

花 1 小时的家教成本，  
请回 1 学期的家教老师！

北师大版

数学

八年级下学期

解析

◎ 重点

◎ 难点

◎ 疑点



◎ 青岛出版社

非常

家教

# 《非常家教》出版说明

## 知识导航

**提纲挈领** 帮你明确学习目的,了解章节基本内容,梳理清晰的线索,是你课前预习的良师。

## 要点点拨

**有的放矢** 直击重点、难点与考点,点拨核心知识点,记录课堂讲评要点,是你课堂学习的益友。

## 典例详析

**举一反三** 精选典型例题,通透讲解,明示诀窍,详析规律,纠正误区,是你快速提高的捷径。

## 基础自测

**知根知底** 题目难度适中,涵盖章节基本内容,力求夯实基础,可用于课后及时检测,是你巩固根本的秘方。

## 能力拓展

**触类旁通** 优中选精,拒绝题海。帮你有效提升创新能力,增强学习的信心,打造智慧与成功之旅。

## 学习指南

**授人以渔** 帮你归纳学习方法,及时总结解题思路,增强学习效果,探求为学之道。

## 期末总结

**温故知新** 串联知识点,梳理知识结构;明确中考定位,把握命题趋势;指点迷津,是你自主复习的“非常家教”。

## 期末测评

**量身定做,查漏补缺** 名家精心挑选全面涵盖本章内容的各种形式的习题,帮你巩固知识,及时发现不足,从而使复习更有针对性,事半功倍。

## 挑战中考

因为似曾相识,所以游刃有余!

## 期中测评

行百里者半九十,一定要再接再厉!

## 期末测评

面对优异的成绩,非常家教平常心!



.....

**第一章 一元一次不等式和一元一次不等式组** ..... (1)

1.1 不等关系 ..... (1)

1.2 不等式的基本性质 ..... (3)

1.3 不等式的解集 ..... (7)

1.4 一元一次不等式 ..... (10)

1.5 一元一次不等式与一次函数 ..... (13)

1.6 一元一次不等式组 ..... (17)

章末总结 ..... (21)

章末测评 ..... (24)

**第二章 分解因式** ..... (26)

2.1 分解因式 ..... (26)

2.2 提公因式法 ..... (29)

2.3 运用公式法 ..... (32)

章末总结 ..... (36)

章末测评 ..... (38)

**第三章 分式** ..... (40)

3.1 分式 ..... (40)

3.2 分式的乘除法 ..... (43)

3.3 分式的加减法 ..... (46)

3.4 分式方程 ..... (50)

章末总结 ..... (55)

章末测评 ..... (58)

**第四章 相似图形** ..... (60)

4.1 线段的比 ..... (60)

4.2 黄金分割 ..... (63)

4.3 形状相同的图形 ..... (66)

4.4 相似多边形 ..... (69)

4.5 相似三角形 ..... (72)

4.6 探索三角形相似的条件 ..... (75)



|                           |       |
|---------------------------|-------|
| 4.7 测量旗杆的高度 .....         | (78)  |
| 4.8 相似多边形的性质 .....        | (82)  |
| 4.9 图形的放大与缩小 .....        | (85)  |
| 章末总结 .....                | (88)  |
| 章末测评 .....                | (90)  |
| <b>第五章 数据的收集与处理</b> ..... | (92)  |
| 5.1 每周干家务活的时间 .....       | (92)  |
| 5.2 数据的收集 .....           | (92)  |
| 5.3 频数与频率 .....           | (96)  |
| 5.4 数据的波动 .....           | (100) |
| 章末总结 .....                | (104) |
| 章末测评 .....                | (107) |
| <b>第六章 证明(一)</b> .....    | (109) |
| 6.1 你能肯定吗 .....           | (109) |
| 6.2 定义与命题 .....           | (111) |
| 6.3 为什么它们平行 .....         | (114) |
| 6.4 如果两条直线平行 .....        | (118) |
| 6.5 三角形内角和定理的证明 .....     | (121) |
| 6.6 关注三角形的外角 .....        | (124) |
| 章末总结 .....                | (128) |
| 章末测评 .....                | (131) |
| <b>期中测评</b> .....         | (134) |
| <b>期末测评</b> .....         | (136) |
| <b>参考答案</b> .....         | (138) |

