意的 $x\in R,x^3-x^2+1>0$

12.（07 全国）已知 $f(x)$，$g(x)$ 是定义在 R 上的函数，$h(x)=f(x)\cdot g(x)$，则“$f(x)$，$g(x)$ 均为偶函数”是“$h(x)$ 为偶函数”的

A. 充要条件　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　D. 既非充分也非必要条件

13.（02 全国）$f(x)=x|x+a|+b$ 是奇函数的充要条件是

A. $ab=0$　B. $a+b=0$　C. $a=b$　D. $a^2+b^2=0$

14.（06 山东卷）设 $p$：$x^2-x-20>0$，$q$：$\frac{1-x^2}{|x|-2}<0$，则 $p$ 是 $q$ 的

A. 充要条件　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　D. 既非充分也非必要条件

二、填空题

15．(08 重庆)设集合 U＝{1, 2, 3, 4, 5, } A={2, 4}, B={3, 4, 5}, C={3, 4}, 则 $(A\cup B)\cap C_U C$=________.

16．(06 上海)已知集合 $A=\{-1,3,m\}$，$B=\{3,4\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 $m=$______.

17．(04 江苏)二次函数 $y=ax^2+bx+c(x\in R)$ 的部分对应值如下表：

| $x$ | －3 | －2 | －1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 6 | 0 | －4 | －6 | －6 | －4 | 0 | 6 |

则不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是___________.

18．(08 全国二)平面内的一个四边形为平行四边形的充要条件有多个, 如两组对边分别平行, 类似地, 写出空间中的一个四棱柱为平行六面体的的两个充要条件：

充要条件①______________________；

充要条件②______________________.

三、解答题

19．(99 上海)设集合 $A=\{x\,\big|\,|x-a|<2\}$，$B=\{x\,|\,\frac{2x-1}{x+2}<1\}$ 若 $A\subseteq B$，求实数 $a$ 的取值范围.

20．(06 全国)设 $a\in R$，函数 $f(x)=ax^2-2x-2a$，若 $f(x)>0$ 的解集 $A$，集合 $B=\{x\,|\,1<x<3\}$，且 $A\bigcap B\neq\phi$，求实数 $a$ 的取值范围.

21．(04 上海) 函数 $f(x)=\sqrt{2-\frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 $A$，　$g(x)=\lg[(x-a-1)\,(2a-x)]\,(a<1)$ 的定义域为 $B$.

(1) 求 $A$；

(2) 若 $B\subseteq A$，求实数 $a$ 的取值范围.

22．(06 上海)在平面直角坐标系 $xOy$ 中，直线 $l$ 与抛物线 $y^2=2x$ 相交于 $A$，$B$ 两点.

(I) 求证："如果直线 $l$ 过点 $T(3,0)$，那么 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$"是真命题.

(II) 写出 (I) 中命题的逆命题，判断它是真命题还是假命题，并说明理由.

## 参考答案

第一节

**A组** 1．A 2．C 3．B　4. $\{1,2,5\}$　5．$a=0$，$b=1$ 或 $a=\frac{1}{4}$，$b=\frac{1}{2}$

6．(1) $M=\{x\,\big|\,x>\frac{3}{2}\}$，$N=\{x\,\big|\,x\le 1\text{或}x\ge 3\}$

(2) $M\bigcap N=\{x\,\big|\,x\ge 3\}$，$M\bigcup N=\{x\,\big|\,x\le 1\text{或}x>\frac{3}{2}\}$

**B组** 1．C 2. C 3. C 4．75、55 5. -1

6. 解：(1) 证明：设 $x\in A$，则 $f(x)=x$，所以 $f\left[f(x)\right]=f(x)=x$，即 $x\in B$，所以 $A\subseteq B$

(2) 当 $A=\{-1,3\}$ 时 $\Rightarrow a=-1,b=-3$, 故 $f(x)=x^2-x-3$，

而 $f\left[f(x)\right]=(x^2-x-3)^2-(x^2-x-3)-3=x$，故 $(x^2-x-3)^2-x^2=0$，
所以 $x=3,-1,\pm\sqrt{3}$，所以 $B=\left\{-\sqrt{3},-1,\sqrt{3},3\right\}$.
第二节

**A组** 1.C 2.A 3. A 4. $x\geq\frac{1}{2}$ 5. $a=-2,b=2$ 6. $\{x\mid -\frac{2}{3}<x<2\}$.

**B组** 1．D 2．C 3．D 4．C 5．$\{a\mid -1<a<1\}$

6．解:（1）原不等式等价于：$mx^2-2x+(1-m)<0$，若对于所有的实数 $x$ 不等式恒成立，当且仅当 $m<0$ 且 $\Delta=4-4m(1-m)<0$，解得 $\phi$.

（2）设 $f(m)=(x^2-1)m-(2x-1)$,，当 $m\in[-2,2]$ 时，$f(m)<0$ 恒成立.

①当 $x^2-1=0$ 时，只有 $x=1$ 才能使得 $f(m)<0$ 在 $[-2,2]$ 上恒成立.

