

王后雄学案

教材完全学案

数学

八年级（下）

配浙教版

丛书主编：王后雄

本册主编：张 胜



导航 丛书系列



接力出版社
Publishing House

全国优秀出版社
SPLENDID PUBLISHING HOUSE IN CHINA

王后雄学案

教材完全学案

数 学

八年级（下）
配浙教版

丛书主编：王后雄
本册主编：张 胜
编 委：刘新平
吴金焕
古翠霞
蔡得欢
占德才

熊爱军
罗校生
孙 攀
王 鹏
吴材章



接力出版社
Jie Li Publishing House

全国优秀出版社
NATIONAL EXCELLENT PUBLISHING HOUSE

丛书策划：熊 辉
责任编辑：李朝晖
责任校对：宁 彬
封面设计：蔚 蓝

JIAOCAI WANQUAN XUE AN
SHUXUE

教材完全学案

数学 八年级（下） 配浙教版

丛书主编：王后雄 本册主编：张 胜

*

社 长：黄 俭 总编辑：白 冰

接力出版社出版发行

广西南宁市园湖南路9号 邮编：530022

E-mail: jielipub@public.nn.gx.cn

咸宁市中南科择印务有限责任公司印刷 全国新华书店经销

*

开本：889毫米×1194毫米 1/16 印张：11.25 字数：294千

2008年12月第2版 2008年12月第2次印刷

ISBN 978-7-5448-0161-4

定价：18.70元

如有印装质量问题，可直接与本社调换。如发现画面模糊，字迹不清，断笔缺画，严重重影等疑似盗版图书，请拨打举报电话。

盗版举报电话：0771-5849336 5849378

读者服务热线：027-61883306

《教材完全学案》导读图示

完备的学习方案

详尽的问题剖析

深入的学习引导

精辟的课堂讲解

新典的母题迁移

分层的优化测控

让我们一起去揭开《教材完全学案》神奇高效的学习秘密!

课标考纲解读

全真展示每课(节)内容的课标要求及考纲指向,权威锁定学习目标 and 考点能级,伴您在学习中把握方向,在考试中稳操胜券。

状元学习方案

权威名师指点学习方法,点拨解题疑点,理清基本思路,制定学习方案,搭建智力平台,助您倍速学习,提升学习成绩。

考点知识清单

全息式呈现学科基本知识点和能力点,菜单式的科学梳理将考点习题化设计,便于您在练习中实现对学科考点的理解和记忆。

要点核心解读

同步、完备的学习方案,总结、提炼知识、规律和方法,系统形成知识结构,凸现解题的答题要点和思路规律。

典例分类剖析

例题新颖、科学,具有母题的特征和功能。以案例剖析方式进行示范,展示解题思路和方法,让您的解题能力和技巧全面提升。



第21章 二次根式

21.1 二次根式

课标考纲解读

1. 能正确理解二次根式的意义、代数式的意义。
2. 会确定二次根式中被开方数中的字母的取值范围。

状元学习方案

本节内容学习一定要紧扣概念,正确理解二次根式和算术平方根的关系,并能根据算术平方根的意义理解二次根式的性质。



教材知识检索

考点知识清单

- 一、二次根式的定义
- 一般地,形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫二次根式," $\sqrt{\quad}$ "称为二次根号,二次根号下的" a "叫做被开方数,对于二次根式的定义,可从以下几个方面理解:
1. 从形式上看,二次根式必须含有 $\sqrt{\quad}$ 。

要点核心解读

1. 二次根式的非负性: $\sqrt{a} \geq 0$ ($a \geq 0$)
- 因为二次根式 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 表示 a 的算术平方根,所以 $\sqrt{a} \geq 0$ 。
- 注意:这个性质在解题中应用较多。如:若 $\sqrt{a+1}b=0$,则 $\sqrt{a+1}=0$, $b=0$,所以 $a=0$, $b=0$ 。

典例分类剖析

考点1 二次根式有意义的条件

命题规律

此类题多以填空、选择的形式出现,确定二次根式有意义时,代数式中字母的取值范围一般分整式和分式两种情形。

【例1】当 x 为何值时,下列各式有意义?

(1) $\sqrt{2-3x}$; (2) $\sqrt{-x^2}$; (3) $\sqrt{(x-3)^2}$; (4) $\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{1-x}}$

【解析】根据分式与二次根式成立的条件,对各项进行具体分析,从而解出使各式成立的 x 的取值范围,这是解决这类题目的一般方法。

解:(1)由 $2-3x \geq 0$,得 $x \leq \frac{2}{3}$ 。

$\therefore$ 当 $x \leq \frac{2}{3}$ 时, $\sqrt{2-3x}$ 有意义。

(2) $\because -x^2 \geq 0, \therefore x^2 = 0, \therefore x = 0$ 。

- $\therefore$ 当 $x=0$ 时, $\sqrt{-x^2}$ 有意义。
- (3) $\because (x-3)^2 \geq 0, \therefore x$ 取任意实数。
- $\therefore$ 当 x 取任意实数时, $\sqrt{(x-3)^2}$ 有意义。
- (4)根据二次根式和分式的定义可知,
- x 应满足 $\begin{cases} 3x-1 \geq 0 \\ 1-x > 0 \end{cases}$,解得 $\frac{1}{3} \leq x < 1$ 。

$\therefore$ 当 $\frac{1}{3} \leq x < 1$ 时, $\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{1-x}}$ 有意义。

【点拨】对于二次根式,它有意义的条件是被开方数非负;对于分式,它有意义的条件是分母不为零。若分式的分母含二次根式,则它有意义的条件为分母不为零且根号下被开方数非负,注意是用“且”而不是用“或”,如(4)就是这种情形。

【母题迁移】1. 当 x 取什么实数时,下列各式有意义?

