

中等专业学校教材

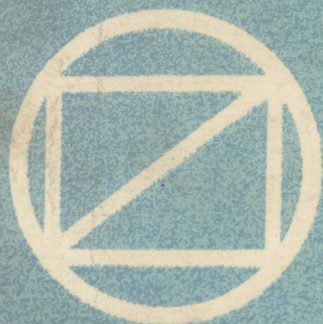
数 学

SHUXUE

第一册

辽宁省中专数学教材编写组 编

辽宁科学技术出版社



01-43
699

中等专业学校教材

数 学

第 一 册
江苏工业学院图书馆

辽宁省中专数学教材编写组 编

藏 书 章

辽宁科学技术出版社

中等专业学校教材

数 学

Shuxue

第一册

辽宁省中专数学教材编写组 编

辽宁科学技术出版社出版发行(沈阳市南京街6段1里2号)

沈阳市第二印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 12 字数: 263,000

1989年5月第1版

1989年5月第1次印刷

责任编辑: 刘绍山

责任校对: 东 戈

封面设计: 曹太文

印数: 1—12,150

ISBN 7-5381-0646-4/G·92 定价: 3.20元

主 编 陶增骞

副主编 刘子卿 张咸卓
李大发 由震云

编 委 (按姓氏笔画为序)

于殿生	马 骥	方桂梅
王化久	刘晓东	李大发
李玉臣	李挺雄	张咸卓
孟繁杰	胡晋延	陶增骞
教勤章	崔润泉	

前 言

本套教材是根据1983年教育部审定的四年制《中等专业学校数学教学大纲》的要求，根据国家教委关于中专数学教学内容要深浅适度、在应用上要加强的原则，从辽宁省中专数学教学的实际出发，适当参考现行中专数学教材内容，在辽宁省教育委员会的指导下，组织辽宁省部分中等专业学校长期从事中专数学教学工作的副教授、高级讲师、讲师等编写的。在编写内容上，注意了与初中数学知识的衔接，突出了基础知识、基本理论和基本应用。在推理论证方式的选择上，力求避繁就简、科学直观。

本套教材分基础数学（一、二、三册）和应用数学（四册）两部分。招收初中毕业生的学校使用1—4册，招收高中毕业生的学校使用3—4册。

本套教材除经典内容外，均由辽宁师范大学梁宗巨教授、贺贤孝副教授主审。辽宁师范大学谢光熹副教授、大连工业学校的林惠泉同志也参加了部分章节的审订工作。

本册为基础数学的第一册，包括代数、三角等内容。参加本册教材编写的有于殿生（第一、二章）、张咸卓（第三章）、刘静（第四、五、六章）、蔡恒利（第七、八、九章）等同志，由辽宁省粮食学校于殿生同志统稿。

由于时间仓促，水平有限，不当之处敬请读者批评指正，以便修订。

辽宁省中专数学教材编写组

1988.11

目 录

第一章 集合与函数	1
§ 1—1 集合	1
§ 1—2 子集与并集	8
§ 1—3 交集、差集与补集	12
§ 1—4 函数	18
§ 1—5 函数的定义域的求法	26
§ 1—6 函数的增减性与奇偶性	30
§ 1—7 函数的图象	34
§ 1—8 一元二次不等式	46
§ 1—9 反函数	52
复习题一	59
第二章 幂函数 指数函数 对数函数	62
§ 2—1 幂函数	62
§ 2—2 指数函数	67
§ 2—3 对数函数	73
§ 2—4 简单的指数方程和对数方程	82
复习题二	89
第三章 任意角的三角函数	96
§ 3—1 角的概念的推广 弧度制	93
§ 3—2 任意角的三角函数的概念	101
§ 3—3 同角三角函数间的关系	110
§ 3—4 三角函数在单位圆上的表示法 三角函数 的周期性	119
复习题三	127