②当 $x^2-1\neq 0$ 时，$f(m)$ 是关于 $m$ 的一次函数，要使 $f(m)<0$ 在 $[-2,2]$ 上恒成立，当且仅当 $\begin{cases} f(2)<0 \\ f(-2)<0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} 2x^2-2x-1<0 \\ -2x^2-2x+3<0 \end{cases}$，解得 $\frac{-1+\sqrt{7}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ 且 $x\neq 1$.

综上 $x$ 的取值范围是 $\frac{-1+\sqrt{7}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

第三节

**A组** 1.B 2.C 3. 4.B 5．既不充分也不必要

6.解: $p$ 为真时 $1-4a<0$ 即 $a>\frac{1}{4}\Rightarrow\neg p:a\leq\frac{1}{4}$，$q$ 为真时 $a\geq\frac{1}{2}$，$\neg p$ 和 $q$ 至少有一个为真命题时为 $\neg p$ 真或 $q$ 真, 即 $a\leq\frac{1}{4}$ 或 $a\geq\frac{1}{2}$（或者: $\neg p$ 和 $q$ 都是假命题时得 $\frac{1}{4}<a<\frac{1}{2}\Rightarrow\neg p$ 和 $q$ 至少有一个为真命题时 $a\leq\frac{1}{4}$ 或 $a\geq\frac{1}{2}$）

**B组** 1.B 2.C 3.C 4.B 5.②③

6. 解： 由 $\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leq 2$ 及 $x^2-2x+1-m^2\leq 0$ 得：

$p$：$A=\{x\mid -2\leq x\leq 10\}$，$q$：$B=\{x\mid 1-m\leq x\leq 1+m\}$

$\because \neg p$ 是 $\neg q$ 的必要条件，$\neg q\Rightarrow\neg p\Leftrightarrow p\Rightarrow q$

$\therefore A\subseteq B$ $\therefore\begin{cases} m>0 \\ 1-m\leq -2\Leftrightarrow m\geq 9 \\ 1+m\geq 10 \end{cases}$

**章末实战演练:**

1.B 2.A 3．A 4.D 5.B 6.B 7. D 8. B 9. A 10. D 11. C 12. B 13. D 14. B

二、填空题:

15. {2, 5} 16. $m=4$ 17. $\{x\mid x>3$ 或 $x<-2\}$

18. ①两组相对侧面分别平行；②底面是平行四边形.

三、解答题:

19. $0\leq a\leq 1$. 20.解: 若 $A\cap B=\phi$（用补集的思想求解）则对任意的 $x\in(1,3)$, $f(x)\leq 0$ 恒成立.

（1）当 $a=0$ 时, $f(x)=-2x$, 显然成立.

（2）当 $a\neq 0$ 时, 有

$$\begin{cases} a>0 \\ f(1)\le 0 \\ f(3)\le 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} a<0 \\ f(1)\le 0 \end{cases}$$(开口向下,对称轴在$y$轴左则)

解得　$0<a\le\dfrac{6}{7}$或$-2\le a<0$．综合上述得　$A\bigcap B=\phi$时，$-2\le a\le\dfrac{6}{7}$．

$\therefore A\bigcap B\ne\phi$时，$a<-2$或$a>\dfrac{6}{7}$

21．解：由$2-\dfrac{x+3}{x+1}\ge 0$得　　$A=\{x\,|\,x<-1\text{或}x\ge 1\}$

由$(x-a-1)(2a-x)>0\ (a<1)$得　　$2a<x<a+1$

若$B\subseteq A$，则$a+1\le -1$或$1\le 2a$

解得$a\ge\dfrac{1}{2}$或$a\le -2$,又因为$a<1$，所以得$\dfrac{1}{2}\le a<1$或$a\le -2$

22．解：（I）设过点$T(3,0)$的直线$l$交抛物线$y^2=2x$于点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，当直线$l$的斜率不存在时，直线$l$的方程为$x=3$，此时，直线$l$与抛物线相交于点$A(3,\sqrt{6})$，$B(3,-\sqrt{6})$，$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$．当直线$l$的斜率存在时，设直线$l$的方程为$y=k(x-3)$，其中$k\ne 0$，由

$\begin{cases} y^2=2x \\ y=k(x-3) \end{cases}$得$ky^2-2y-6k=0$，则$y_1y_2=-6$．又$\because\ x_1=\dfrac{1}{2}y_1^2$，$x_2=\dfrac{1}{2}y_2^2$

$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{1}{4}(y_1y_2)^2+y_1y_2=3$

综上所述，命题“如果直线$l$过点$T(3,0)$，那么$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$”是真命题．

（II）逆命题是：设直线$l$交抛物线$y^2=2x$于点$A$，$B$两点，如果$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$，那么该直线过点$T(3,0)$．该命题是一个假命题．例如：取抛物线上的点$A(2,2)$，$B(\dfrac{1}{2},1)$，此时$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$，直线$AB$的方程是$y=\dfrac{2}{3}(x+1)$，而$T(3,0)$不在直线$AB$上，说明：由抛物线$y^2=2x$上的点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$满足$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$，可得$y_1y_2=-6$或$y_1y_2=2$，如果$y_1y_2=-6$，可证得直线$AB$过点$(3,0)$；如果$y_1y_2=2$，可证得直线$AB$过点$(-1,0)$，而不过点$(3,0)$．