(1) $\sqrt{x+2}$; (2) $\sqrt{5-3x}$; (3) $\sqrt{(3x+1)^2}$;

(4) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{4-3x}$; (5) $\frac{\sqrt{2x-1}}{x-5}$; (6) $\frac{\sqrt{3x+10}}{\sqrt{6-x}}$

2. (2007年湖北武汉)在函数 $y = \sqrt{x-1}$ 中,自变量 x 的取值范围是()。

- A. $x \geq -1$ B. $x \neq 1$ C. $x \geq 1$ D. $x \leq 1$

自主评价反馈

考点知识清单

① ≥ 0 ② $\sqrt{\quad}$ ③ $\geq$ ④ $<$ ⑤ $\geq$ ⑥ $\geq$ ⑦ a

⑧ $|a|$ ⑨加、减、乘、除、乘方和开方

母题迁移

1. (1) $x \geq -2$; (2) $x \leq \frac{5}{3}$; (3) x 取任何实数;

(4) $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{4}{3}$; (5) $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 5$; (6) $-\frac{10}{3} \leq x < 6$ 。

2. C. 3. A. 4. $-2a-1$ 5. -1

6. (1) $(x^2+2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$; (2) $x(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$; (3) $(x+\sqrt{3})^2(x-\sqrt{3})^2$ 。

教辅大师王后雄教授、特级教师科学而超前的体例设置，
帮您赢在了学习起点，成就您人生的夙愿。

题记

优化分层测试

精心设计“基础巩固题”“能力提高题”“综合拓展题”三层递进测试，分别适用于巩固、提高、迁移和运用训练，使课堂知识得到延伸与拓展。试题新颖，训练效果显著。

单元知识整合

整理单元知识，构建结构体系，让您对本单元的知识、规律和方法一目了然，强化知识记忆，是在单元测试中取得高分的必经阶梯。

新典考题分析

展示中考真题，探究出题规律。权威的命题分析、精透的解题分析、明晰的错解误区思辨，使您对中考内容及题型了如指掌。

答案与提示

稍有难度的题目皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。让您不但知其然，且知其所以然。能使您养成良好规范的答题习惯。

教材完全学案 数学 九年级(上)

优化分层测试

学业水平测试

- 化简 $\sqrt{16}$ 的值为().
A. 4 B. -4 C. ± 4 D. 16
- 已知 $\sqrt{20n}$ 是整数，则满足条件的最小正整数 n 为().
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

中考能力测试

- 一、选择题
1. 要使 $\sqrt{x-4} + \sqrt{3-x}$ 有意义， x 的取值范围是().
A. $x \geq 4$ B. $4 < x \leq 5$
C. $4 \leq x \leq 5$ D. $x < 4$

单元知识整合

一、主要概念

1. 二次根式

式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫做二次根式，其中 a 叫做被开方数。

$\sqrt{\quad}$ 叫做二次根号，根指数是 2，省略不写。

2. 最简二次根式

二次根式满足下列两个条件：

(1) 被开方数不含开得尽方的因数或因式；

(2) 被开方数不含分母。

则称二次根式为最简二次根式。

在进行二次根式的运算时，如果结果中含有二次根式，则必须化成最简二次根式。

3. 同类二次根式

几个二次根式化成最简二次根式以后，如果被开方数相同，那么这几个二次根式叫做同类二次根式。

新典考题分析

【例 1】(2007 年广东梅州) 计算：

$$\sqrt{4} - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 1 - 3 + (\sqrt{2}-1)^0.$$

【解析】 求指数和负整数指数运算法则在实数范围内仍然成立。

【答案】 原式 $= 2 - 2 \times 2 + 3 + 1 = 2$.

【点拨】 (1) 在有理数范围内学习的运算律和运算法则在实数范围内仍然适用。

(2) 在混合运算时，运算顺序是先乘方，再乘除，最后加减，有括号先去括号。

【例 2】(2007 年湖南张家界) 当 $a = \sqrt{2} + 1$ 时，求 $\frac{a+1}{a-1} \cdot \frac{a^2-4}{(a+1)^2 + \frac{1}{a^2-1}}$ 的值。

【解析】 本题要先对分式按顺序进行化简，再代入求值。

【答案】 原式 $= \frac{a+1}{a-1} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{(a+1)^2} \cdot (a^2-1)$

$$= \frac{a+1}{a-1} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{(a+1)^2} \cdot (a+1)(a-1)$$

$$= (a+2)(a-2).$$

当 $a = \sqrt{2} + 1$ 时，

$$\text{原式} = (\sqrt{2} + 1 + 2)(\sqrt{2} + 1 - 2)$$

$$= (\sqrt{2} + 3) \cdot (\sqrt{2} - 1)$$

$$= 2\sqrt{2} - 1.$$

【点拨】 此题是分式的化简和二次根式的运算的综合题，这类题是近年中考的热点题，它把分式和二次根式结合起来，考查学生的运算能力，化简时要注意运算顺序。

答案与提示

第 21 章 二次根式

21.1 二次根式

学业水平测试

1. A 2. D 3. A 4. B 5. 1 6. ≥ 0 7. A

中考能力测试

1. C 【点拨】 $\begin{cases} x-4 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 5 \end{cases}$ ，即 $4 \leq x \leq 5$.

2. B 【点拨】 $\sqrt{9-6a+a^2} = \sqrt{(3-a)^2} = |3-a|$ ，当 $a \leq 3$ 时，

$$|3-a| = 3-a.$$

3. C 【点拨】 易知 $m < 0, n < 0$ ， $\therefore$ 点 $P(m, n)$ 在第三象限。

4. C 【点拨】 $\because x < 0, \therefore |3x + \sqrt{x^2}| = |3x + |x|| = |3x - x| = |2x| = -2x.$

5. 37 【点拨】 由题意知 $\sqrt{1-3a} + 18b - 31 = 0, \therefore 1-3a = 0$ 且

$$8b - 3 = 0, \text{解得 } a = \frac{1}{3}, b = \frac{3}{8}, \therefore \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 27 = 8^2 - 27 = 37.$$

6. -2a 【点拨】 由图可知 $a+b < 0, b-a > 0, \therefore |a+b| + \sqrt{(b-a)^2} = |a+b| + |b-a| = -(a+b) + (b-a) = -2a.$



目 录

CONTENTS

第1章 二次根式

1.1 二次根式	1
1.2 二次根式的性质(1)	3
1.2 二次根式的性质(2)	6
1.3 二次根式的运算(1)	8
1.3 二次根式的运算(2)	11
1.3 二次根式的运算(3)	14
单元知识整合	17
新典考题分析	17

第2章 一元二次方程

2.1 一元二次方程(1)	19
2.1 一元二次方程(2)	21
2.2 一元二次方程的解法(1)	23
2.2 一元二次方程的解法(2)	25
2.2 一元二次方程的解法(3)	27
2.3 一元二次方程的应用(1)	30
2.3 一元二次方程的应用(2)	33
单元知识整合	36
新典考题分析	36

第3章 频数及其分布

3.1 频数与频率(1)	38
3.1 频数与频率(2)	41
3.2 频数分布直方图	43
3.3 频数分布折线图	46
单元知识整合	49
新典考题分析	49

第4章 命题与证明

4.1 定义与命题(1)	51
4.1 定义与命题(2)	53
4.2 证明(1)	55

4.2 证明(2)	58
4.2 证明(3)	60
4.3 反例与证明	63
4.4 反证法	65
单元知识整合	67
新典考题分析	67

第5章 平行四边形

5.1 多边形(1)	69
5.1 多边形(2)	72
5.1 多边形(3)	75
5.2 平行四边形	78
5.3 平行四边形的性质(1)	81
5.3 平行四边形的性质(2)	84
5.4 中心对称	87
5.5 平行四边形的判定(1)	90
5.5 平行四边形的判定(2)	93
5.6 三角形的中位线	96
5.7 逆命题和逆定理	99
单元知识整合	102
新典考题分析	102

第6章 特殊平行四边形与梯形

6.1 矩形(1)	104
6.1 矩形(2)	107
6.1 矩形(3)	110
6.2 菱形(1)	113
6.2 菱形(2)	116
6.3 正方形	119
6.4 梯形(1)	122
6.4 梯形(2)	125
单元知识整合	128
新典考题分析	128

答案与提示	130
-------	-----



第1章 二次根式

1.1 二次根式

课标考纲解读

1. 掌握二次根式的意义及被开方数的要求.
2. 理解二次根式与算术平方根之间的关系.
3. 根据二次根式意义, 判断代数式是不是二次根式.
4. 会确定二次根式中字母的取值范围.