第四章 三角函数的简化公式	130
§4—1 关于负角的诱导公式	130
§4—2 关于角 $\pi \pm \alpha$, $2\pi - \alpha$ 的诱导公式	135
复习题四	145
第五章 两角和与两角差的三角函数	150
§5—1 两角和与两角差的正弦和余弦	150
§5—2 两角和与两角差的正切公式	160
§5—3 二倍角的正弦、余弦和正切	165
§5—4 半角的正弦、余弦和正切	174
§5—5 三角函数的积化和差与和差化积	183
复习题五	197
第六章 三角函数的图象和性质	201
§6—1 正弦函数 $y = \sin x$ 的图象和性质	201
§6—2 余弦函数 $y = \cos x$ 的图象和性质	208
§6—3 正切函数 $y = \tan x$ 和余切函数 $y = \cot x$ 的 图象和性质	213
§6—4 正弦型曲线	218
复习题六	230
第七章 反三角函数与简单的三角方程	232
§7—1 反三角函数	232
§7—2 简单的三角方程	252
复习题七	265
第八章 复数	268
§8—1 复数的概念	268
§8—2 复数的四则运算	278
§8—3 复数的三角形式	285
§8—4 复数三角形式的乘法、乘方和除法	290
§8—5 复数的指数形式	302
复习题八	307

第九章 排列 组合 二项式定理	310
§ 9—1 排列	310
§ 9—2 组合	318
§ 9—3 排列、组合综合应用题举例	324
§ 9—4 数学归纳法	330
§ 9—5 二项式定理	336
复习题九	341
习题答案	344

第一章 集合与函数

集合论是现代数学的一个重要分支，函数是数学中一个重要概念。掌握好集合与函数的基础知识，对提高用数学方法解决实际问题的能力与继续学好数学具有重要意义。本章将简要地介绍集合的基本思想与常用符号，并以此为基础阐述函数的基本概念。

§1—1 集 合

一、集合的概念

在日常生活中，我们经常遇到一些有趣的问题。如，甲从商店买回苹果、桔子和西瓜三种水果，而乙从商店买回毛巾、香皂和西瓜三样物品。如果要计算一下甲与乙一共买回几种物品，谁都会说出是五种，而不会说是六种，因为西瓜是重复的，只能算作一种。从中使我们受到启示，类似的问题不能用代数的方法，即不能用3加3去算，而要用一种新的概念及在这种概念基础之上所规定的新的计算方法去算。

在讨论与上例相类似的问题时，往往涉及到一些具有某种特定性质的对象。如：

1. 财经二班的全体学生；
2. 某汽车队的所有汽车；
3. 一年的十二个月；

4. 某农场的实验田里的各种农作物；
5. 某空军基地的所有飞机；
6. 方程 $x^2 - 9x + 14 = 0$ 的解；
7. 所有的直角三角形；
8. 中国的城市；
9. 长江流经的省分；
10. 机械一班教室里的桌子。

这是各式各样的问题，尽管它们也有共同的规律。我们研究这些问题，提出一个新的概念，就是集合。集合是数学中最基本的概念之一，很难再用其它的词句给它下定义。就人们的经验而言，集合是指由某些指定的事物汇集在一起构成的。因此，我们把具有某种特定性质且彼此不相重叠的事物的总体叫做集合，简称为集。构成集合的各个事物叫做这个集合的元素。对于集合与元素通常这样称呼：这些元素组成该集合；这些元素属于该集合；该集合由这些元素组成或该集合含有这些元素等。例如，某商店的帽子和鞋；某牧场的牛和羊；1与10之间的整数；一切直角三角形；抛物线 $y = x^2$ 上所有的点 $P(x, y)$ 等等，这些都能构成集合。

二、集合的表示法

通常用大写字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合，而用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合的元素。如果 a 是集合 A 的元素，就写成 $a \in A$ ，读作“ a 属于 A ”，如果 a 不是集合 A 的元素，就写成 $a \notin A$ ，读作“ a 不属于 A ”。这就是说，在表示元素与集合的从属关系时要用符号 $\in$ 或 $\notin$ 。常用的数集用特定的字母来表示： N 表示自然数集， Z 表示整数集， Z^+ 表示正整数集， Z^- 表示负整数集， Q 表示有理数集， Q^+ 表示正有理数集， Q^- 表示负有理数集， R 表示实数集， R^+ 表示正实数集。