# 第一章 一元一次不等式和一元一次不等式组

## 1.1 不等关系

### 知识导航

勇于开始，才能找到成功的路

1. “ $\leq$ ”读作“\_\_\_\_\_”，又可理解为“\_\_\_\_\_”。
2. “ $\geq$ ”读作“\_\_\_\_\_”，又可理解为“\_\_\_\_\_”。
3. 用符号“\_\_\_\_\_”(或“\_\_\_\_\_”)、“\_\_\_\_\_”(或“\_\_\_\_\_”)连接的式子叫做不等式。

### 要点点拨

读书不知要领，苦而无功

### 1. 等式的概念及分类

#### (1) 概念

等式是指表示相等关系的式子，即用符号“ $=$ ”连接的式子，如  $a+b=b+a$ ,  $x+3=5$ ,  $1+5=6$ ,  $y^2=0$  等。

#### (2) 分类

对于等式，可以进行如下分类：

- ① 恒等式：无论在什么条件下都成立的等式，如  $a+b=b+a$ ,  $1+5=6$  等。
- ② 条件等式：只有在一定条件下才能成立的等式，如  $x+3=5$ ，只有当  $x=2$  时等式才能成立。
- ③ 矛盾等式：无论在什么条件下都不能成立的等式，如  $y^2+1=0$ ，无论  $y$  取什么实数等式都不成立。

### 2. 不等式的概念及其分类

#### (1) 概念

不等式是指表示不相等关系的式子，即用符号“ $<$ ”(或“ $\leq$ ”)、“ $>$ ”(或“ $\geq$ ”)、“ $\neq$ ”连接的式子，如  $3+4\neq 5$ ,  $a^2+2>0$ ,  $x+6<3$ ,  $b^2<0$  等。

#### (2) 分类

对于不等式，可进行如下分类：

- ① 绝对不等式：无论在什么条件下不等式都成立，如  $3+4\neq 5$ ,  $a^2+2>0$  等。
- ② 条件不等式：只有在一定条件下不等式才能成立，如  $x+6<3$ ，只有在  $x<-3$  时才能成立； $x-2>1$ ，只有在  $x>3$  时才能成立。
- ③ 矛盾不等式：无论在什么条件下不等式都不能成立，如  $b^2<0$ ，无论  $b$  取什么实数，此不等式都不成立。

### 3. 不等式成立的条件

虽然不等式左、右两边的式子用不等号连接，但是这个不等式不一定成立。

不含未知数的不等式是否成立可直接由不等号左、右两边的式子的大小关系来判定，如  $2>-1$  成立， $4+2<0$  不成立。

含有未知数的不等式是否成立则由未知数的取值来确定，如  $2x+1>4$ ，当  $x=2$  时， $2x+1=5>4$ ，即当  $x=2$  时不等式  $2x+1>4$  成立；当  $x=1$  时， $2x+1=3<4$ ，即当  $x=1$  时不等式  $2x+1>4$  不成立。

### 4. 常见不等式的基本语言

- (1) 若  $x>0$ ，则  $x$  是正数。
- (2) 若  $x<0$ ，则  $x$  是负数。
- (3) 若  $x\geq 0$ ，则  $x$  是非负数。
- (4) 若  $x\leq 0$ ，则  $x$  是非正数。
- (5) 若  $x-y>0$ ，则  $x$  大于  $y$ 。
- (6) 若  $x-y<0$ ，则  $x$  小于  $y$ 。
- (7) 若  $x\geq y$ ，则  $x$  不小于  $y$ 。
- (8) 若  $x\leq y$ ，则  $x$  不大于  $y$ 。
- (9) 若  $xy>0$  (或  $\frac{x}{y}>0$ )，则  $x, y$  同号。
- (10) 若  $xy<0$  (或  $\frac{x}{y}<0$ )，则  $x, y$  异号。



### 核心记忆

1. 不等号的应用：不等号开口所对的数较大，不等号的尖所对的数较小。

2. 诸如“非正数”，“至多”，“不小于”，“不可能大于”等的表述一定要用准不等号。

### 典例详析

读书之法，莫善于循序而致精

#### 例题 1

用适当的符号表示下列关系。

- (1)  $x$  不是负数；
- (2)  $a$  的  $\frac{1}{3}$  不大于  $a$ 。

#### 错解

- (1)  $x>0$ ；
- (2)  $\frac{1}{3}a<a$ 。

#### 错因

产生错解的原因在于没有真正理解“不是负数”“不大于”的含义。“不是负数”包含两个意思：是正数或 0；“不大于”的意思是：小于或等于。

**【正解】** (1)  $x \geq 0$ ; (2)  $\frac{1}{3}a \leq a$ .

### 解题诀窍

在实际问题中,应理解好“非负数”“不大于”“不小于”等文字的含义,否则就会出现错误.