状元学习方案

本讲内容学习一定要紧扣概念, 正确理解平方与开方之间的关系, 要多做多练, 以达到准确掌握与灵活运用知识的目的.

- 重点解决: 1. 被开方式中字母的取值范围.
2. 能准确判断代数式是不是二次根式.



教材知识检索



考点知识清单

1. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 表示的意义是什么?
2. 关于求代数式中字母的取值范围: 若代数式中有多个二次根式时, 必须使每个二次根式都 _____, 如果含分式, 应使分母 _____.



要点核心解读

1. 理解二次根式的概念要从平方根和算术平方根开始, 它并不是一个新的概念, 而是来自于已经学过的平方根和算术平方根.
2. 表示一个数或一个有理式的算术平方根的代数式, 就是二次根式, 其实质就是算术平方根.
3. 判断一个根式是否是二次根式, 必须满足两个条件:
 - (1) 被开方数是非负数;
 - (2) 根指数是 2.
4. 二次根式字母的取值直接决定二次根式是否有意义, 求二次根式中字母的取值范围, 就是要求被开方式必须是非负数时字母所满足的条件.



典例分类剖析

考点1 二次根式的定义

命题规律

1. 能根据二次根式的定义, 判断二次根式.
2. 能准确说出判断理由.

[例1] 下列各式哪些是二次根式? 哪些不是? 为什么?

- (1) $\sqrt{21}$; (2) $\sqrt{3-x}$ ($x \leq 3$); (3) $\sqrt{a^2+1}$; (4) $\sqrt{-6a}$;
(5) $\sqrt[3]{9}$; (6) $\sqrt{-x^2-2x-1}$; (7) $\sqrt{-m^2-2}$.

[解析] 判断一个式子是不是二次根式, 就是根据二次根

式的定义, 判断该式是否符合下列两条件, 其一是不是二次根号, 其二被开方数是不是一定为非负实数.

[答案] 解: (1) $\because 21 > 0, \therefore \sqrt{21}$ 是二次根式;

(2) 由 $x \leq 3$ 得 $3-x \geq 0, \therefore \sqrt{3-x}$ 是二次根式;

(3) $\because a^2+1 > 0, \therefore \sqrt{a^2+1}$ 是二次根式;

(4) 当 $-6a \geq 0$, 即 $a \leq 0$ 时, $\sqrt{-6a}$ 是二次根式;

当 $-6a < 0$, 即 $a > 0$ 时, $\sqrt{-6a}$ 不是二次根式;

(5) $\because \sqrt[3]{9}$ 不是二次根号, $\therefore \sqrt[3]{9}$ 不是二次根式;

(6) $\because -x^2-2x-1 = -(x+1)^2$,

当 $x = -1$ 时, $\sqrt{-x^2-2x-1}$ 是二次根式;

当 $x \neq -1$ 时, $-(x+1)^2 < 0$,

$\therefore \sqrt{-x^2-2x-1}$ 不是二次根式;

(7) $\because -m^2-2 < 0, \therefore \sqrt{-m^2-2}$ 不是二次根式.

[点拨] 二次根式必须具备两个特征: (1) 根指数为 2, 即含有二次根号; (2) 被开方数为非负实数.

[母题迁移] 1. 下列各式中, 不是二次根式的是 ().

- A. $\sqrt{9}$ B. $\sqrt{-x^2-1}$ C. $\sqrt{x^2+y^2}$ D. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

考点2 二次根式中字母的取值范围

命题规律

能根据二次根式的意义, 准确地判断二次根式中字母的取值范围.

[例2] x 为何值时, 下列各式在实数范围内有意义?

- (1) $\sqrt{2x+3}$; (2) $\sqrt{1-3x}$; (3) $\sqrt{(x-5)^2}$.

[解析] 二次根式有意义, 只要满足被开方数是非负数即可.

[答案] 解: (1) $2x+3 \geq 0$, 即 $x \geq -\frac{3}{2}$.

$\therefore$ 当 $x \geq -\frac{3}{2}$ 时, $\sqrt{2x+3}$ 有意义.

(2) $1-3x \geq 0$, 即 $x \leq \frac{1}{3}$.

$\therefore$ 当 $x \leq \frac{1}{3}$ 时, $\sqrt{1-3x}$ 有意义.



(3) $\because x$ 不论取何实数, 总有 $(x-5)^2 \geq 0$,

$\therefore x$ 为任意实数, $\sqrt{(x-5)^2}$ 有意义.

[点拨] 依条件列出不等式, 解不等式时应注意不等号的方向是否变化.

[母题迁移] 2. 二次根式 $\sqrt{3x-4}$ 有意义的条件是

自主评价反馈

考点知识清单

1. 表示 $a(a \geq 0)$ 的算术平方根 2. 有意义 不为 0

母题迁移

1. B 2. $x \geq \frac{4}{3}$



优化分层测试



学业水平测试

1. 使式子 $\sqrt{2x-4}$ 有意义的 x 的取值范围为().
A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \geq 0$ D. $x < 2$
2. 当 x _____ 时, 二次根式 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义.
3. 当 x _____ 时, $\sqrt{2x-3}$ 是二次根式.
4. 二次根式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义的条件是_____.
5. 当 x 满足条件_____时, $\sqrt{\frac{-1}{x}}$ 在实数范围内有意义.
6. 当 a _____ 时, $\frac{\sqrt{a-2}}{a-5}$ 在实数范围内有意义.
7. 如果 $\sqrt[m]{m-n}$ 是二次根式, 那么 m, n 应满足的条件是_____.