集, $\mathbb{R}$ 表示负实数集。

构成集合的元素的数量有多有少。含有有限个元素的集合叫做有限集; 含有无限个元素的集合叫做无限集。例如, 由 1, 2, 3, 4 构成的集合是有限集, 而自然数集 $\mathbb{N}$ 是无限集。

只含有一个元素的集合叫做单元素集。不含任何元素的集合叫做空集, 通常用 ϕ 表示空集。如, 方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实数解集就是空集。

对集合的表示, 常用的方法是列举法和描述法。用把属于某集合的元素一一列举出来写在 $\{ \}$ 内表示集合的方法叫列举法。

例如, 由 a, b, c 构成的集合 A 表示为

$$A = \{a, b, c\}$$

由鞋, 帽, 表构成的集合 B 表示为

$$B = \{\text{鞋}, \text{帽}, \text{表}\}$$

$\{a\}$ 表示由元素 a 构成的单元素集, 这里的元素 a 是 a 的代表, 而 a 本身表示一个元素。就是说 $\{a\}$ 与 a 是不同的。

$\{0\}$ 表示由元素 0 构成的单元素集, 它不是空集。 $\{ \}$ 中没有任何元素, 即是空集, 用字母 ϕ 来表示。

用把属于某集合的元素的特定性质描述出来写在 $\{ \}$ 内表示集合的方法叫描述法。例如, 由小于 5 的正整数构成的集合 A 表示为

$$A = \{\text{小于 } 5 \text{ 的正整数}\}$$

或表示为

$$A = \{x | x < 5 \text{ 且 } x \in \mathbb{Z}^+\}$$

又如, 由 0, ± 2 , ± 4 , ± 6 为元素构成的集合 B 可表示为

$$B = \{\text{偶数}\}$$

或表示为

$$B = \{\text{能被2整除的数}\}$$

或表示为

$$B = \{x \mid x \text{ 能被 } 2 \text{ 整除}\}$$

或表示为

$$B = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{Z}\}$$

列举法与描述法都是通常用来表示集合的方法，其中描述法更为基本，因为凡能用列举法表示的集合都可以用描述法表示。但对元素个数较少的集合用列举法表示更为简明。

例如， $A = \{x \mid 2 < x < 5 \text{ 且 } x \in \mathbb{N}\}$ 可用列举法表示为

$$A = \{3, 4\}$$

例1 把下列各题中所叙述的事物用集合的描述法或列举法表示出来，并说明它是有限集还是无限集？

1. 大于2而小于12的偶数；
2. 方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解；
3. 面积是25平方厘米的三角形；
4. 能被5整除的自然数；
5. 星火农场的牛马羊。

解 1. $\{4, 6, 8, 10\}$ ，是有限集；

2. $\{2, 3\}$ ，是有限集；

3. $\{\text{面积是25平方厘米的三角形}\}$ ，是无限集；

4. $\{x \mid x = 5n, n \in \mathbb{N}\}$ ，是无限集；

5. $\{\text{星火农场的牛马羊}\}$ ，是有限集。

例2 判断下列各题中给定的元素是否属于集合A、B、C？

1. 元素: 1, 3, 6, 8

集合: $A = \{\text{被 2 整除的自然数}\}$, $B = \{\text{被 4 整除的自然数}\}$, $C = \{\text{被 3 整除的自然数}\}$

2. 元素: 与圆心 O 的距离为 3 的一点 P

集合: $A = \{\text{与圆心 } O \text{ 的距离大于 2 的点}\}$, $B = \{\text{与圆心 } O \text{ 的距离小于 2 的点}\}$, $C = \{\text{与圆心 } O \text{ 的距离等于 2 的点}\}$