#### 例题 2

判断下列各式哪些是等式、哪些是不等式、哪些既不是等式也不是不等式.

- ①  $x+y$ ; ②  $3x > 7$ ; ③  $5 = 2x+3$ ; ④  $x^2 \geq 0$ ;  
⑤  $2x-3y=1$ ; ⑥  $52$ .

### 指点迷津

等式是用等号连接的两个代数式,不等式是用不等号连接的两个代数式.

**【答案】** 等式有③⑤,不等式有②④,既不是等式也不是不等式的有①⑥.

#### 例题 3

一辆匀速行驶的汽车在 11:20 距离 A 地 50 千米,要在 12:00 之前驶过 A 地,车速应满足什么条件?



图 1-1-1

### 指点迷津

设车速为  $x$  千米/时,可利用时间或路程列出车速应满足的条件.

**【解】** 方法一:设车速是  $x$  千米/时,从时间上看,汽车要在 12:00 之前驶过 A 地,则以这个速度行驶 50 千米所用的时间不到  $\frac{2}{3}$  小时,即  $\frac{50}{x} < \frac{2}{3}$ .

方法二:从路程上看,汽车要在 12:00 之前驶过 A 地,则以这个速度行驶  $\frac{2}{3}$  小时的路程要超过 50 千米,即  $\frac{2}{3}x > 50$ .

### 解题诀窍

像  $\frac{50}{x} < \frac{2}{3}$ ,  $\frac{2}{3}x > 50$  这样用不等号表示大小关系的式子即为不等式.

#### 例题 4

杭宇八年级四班共有 50 名学生,上体育课时,张老师出了一道题目:现在我拿出一些足球,如果每 5 名同学玩一个足球,就会有些同学没有球玩,如果 6

名同学玩一个足球,就会有一个足球玩的人数不足 6 名,你知道有几个足球吗?

张帅说: $5x < 50$ (假设有  $x$  个足球).

孙倩说: $6(x-1) < 50$ .

王佳说: $6x > 50$ .

你明白他们说的意思了吗?

### 指点迷津

在解答过程中要认真审题,准确理解不等式所表达的意义,这里关键要弄清“ $5x$ ”“ $6x$ ”“ $6(x-1)$ ”的意义及与“50”的关系.

**【解】** (1)张帅说的是:每 5 名同学玩一个足球,那么玩球的人数少于 50,因此有些同学没有球玩.

(2)孙倩说的是:如果 6 名同学玩一个足球,除了一个球外,剩下的每 6 名同学玩一个球,还有几名同学(不足 6 名同学)玩另外一个球.

(3)王佳说的是:若 6 名同学玩一个足球,有一个足球玩的人数不足 6 名同学.

### 基础自测

做的技艺,来自做的过程

#### 一、选择题

1. 在下列数学表达式中不等式有 ( )

- ①  $-3 < 0$  ②  $4x+5y > 0$  ③  $x=5$   
④  $x \neq -4$  ⑤  $x+y$  ⑥  $x+2 > y+8$

- A. ①②⑥ B. ①③⑤  
C. ②④⑤ D. ①②④⑥

2.  $x$  与 3 的和的一半是负数,用不等式表示为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}x+3 > 0$  B.  $\frac{1}{2}x+3 < 0$   
C.  $\frac{1}{2}(x+3) > 0$  D.  $\frac{1}{2}(x+3) < 0$

3. 下列关系式用不等式表示错误的是 ( )

- A.  $a$  小于  $-\frac{1}{3}$ :  $a \leq -\frac{1}{3}$   
B.  $a$  的算术平方根不小于  $b$  的立方根:  $\sqrt{a} \geq \sqrt[3]{b}$   
C.  $m$  的  $\frac{2}{3}$  倍不大于  $n$  的  $\frac{1}{2}$ :  $\frac{2}{3}m \leq \frac{1}{2}n$   
D.  $m$  的 5 倍比  $n$  的立方根小:  $5m < \sqrt[3]{n}$

4. 在下列关系式中,表示“不小于”关系的是 ( )

- A.  $2y^2-3y+1 > 0$  B.  $x^2-2x+1=0$   
C.  $6+x \neq 2x-3$  D.  $7x+5 \geq 8x+6$

#### 二、填空题

5. 用“ $<$ ”或“ $>$ ”填空.