中考能力测试

(测试时间: 45 分钟 测试满分: 100 分)

一、选择题(每小题 5 分, 共 30 分)

1. 下列各式不是二次根式的是().
A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt{a}(a \geq 0)$ C. $3\sqrt{2}$ D. $\sqrt{-3}$
2. 使式子 $\frac{1}{2-\sqrt{x}}$ 有意义的 x 值为().
A. $x \neq 4$ 的正实数 B. $x \neq 4$ 的非负数
C. $x \geq 0$ 的实数 D. $x < 2$ 的实数
3. 代数式 $6 - \sqrt{x+4}$ 的值().
A. 当 $x=0$ 时最大 B. 当 $x=0$ 时最小
C. 当 $x=-4$ 时最大 D. 当 $x=-4$ 时最小
4. 式子 $\sqrt{5-2x}$ 表示二次根式, 则 x 应满足的条件是().
A. $x = \frac{5}{2}$ B. $x < \frac{5}{2}$
C. $x \geq \frac{5}{2}$ D. $x \leq \frac{5}{2}$
5. x 为任意实数, 下列式子恒有意义的是().
A. $\sqrt{x^2-1}$ B. $\sqrt{-x^2}$
C. $\sqrt{\frac{1}{x^2}}$ D. $\sqrt{(x-1)^2}$
6. 若 $\sqrt{|a+1|}-3$ 在实数范围内有意义, 则 a 应满足的条件是().
A. $a=2$ B. $a \geq 2$
C. $a \leq -4$ D. $a \geq 2$ 或 $a \leq -4$

二、填空题(每空 4 分, 共 20 分)

7. 使 $\sqrt{5-a} + \frac{1}{\sqrt{a-1}}$ 有意义的 a 的取值范围是_____.
 8. 若 $y = \sqrt{2x-1} + \sqrt{1-2x} + 8$, 则 $\sqrt{xy} =$ _____.
 9. 若 $\sqrt{x+2y} + \sqrt{3x-2y-4} = 0$, 则 $x =$ _____, $y =$ _____.
 10. 若 $\sqrt{3+x}$ 不是二次根式, 则 x 的取值范围是_____.
- 三、解答题(共 50 分)
11. (12 分) 下列各式中哪些是二次根式? 哪些不是? 为什么?
(1) $\sqrt{15}$; (2) $\sqrt{-7}$;
(3) $\sqrt{x^2+2x+1}$; (4) $\sqrt{-3x}(x \leq 0)$.

12. (12 分) 试判断当代数式中的字母取何值时, 下列各式有意义.

(1) $\sqrt{\frac{1}{2x-8}}$; (2) $\sqrt{(x-5)^2}$;

(3) $\sqrt{\frac{1}{|x|}}$; (4) $\frac{\sqrt{1-x}}{2-|x|}$.

13. (13 分) 已知 a, b, c 满足 $\frac{1}{2}|a-b| + \sqrt{2b+c} + c^2 - c + \frac{1}{4} = 0$, 求 $a(b+c)$ 的值.

14. (13 分) 若 $|a-b+11|$ 与 $\sqrt{a+2b-4}$ 互为相反数, 则 $(a+b)^{2007}$ 的值为多少?



1.2 二次根式的性质(1)

课标考纲解读

1. 会用 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$, $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$ 的性质, 化简二次根式.
2. 通过二次根式性质 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$, $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$ 的运用, 初步掌握分类讨论的思想方法.
3. 注意两个公式的形式和字母的取值范围, 并能选择正确的公式进行化简或计算.

状元学习方案

本讲内容的学习要熟记化简公式, 要在理解的基础上, 多做多练, 以达到准确掌握和灵活运用的目的.

重点解决: 1. 公式的使用与逆向使用.

2. 初步掌握分类讨论的思想方法.



教材知识检索



考点知识清单

1. $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 有区别吗?
2. 化简二次根式 $\sqrt{a^2}$ 时, 可转化为什么问题?
3. $(\sqrt{a})^2 = \underline{\hspace{2cm}} (a \geq 0)$; $\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$
4. $(\sqrt{317})^2 = \underline{\hspace{2cm}}; \sqrt{(-0.2)^2} = \underline{\hspace{2cm}};$
 $\sqrt{(\pi-5)^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$



要点核心解读

1. 平方和开平方互为逆运算, 注意公式 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ 的使用和逆向使用.
2. 使用公式 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$ 时可分为三步:
 - (1) 若被开方式是一个二次三项式, 一般先对二次三项式进行配方;
 - (2) 去“ $\sqrt{\hspace{0.5cm}}$ ”加“ $| \hspace{0.5cm} |$ ”;
 - (3) 根据绝对值的意义去掉绝对值符号.



典例分类剖析

考点1 计算

命题规律

能利用公式进行简单计算.

[例1] 计算:

- (1) $(\sqrt{5})^2$;
- (2) $(\sqrt{\frac{1}{5}})^2$;
- (3) $(-\sqrt{\frac{1}{5}})^2$;
- (4) $(-2\sqrt{\frac{1}{2}})^2$;
- (5) $\sqrt{(-\frac{2}{3})^2}$;
- (6) $\sqrt{(-7)^2}$;
- (7) $-\sqrt{7^2}$;
- (8) $-\sqrt{(-7)^2}$.

[解析] (1)、(2)应用性质 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$. (3)、(4)要根据积的乘方法则求解. 其中 $-\sqrt{\frac{1}{5}}$ 可写成 $-1 \times \sqrt{\frac{1}{5}}$, $-2\sqrt{\frac{1}{2}}$ 可写成 $-2 \times \sqrt{\frac{1}{2}}$. (5)、(6)应用性质 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$. (7)、(8)根号前的负号可看做是 -1 与整个二次根式的乘积.

[答案] 解: (1) $(\sqrt{5})^2 = 5$;

$$(2) (\sqrt{\frac{1}{5}})^2 = \frac{1}{5};$$

$$(3) (-\sqrt{\frac{1}{5}})^2 = (-1)^2 \times (\sqrt{\frac{1}{5}})^2 = 1 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5};$$

$$(4) (-2\sqrt{\frac{1}{2}})^2 = (-2)^2 \times (\sqrt{\frac{1}{2}})^2 = 4 \times \frac{1}{2} = 2;$$



$$(5) \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \left|-\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3};$$

$$(6) \sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7;$$

$$(7) -\sqrt{7^2} = -|7| = -7;$$

$$(8) -\sqrt{(-7)^2} = -|-7| = -7.$$

[点拨] 在运用 $\sqrt{a^2} = |a|$ 公式时,一定要先将它加上绝对值符号,然后再化简,尤其要注意(5)、(6)与(7)、(8)间的区别,符号不要弄错.

[母题迁移] 1. 式子 $\sqrt{25a^2} (a \geq 0) =$ _____.

考点2 求值

命题规律

能根据二次根式的意义求代数式的值.

[例2] 设 a, b, c 都是实数,且满足 $(2-a)^2 + \sqrt{a^2+b+c} + |c+6| = 0, ax^2+bx+c=0$, 求 x^2+x+1 的值.