3. 元素: 边长是 1 的正方形 Q

集合: $A = \{\text{多边形}\}$, $B = \{\text{平行四边形}\}$, $C = \{\text{四面体}\}$

4. 元素: $f(x) = x^2 + 2x + 3$

集合: $A = \{\text{单项式}\}$, $B = \{\text{多项式}\}$, $C = \{\text{代数式}\}$

5. 元素: 坐标平面上的点 $P_1(1, 2)$, $P_2(0, 3)$

集合: $A = \{(x, y) \mid 2x^2 - y = 0\}$

$B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 5\}$

$C = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 9\}$

解 1. $1 \notin A$, $1 \notin B$, $1 \notin C$, $3 \notin A$, $3 \notin B$,
 $3 \in C$, $6 \in A$, $6 \notin B$, $6 \in C$, $8 \in A$,
 $8 \in B$, $8 \notin C$

2. $P \in A$, $P \notin B$, $P \notin C$

3. $Q \in A$, $Q \in B$, $Q \notin C$

4. $f(x) \notin A$, $f(x) \in B$, $f(x) \in C$

5. $P_1 \in A$, $P_1 \in B$, $P_1 \notin C$,
 $P_2 \notin A$, $P_2 \notin B$, $P_2 \in C$

例 3 用另一种表示法写出下列各集合:

1. $\{ \text{种子萌发的三个条件} \}$;
 2. $\{ 2, 4, 6, 8 \}$;
 3. $\{ x \mid x^2 = 4 \}$.
- 解** 1. $\{ \text{空气, 水分, 温度} \}$;
2. $\{ x \mid x = 2n, 1 \leq n \leq 4 \text{ 且 } n \in \mathbb{N} \}$;
3. $\{ -2, 2 \}$.

在讨论集合时还需明确下面问题:

1. 集合中的元素不能重复出现。就是说, 在集合中同一事物不能当作不同元素, 而必须作为同一个元素对待。例如, 集合 $\{ a, b, c, d \}$ 不能写成 $\{ a, a, b, c, d \}$ 或 $\{ a, b, c, b, d \}$ 等。即在 $\{ \}$ 内任何表示元素的字母都不能重复出现。

2. 集合中的元素不考虑顺序。就是说, 两个集合只要是它们的元素完全相同, 不论元素排列的顺序怎样, 它们都是相同的集合。例如, $\{ a, b, c, d \}$ 与 $\{ b, d, d, c \}$ 是相同的两个集合。

练习

1. 什么叫集合? 举例说明。

2. 写出下列集合中所有的元素:

- ① $A = \{ \text{一年的四个季节} \}$;
- ② $B = \{ \text{人的十二个属象} \}$;
- ③ $C = \{ \text{太阳系的九大行星} \}$;
- ④ $D = \{ \text{方程 } x^2 - 11x + 28 = 0 \text{ 的解} \}$ 。

3. 填空:

- ① 元素与集合之间的关系是——或——;
- ② 集合 $\{ 0 \}$ ——空集, 而是——集。

4. 把下列集合用另一种方法表示:

① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$;

② $\{\text{一年的二十四个节气}\}$;

③ $\{x \mid x^2 - 8x + 7 = 0\}$;

④ $\{(x, y) \mid x + 2y = 5, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$.

习题1-1

1. 在—上填写符号 $\in$ 或 $\notin$:

① $a \underline{\quad} \{a, b\}$, $c \underline{\quad} \{a, b\}$;

② $2 \underline{\quad} \mathbb{N}$, $0 \underline{\quad} \mathbb{N}$, $-2 \underline{\quad} \mathbb{N}$;

③ $\sqrt{3} \underline{\quad} \mathbb{Q}$, $8 \underline{\quad} \mathbb{R}$, $-5 \underline{\quad} \mathbb{Z}$;

④ $0.3 \underline{\quad} \mathbb{Q}$, $\sqrt{5} \underline{\quad} \mathbb{R}$, $0.6 \underline{\quad} \mathbb{Z}$.