[解析] 此题的已知条件是几个非负数的和等于0,故可以用非负数的性质求出 a, b, c 的值,再代入 $ax^2+bx+c=0$ 中求出 x^2+x+1 的值.

[答案] 解: $\because (2-a)^2 \geq 0, \sqrt{a^2+b+c} \geq 0, |c+6| \geq 0$,
而 $(2-a)^2 + \sqrt{a^2+b+c} + |c+6| = 0$,

$$\therefore \begin{cases} 2-a=0, \\ a^2+b+c=0, \\ c+6=0, \end{cases} \text{解之得} \begin{cases} a=2, \\ b=2, \\ c=-6. \end{cases}$$

将 $a=2, b=2, c=-6$ 代入 $ax^2+bx+c=0$ 中得 $2x^2+2x-6=0$,
即 $x^2+x=3$,

$$\therefore x^2+x+1=4.$$

[点拨] 解此类问题,通常是根据非负数的性质将其转化为方程组的问题求解.这里将 x^2+x 视为一个整体,运用整体思想求值.

[母题迁移] 2. 若 $y = \sqrt{5x-5} + \sqrt{5-5x} + 1$, 则 $x+y =$ _____.

自主评价反馈

考点知识清单

1. (1) $\sqrt{a^2}$ 中 a 为全体实数, $(\sqrt{a})^2$ 中必须 $a \geq 0$; (2) $(\sqrt{a})^2$

表示 a 的算术平方根的平方, $\sqrt{a^2}$ 表示 a^2 的算术平方根

2. 可转化为绝对值的化简问题

$$3. a \quad |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases} \quad 4. 317 \quad 0.2 \quad 5 - \pi$$

母题迁移

1. $5a \quad 2. 2$



优化分层测训



学业水平测试

1. 计算: $(\sqrt{0.5})^2 =$ _____, $\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2} =$ _____.

2. 若 $\sqrt{x^2} = 5$, 则 $x =$ _____.

3. 设 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边, 则化简 $\sqrt{(a+b-c)^2} + |a-b-c| =$ _____.

4. 已知 $\sqrt{a-2} + (b+5)^2 = 0$, 那么 $a+b$ 的值为 _____.

5. 计算: $(\sqrt{3})^2 =$ _____.

6. 把 $4\frac{1}{4}$ 写成一个正数的平方形式是().

A. $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$

B. $\left(\pm 2\frac{1}{2}\right)^2$

C. $\left(\sqrt{\frac{17}{4}}\right)^2$

D. $\left(\pm \frac{17}{2}\right)^2$



中考能力测试

(测试时间:45分钟 测试满分:100分)

一、选择题(每小题5分,共20分)

1. 下列各式中,不成立的是().

A. $3 = (\sqrt{3})^2$

B. $-a = (\sqrt{-a})^2 (a < 0)$

C. $-5 = \sqrt{(-5)^2}$

D. $-6 = -(\sqrt{6})^2$

2. 下列各式中,计算正确的是().

A. $-\sqrt{(-6)^2} = -6$

B. $(\sqrt{-3})^2 = 9$

C. $\sqrt{(-16)^2} = \pm 6$

D. $-\left(-\sqrt{\frac{16}{25}}\right) = \frac{16}{25}$

3. 已知 $\sqrt{(2a-1)^2} = 1-2a$, 那么 a 的取值范围是().

A. $a > \frac{1}{2}$

B. $a < \frac{1}{2}$

C. $a \geq \frac{1}{2}$

D. $a \leq \frac{1}{2}$

4. 下列各等式成立的是().

A. $(\sqrt{-2})^2 = 2$

B. $\sqrt{(-5)^2} = -5$

C. $(3\sqrt{2})^2 = 6$

D. $\sqrt{(-6)^2} = 6$

二、填空题(每空4分,共20分)

5. 计算: $(\sqrt{\pi})^2 =$ _____, $\sqrt{(-3)^2} =$ _____.

6. $\sqrt{(-x^2-1)^2} =$ _____.

7. 若 $x^2 = 3$, 则 $x =$ _____.

8. 已知 $a = \sqrt{x-5} + \sqrt{5-x} + 4$, 则 $\sqrt{a} =$ _____.

三、解答题(共60分)

9. (10分) 计算下列各式:

(1) $(\sqrt{0.14})^2$;

(2) $(-4\sqrt{3})^2$;



(3) $\left(-\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^2$;

(4) $(\sqrt{3x-1})^2$.

12. (10分) 在实数范围内分解因式:

(1) $x^3 - 5x$;

(2) $3a^2 - 10$.

10. (10分) 甲、乙两人计算 $a + \sqrt{1-2a+a^2}$ 的值时, 当 $a=5$ 时得到不同的答案.

$$\begin{aligned}\text{甲的解答: } a + \sqrt{1-2a+a^2} &= a + \sqrt{(a-1)^2} \\ &= a + a - 1 = 2a - 1 \\ &= 2 \times 5 - 1 = 9.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{乙的解答: } a + \sqrt{1-2a+a^2} &= a + \sqrt{(a-1)^2} \\ &= a + 1 - a = 1.\end{aligned}$$

哪个解答正确? 错误的解答错在哪里? 为什么?

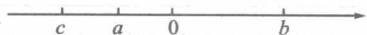
13. (10分) 化简: $\sqrt{x^2+2x+1} - \sqrt{x^2+4x+4} + (\sqrt{x-1})^2$.11. (10分) 已知数 a, b, c 在数轴上的位置如图 1-2-1 所示.

图 1-2-1

化简: $\sqrt{a^2} - |a+c| + \sqrt{(c-b)^2} - |b|$.

14. (10分) 已知 $a+b^2+1\sqrt{c-1}-11=4\sqrt{a-2}+2b-3$, 求 $a+2b-\frac{1}{2}c$ 的值.



1.2 二次根式的性质(2)

课标考纲解读

1. 掌握积的算术平方根的性质,学会用积的算术平方根的性质计算或化简二次根式.
2. 掌握商的算术平方根的性质,学会用商的算术平方根性质,计算或化简二次根式.
3. 了解最简二次根式的概念,会辨认最简二次根式.

状元学习方案

本小节内容学习着重计算,在掌握运算性质的前提下,要反复训练,达到运算速度快、准确率高这一目的.

重点解决:1. 积和商的算术平方根运算法则的内容.

2. 最简二次根式必须满足的条件.



教材知识检索



考点知识清单

1. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0); \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$

2. $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{32} = 4\sqrt{2}; \sqrt{0.1} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$



要点核心解读

1. 在进行积的算术平方根运算时,一定要将结果化为不能再化简为止.

2. 最简二次根式必须满足下列两个条件:

(1) 被开方数的因数是整数,因式是整式(即被开方数不能含有分母);

(2) 被开方数中不含有开得尽方的因数或因式.



典例分类剖析

考点1 化简

命题规律

1. 能根据积和商的算术平方根的性质对二次根式进行化简.

2. 能根据最简二次根式的要求将结果写成最简形式.

【例1】 化简:

(1) $\sqrt{8a^4b^3};$ (2) $\sqrt{a^2 - 2\sqrt{5}a + 5} \quad (a < \sqrt{5});$

(3) $\sqrt{1\frac{15}{49}};$ (4) $\sqrt{\frac{25x^4}{9y^2}} \quad (y > 0).$

【解析】 根据算术平方根的性质,把积的算术平方根化成算术平方根的积,把商的算术平方根化成算术平方根的商,把开得尽方的因式用它的算术平方根代替移到根号外面.

【答案】 解:(1) 原式 $= \sqrt{2^2 \times 2 \times (a^2)^2 \times (b^2)^2 \times b}$
 $= 2a^2b^2\sqrt{2b};$

(2) 原式 $= \sqrt{(a - \sqrt{5})^2}$
 $= |a - \sqrt{5}|$
 $= \sqrt{5} - a;$

(3) 原式 $= \sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{8}{7};$

(4) 原式 $= \frac{\sqrt{25x^4}}{\sqrt{9y^2}} = \frac{5x^2}{3y}.$

【点拨】 第(2)题最后一步容易误写为 $a - \sqrt{5}$,应当谨记 $\sqrt{a^2} = |a|.$

【母题迁移】 1. (2008年黄冈)化简: $5\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = \underline{\quad\quad\quad}.$

考点2 比较大小

命题规律

能利用积和商的算术平方根的性质进行逆运算,对两个二次根式进行变形并比较大小.

【例2】 比较下列各组里两式的大小.

(1) $\frac{1}{5}\sqrt{200}$ 和 $2\sqrt{3};$

(2) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ 与 $\frac{\sqrt{5}}{2}.$

【解析】 因为对于任何的两个正数 a, b , 如果 $a > b$, 则 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, 所以可利用二次根式的性质把各个二次根式化成 $\sqrt{a}$ 的形式, 再作比较.

【答案】 解:(1) 因为 $\frac{1}{5}\sqrt{200} = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 \times 200}$
 $= \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 \times 200} = \sqrt{8},$

$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12},$

因为 $12 > 8$, 所以 $\sqrt{12} > \sqrt{8}$, 即 $\frac{1}{5}\sqrt{200} < 2\sqrt{3};$

(2) $\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}, \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{5}{4},$



因为 $\frac{7}{9} < \frac{5}{4}$, 所以 $\frac{\sqrt{7}}{3} < \frac{\sqrt{5}}{2}$.

[点拨] 比较带有根号的两个数的大小,除了可借助计算器求近似值的方法外,还可以利用乘方比较,即比较 $\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{b}$ 的大小,可以比较 $(\sqrt{a})^2 = a$ 与 $(\sqrt{b})^2 = b$ 的大小.

[母题迁移] 2. 比较大小: 4 _____ (填“>”“<”或“=”) $\sqrt{15}$.

自主评价反馈

考点知识清单

$$1. \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad 2. \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 4\sqrt{2} \quad \frac{\sqrt{10}}{10}$$

母题迁移

$$1. 3\sqrt{x} \quad 2. >$$



优化分层测训



学业水平测试

- 计算 $\sqrt{2 \times 8}$ 的值是().
A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $8\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{8}$
- 化简: (1) $\sqrt{(-18) \times (-24)} =$ _____;
(2) $\sqrt{15^2 + 30^2} =$ _____.
- 化简: (1) $\sqrt{\frac{5}{3}} =$ _____; (2) $\sqrt{0.001} =$ _____;
(3) $\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} =$ _____.
- 化简: (1) $\sqrt{1 - \left(\frac{8}{17}\right)^2} =$ _____;
(2) $-\sqrt{\frac{0.9 \times 169}{3.6 \times 196}} =$ _____.
- $\sqrt{45x^2} (x \geq 0) =$ _____.
- 观察下列各式: $\sqrt{3^2 - 1} = \sqrt{2} \times \sqrt{4}$, $\sqrt{4^2 - 1} = \sqrt{3} \times \sqrt{5}$, $\sqrt{5^2 - 1} = \sqrt{4} \times \sqrt{6}$, ... 将你猜想到的规律用一个式子来表示: _____.



中考能力测试

(测试时间: 45 分钟 测试满分: 100 分)

一、选择题(每小题 5 分, 共 20 分)

- 计算 $\sqrt{2^4 \times 5}$ 的值是().
A. $4\sqrt{5}$ B. $8\sqrt{5}$ C. $\pm 4\sqrt{5}$ D. $\pm 8\sqrt{5}$
- 下列计算正确的是().
A. $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{5^2} - \sqrt{4^2} = 5 - 4 = 1$
B. $\sqrt{(-16)(-25)} = \sqrt{-16} \times \sqrt{-25} = -4 \times (-5) = 20$
C. $\sqrt{\left(\frac{5}{13}\right)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$
D. $\sqrt{4^2 \times 7} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{7} = 4\sqrt{7}$
- 使等式 $\sqrt{(a+2)(2-a)} = \sqrt{a+2} \cdot \sqrt{2-a}$ 成立的条件是().
A. $a \geq 2$ B. $a \leq 2$
C. $-2 < a < 2$ D. $-2 \leq a \leq 2$
- 计算: $\sqrt{\frac{12}{18}}$ 的值是().
A. $\frac{\sqrt{3}}{9}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题(每空 5 分, 共 20 分)

- 比较大小: 7 _____ (填“>”“<”或“=”) $\sqrt{50}$.
- 等式 $\sqrt{x(x-3)} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-3}$ 成立的条件是 _____.
- 计算: $\sqrt{27a^3b^4} =$ _____, $\sqrt{9x^3y^2(x+y)^3} =$ _____.

三、解答题(共 60 分)

- (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 若 $AB = 8$, $BC = 1$, 求第三条边 AC 的长.
- (10 分) 已知 $y = \frac{1}{4} + \sqrt{8x-1} + \sqrt{1-8x}$, 求 $\sqrt{\frac{x}{y}}$ 的值.
- (10 分) 已知等边三角形的边长为 3cm, 求它的面积.
- (10 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$.
(1) 若 $b = a = 2$, 求 c ;
(2) 若 $c = 8$, $b = 1$, 求 a ;
(3) 若 $a = \frac{4}{5}$, $b = \frac{3}{5}$, 求 c .