2. 写出下面集合中的元素:

① $\{\text{能整除15的整数}\}$;

② $\{\text{大于10而小于20的偶数}\}$;

③ $\{\text{我国万里长城所经过的省}\}$;

④ $\{(x, y) \mid 3x + y = 11, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$;

3. 表示出下列各集合, 指出其中的有限集与无限集:

① 所有被5整除的数;

② 一年中有30天的月份;

③ 方程 $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$ 的解;

④ 不等式组 $\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - 3 < 3 \end{cases}$ 的解.

4. 设集合 $A = \{x \mid x \text{ 是一位偶数}\}$,

问: 下列集合哪个是空集? 哪个是单元素集?

① $B = \{x \mid x > 2 \text{ 且 } x \in A\}$;

② $C = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x + 2 = 10\}$;

③ $D = \{x \mid x > 8 \text{ 且 } x \in A\}$;

§ 1—2 子集与并集

一、子集

在图1—1中，表示集合A的圆含于表示集合B的圆内，我们称集合A是集合B的子集。确切地说，如果集合A的每一个元素都是集合B的元素，那么集合A叫集合B的子集，记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A$$

读作“A包含于B”，或“B包含A”，例如

$$\{a, b, c, d\} \supseteq \{a, b\}$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}, \mathbb{R} \supseteq \mathbb{Z}, \mathbb{R} \supseteq \mathbb{Q}, \mathbb{Z}^+ \subseteq \mathbb{Z}$$

对于任何一个集合A，因为它的每一个元素都属于集合A，所以每个集合A都是它自身的子集，即 $A \subseteq A$ 。

如果A是B的子集，并且B中至少有一个元素不属于A，那么A叫B的真子集。记作 $A \subset B$ ，或 $B \supset A$ 。例如

$$\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$$

$$\{\text{矩形}\} \subset \{\text{平行四边形}\}$$

$$\{\text{第一季度的月份}\} \subset \{\text{一年中的月份}\}$$

$$\{-1 \leq x \leq 3\} \subset \{-2 \leq x \leq 5\}$$

$$\{\text{机械一班的学生}\} \subset \{\text{全校学生}\}$$

我们规定，空集是任何集合的子集，所以对任何集合A，有

$$\phi \subseteq A$$

对于两个集合A与集合B来说，如果 $A \subseteq B$ 同时 $B \subseteq A$ ，就说集合A与集合B相等，记作

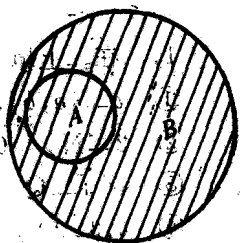


图1—1

$$A = B$$

例1 写出 $\{1, 2, 3\}$ 的所有子集与真子集。

解 $\{1, 2, 3\}$ 的所有子集是

$\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

上面子集中, 除了 $\{1, 2, 3\}$ 以外的子集都是 $\{1, 2, 3\}$ 的真子集。

通过这道题, 还要我们注意, 在写某集合的子集时不要忘掉它自身与空集也是它的子集。

二、并集

图1—2表示把集合A与集合B的所有元素统统合并起来构成一个新的集合, 这就是并集。

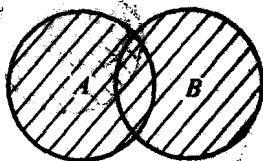


图1—2

确切说, 由属于集合A的元素或集合B的元素合并而成的集合, 叫做A和B的并集, 记作

$$A \cup B$$

读作“A并B”, 表示为 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

在上面的定义中, “ $x \in A$ 或 $x \in B$ ”的含意是① $x \in A$ 而 $x \notin B$; ② $x \in B$ 而 $x \notin A$; ③ $x \in A$ 且 $x \in B$ 。在一个具体问题中这三种情况不一定同时出现, 有时可能出现其中的一种或两种。用图1—3中的阴影部分表示 $A \cup B$ 。①, ②, ③分别表示“ $x \in A$ 或 $x \in B$ ”的三种情况。

上面讨论的集合A与集合B的并集用集合C来表示, 记作 $C = A \cup B$ 。

由图1—3可以看出, 集合A与集合B都是它们的并集的子集, 即

$$A \subseteq A \cup B \quad B \subseteq A \cup B$$