- (10 分) 在直角坐标系内, 已知点 $A(-5, 2)$ 、 $B(-1, 5)$ 、 $C(-1, 2)$ 是直角三角形的三个顶点, 求 AB 、 AC 、 BC 的长.

- (10 分) 在如图 1-2-2 的 4×4 方格内画 $\triangle ABC$, 使它的顶点都在格点上, 三条边长分别为 $2, 4, \sqrt{\frac{1}{2}}, \frac{2}{5}, \sqrt{125}$.



图 1-2-2



1.3 二次根式的运算(1)

课标考纲解读

1. 掌握二次根式的乘法法则,会熟练进行二次根式的乘法运算.
2. 掌握二次根式的除法法则,会熟练进行二次根式的除法运算.
3. 运用 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, 可以使计算过程变得简单快捷.
4. 了解二次根式分母有理化的方法,会进行简单的分母有理化.

状元学习方案

本小节内容的学习以计算为主,在熟练掌握二次根式运算法则的基础上,多做多练,以提高运算速度.

重点解决:1. 能灵活运用二次根式的运算法则及逆运算.

2. 掌握分母有理化的运算规律.



教材知识检索



考点知识清单

1. 分母有理化与有理化因式的区别与联系?

2. 二次根式 $a\sqrt{x} + b\sqrt{y}$ 的有理化因式是什么?

3. 由二次根式的性质:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0),$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0).$$

反过来我们可以得到:

$$(1) \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0);$$

$$(2) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0).$$



要点核心解读

1. 二次根式的乘除法法则与二次根式的性质在形式上是相似的,是一个互逆的过程.但就具体问题而言,两者仍有区别:性质左边 $\sqrt{ab}$ 与 $\sqrt{\frac{a}{b}}$ 中, a, b 可同时为负数;而乘除法法则左边 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ 与 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 已保证 a, b 不可能为负数,因此利用二次根式性质化简时要注意被开方数的取值范围,但乘除时一般没有要求.

2. 二次根式的乘法与整式乘法类似,整式乘法中的有关法则、公式都适用于二次根式的乘法.在乘除法运算中,带分数通常化成假分数,除法运算也可转化为乘法运算.



典例分类剖析

考点1 计算

命题规律

1. 能利用二次根式的乘法法则进行计算.
2. 能利用二次根式的除法法则进行计算.

[例1] 计算:

$$(1) \sqrt{15} \cdot \sqrt{75};$$

$$(2) \sqrt{30} \cdot \frac{3}{2} \sqrt{2\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{5}};$$

$$(3) 9 \div \sqrt{3};$$

$$(4) 9\sqrt{45} \div \left(-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}\right).$$

[解析] (1)、(2)小题是二次根式的乘法运算,类似于单项式的乘法,即把各系数的积作为积的系数,各被开方数的积作为积的被开方数,最后把结果化简.

(3)、(4)小题是二次根式的除法,运算也类似于单项式的除法,直接采用系数的商作为商的系数,被开方数的商作为商的被开方数,最后把结果化简.

$$\begin{aligned} \text{[答案] 解: (1) } \sqrt{15} \cdot \sqrt{75} &= \sqrt{15 \times 15 \times 5} \\ &= \sqrt{15^2 \times 5} = 15\sqrt{5}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \sqrt{30} \cdot \frac{3}{2} \sqrt{2\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{5}} &= \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \cdot \sqrt{30 \times \frac{8}{3} \times \frac{2}{5}} \\ &= \frac{3}{4} \sqrt{2 \times 8 \times 2} = \frac{3}{4} \sqrt{2^4 \times 2} = 3\sqrt{2}; \end{aligned}$$

$$(3) 9 \div \sqrt{3} = \frac{9}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{9^2}{3}} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3};$$

$$\text{另解: } 9 \div \sqrt{3} = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3};$$



$$\begin{aligned}
 (4) & 9\sqrt{45} \div \left(-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \\
 &= \left[9 \div \left(-\frac{3}{2}\right)\right] \cdot \sqrt{45 \div \frac{3}{2}} \\
 &= -6\sqrt{45 \times \frac{2}{3}} = -6\sqrt{30}.
 \end{aligned}$$

[点拨] (1)进行二次根式乘法运算时,应尽量把被开方数进行因数分解,避免直接把被开方数相乘.如计算 $\sqrt{15} \times \sqrt{75}$,写成 $\sqrt{15 \times 75}$ 形式后,不要继续写成 $\sqrt{1125}$ 后再开方,而应先把15和75分解因数后再开方.

(2)二次根式的乘除运算,不必先把每个二次根式化简后计算;同时运算顺序从左往右,不能先算后面的乘或除.

[母题迁移] 1. 计算: $4\sqrt{6} \div 2\sqrt{2} =$ _____.

考点2 应用

命题规律

在利用勾股定理进行计算时,考查分母有理化与最简二次根式的知识.

[例2] 如图1-3-1,在 $\triangle ABC$ 中,
 $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{2}$, $BC = 2\sqrt{3}$, $CD \perp AB$ 于点D.

求:(1) $\triangle ABC$ 的面积;

(2)斜边AB的长;

(3)高CD的长.

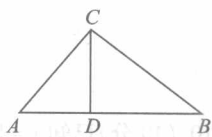


图1-3-1

[解析] (1)由于 $\triangle ABC$ 为直角三角形,且已知两条直角边长,故可直接运用直角三角形的面积计算公式计算;

(2)由勾股定理求解,但应注意将结果化为最简二次根式;

(3)可借助面积关系求解.

[答案] 解:(1) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC$
 $= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6};$

(2)由勾股定理得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2}$
 $= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2}$
 $= 2\sqrt{5};$

(3) $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}CD \cdot AB,$
 $\therefore CD = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{2 \times 2\sqrt{6}}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{5}\sqrt{30}.$

答:(1) $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{6}$;(2)斜边AB的长为 $2\sqrt{5}$;

(3)高CD的长为 $\frac{2}{5}\sqrt{30}$.

[点拨] 求CD的长利用了三角形面积的不同的计算方法,这也就是人们常说的用面积法解题.

[母题迁移] 2. Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$,则AB边上的高为_____.

自主评价反馈

考点知识清单

1. 区别:分母有理化是指一种计算过程,而有理化因式是指一个式子;

联系:分母有理化必须要找到分母的有理化因式

2. 是 $a\sqrt{x} - b\sqrt{y}$ 3. (1) $\sqrt{ab}$ (2) $\sqrt{\frac{a}{b}}$

母题迁移

1. $2\sqrt{3}$ 2. $\frac{12}{5}$



优化分层测试



学业水平测试

- 计算: $\sqrt{4} \times \sqrt{9} =$ _____, $\sqrt{16} \times \sqrt{25} =$ _____.
- 计算: $\sqrt{2} \times \sqrt{3} =$ _____, $\sqrt{3} \times \sqrt{6} =$ _____.
- 计算: $\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{4}{3}} =$ _____, $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}} =$ _____.
- 下列化简不正确的是().
 A. $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = 4$ B. $\sqrt{3} \times \sqrt{15} = 3\sqrt{5}$
 C. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = 3$ D. $\sqrt{\frac{21}{8}} \times \sqrt{\frac{2}{7}} = 4\sqrt{3}$
- 计算 $\sqrt{24} \times \sqrt{3}$ 的结果是().
 A. $6\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{6}$ C. $3\sqrt{8}$ D. $\sqrt{72}$
- 计算: $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}} - 1 =$ _____.



中考能力测试

(测试时间:45分钟,测试满分:100分)

一、选择题(每小题5分,共10分)

1. 已知 $a = 1 - \sqrt{2}$, $b = 1 + \sqrt{2}$,那么 $a^2 + ab + b^2$ 的值().
 A. 3 B. 5 C. 6 D. 7

2. 化简 $\frac{x}{\sqrt{x^2}}$ 的结果为().
 A. 1 B. 0 C. ± 1 D. -1

二、填空题(每空5分,共30分)

3. 计算: $\sqrt{12} \times \sqrt{6} =$ _____, $\sqrt{98} \times \sqrt{2} =$ _____, $\sqrt{\frac{8}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} =$ _____.

4. 计算: $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6}} \div \sqrt{\frac{15}{20}} =$ _____.

5. 若 $4\sqrt{x} = 12$,则 $x =$ _____;
 若 $2\sqrt{3x} = 6$,则 $x =$ _____.

三、解答题(共60分)

6. (10分)计算:

(1) $\sqrt{14.4} \times \sqrt{2.5};$

(2) $\sqrt{56} \div \sqrt{7};$



(3) $6\sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{8}$;

(4) $\sqrt{2\frac{2}{7}} \div \sqrt{14}$;

(5) $\sqrt{0.27} \times \sqrt{30}$;

(6) $\sqrt{0.125} \div 2\sqrt{0.5}$;

(7) $\frac{\sqrt{32}}{2\sqrt{8}}$;

(8) $\frac{\sqrt{3.6 \times 10^4}}{\sqrt{1.2 \times 10^{-2}}}$.

7. (10分) 试比较 $5\sqrt{3}$ 与 $3\sqrt{5}$ 的大小, 并说明理由.

8. (10分) 解方程: $(\sqrt{3}-1)x=2$.

9. (10分) 当 $x=\sqrt{7}-3$ 时, 求代数式 x^2+6x+9 的值.

10. (10分) 已知 $x=1+\sqrt{2}$, 求代数式 $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} - \frac{x}{x-1}$ 的值.

11. (10分) 如图 1-3-2 所示, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=2$, $BC=1$, $AD=AB$, 求 $\frac{AD}{AC}$ 的值.

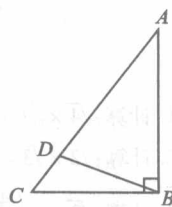


图 1-3-2



1.3 二次根式的运算(2)

课标考纲解读

1. 理解同类二次根式的概念,熟练进行二次根式的加减运算.
2. 会运用乘法运算律、多项式乘法法则等进行二次根式的加、减、乘、除混合运算.
3. 能熟练运用二次根式的性质进行二次根式的混合运算.
4. 了解二次根式大小比较的方法,会用根式变形法和平方法比较两个二次根式的大小.

状元学习方案

本小节内容涉及知识点较多,必须在掌握运算顺序、运算律和乘法法则的前提下,反复训练,认真总结以达到熟练、灵活的目的.

重点解决:1. 混合运算的技巧与方法.

2. 公式的合理运用.



教材知识检索



考点知识清单

1. 二次根式的加减类似于_____,只要合并相同二次根式的项即可.
2. 二次根式的加减和乘除混合运算类似于_____乘以多项式、_____乘以多项式(包括乘法公式、乘方)、多项式除以单项式的运算,运算时,要注意运算的先后顺序.



要点核心解读

1. 化简后被开方数相同的二次根式称为同类二次根式. 化简的基本要求是:

- (1) 被开方数的因数是整数,因式是整式;
- (2) 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.

2. 二次根式加减实质是合并同类二次根式,具体步骤是:

- (1) 先把二次根式化成最简二次根式;
- (2) 把化简后被开方数相同的二次根式像合并同类项那样进行合并,即化简→判断→合并.

3. 有理数、整式运算的法则及公式适用于二次根式的运算.



典例分类剖析

考点1 二次根式的加减运算

命题规律

1. 能利用二次根式的加减运算法则进行解答.
2. 考查学生合并的能力.

[例1] 计算:

$$(1) \left(\sqrt{50} + \sqrt{0.5} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} \right) - \left(\sqrt{1\frac{1}{8}} - \sqrt{75} \right);$$

$$(2) \frac{2}{3}\sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{8} - \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{18}.$$

[解析] 二次根式的加减运算,需要先化简再合并,有括号的把括号去掉.

$$\begin{aligned} \text{[答案] 解: (1) 原式} &= \sqrt{50} + \sqrt{0.5} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{1\frac{1}{8}} + \sqrt{75} \\ &= 5\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{2}} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{9}{8}} + \sqrt{25 \times 3} \\ &= 5\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{2}{3}\sqrt{3} - \frac{3}{4}\sqrt{2} + 5\sqrt{3} \\ &= \left(5 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right)\sqrt{2} + \left(-\frac{2}{3} + 5 \right)\sqrt{3} \\ &= \frac{19}{4}\sqrt{2} + \frac{13}{3}\sqrt{3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{2}{3}\sqrt{2} - \sqrt{\frac{2}{2^2}} + \sqrt{2^2 \times 2} - \sqrt{3} + \sqrt{2^2 \times 3} - \sqrt{3^2 \times 2} \\ &= \frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \\ &= -\frac{5}{6}\sqrt{2} + \sqrt{3}. \end{aligned}$$

[点拨] 二次根式的加减,遇有括号应先去括号,括号前若有“-”,各项应变号;当二次根式的系数是带分数时,必须写成假分数形式,如 $\frac{19}{4}\sqrt{2}$ 不能写成 $4\frac{3}{4}\sqrt{2}$.

[母题迁移] 1. 计算:

$$\frac{1}{2}\sqrt{a} + \frac{3}{4}\sqrt{a^3} - \frac{7}{8a}\sqrt{a^5} - \frac{1}{4a^2}\sqrt{a^7}.$$

考点2 二次根式的混合运算

命题规律

1. 能利用二次根式混合运算规律进行计算.
2. 在运算中能利用运算律与乘法公式进行计算.