$\pi$  \_\_\_\_\_ 3.1415,  $-\frac{1}{2001}$  \_\_\_\_\_  $-\frac{1}{2002}$ ,  
 $-\frac{9}{11}$  \_\_\_\_\_  $-\frac{8}{11}$ ,  $m^2+0.1$  \_\_\_\_\_ 0.

$(-1)^3 \underline{\hspace{2cm}} (-1)^2.$

6. 用适当的符号表示下列关系.

- (1)  $x$  是负数  $\underline{\hspace{2cm}}$ .  
 (2)  $a$  与  $b$  的积是非负数  $\underline{\hspace{2cm}}$ .  
 (3)  $x$  与 3 的差小于或等于  $x$  与 2 的和  $\underline{\hspace{2cm}}$ .  
 (4)  $x$  的 5 倍的相反数大于  $x$  的相反数  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 一根绳子长为  $l$  cm, 如果用它围成一个正方形, 那么这个正方形的边长为  $\underline{\hspace{2cm}}$  cm, 面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$   $\text{cm}^2$ ; 如果这个正方形的面积不大于  $25 \text{ cm}^2$ , 则绳长  $l$  应满足的不等式为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 曹冲称象: 把一头大象赶到一条船上, 然后, 在船上与水面相接处画一条直线, 卸下大象, 再往船上装石头. 设大象质量为  $x$  (千克), 船上石头质量为  $y$  (千克), 装完石头后, 当所画线在水面上时,  $x$   $\underline{\hspace{2cm}}$   $y$ ; 当所画直线刚好与水平面相接时  $x$   $\underline{\hspace{2cm}}$   $y$ ; 当所画直线完全浸没在水中时  $x$   $\underline{\hspace{2cm}}$   $y$ . (填“ $>$ ”“ $=$ ”或“ $<$ ”)

### 能力拓展

有志者自有千方百计, 无志者只感千难万难

9. 下列各数:  $\frac{1}{2}, -4, \pi, 0, 5, 2, 3$ , 其中使不等式  $x-2 > 1$  成立的是 ( )

- A.  $-4, \pi, 5, 2$       B.  $\pi, 5, 2, 3$   
 C.  $\frac{1}{2}, 0, 3$       D.  $\pi, 5, 2$

10.  $x$  的一半与 6 的差的绝对值在 5 与 8 之间(不包括 5 与 8), 则列出的不等式是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 已知实数  $a, b$  在数轴上的位置如图 1-1-2 所示, 试把  $a, -a, b, -b$  用“ $<$ ”号按从小到大的顺序进行排列.

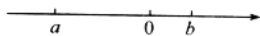


图 1-1-2

12. 某电信公司“神州行”手机卡的收费标准如下: 月租费 15 元, 然后每通话 1 分钟, 付通话费 0.6 元. 一“神州行”手机用户欲使他这个月的手机费用不超过 60 元, 试写出他的通话时间  $x$  分应满足的关系式.

13. 在“太子奶”的配料说明中有下面这样一段文字:

配料: 纯净水、白砂糖、脱脂牛乳、乳酸菌、羧甲基纤维素钠、乳酸钙、柠檬酸、食用香料、山梨酸钾、甜蜜素、阿斯巴甜. 每 100 mL 产品中营养成分含量: 蛋白质  $\geq 1.0 \text{ g}$ , 钙(Ca)  $40 \sim 80 \text{ mg}$ .

请你说明“蛋白质  $\geq 1.0 \text{ g}$ , 钙(Ca)  $40 \sim 80 \text{ mg}$ ”的实际意义.

### 学习指南

学习最大的敌人是遗忘

1. 判断是否为不等式, 关键是看所给式子是否有不等号.

2. 列不等式时, 要认真审题, 正确理解“不大于”“不小于”“至少”“最多”等关键词语所表达的意义. 抓住关键词语, 结合实际经验, 正确列出不等式.

3. 对于不等式的意义, 可以类比等式的意义, 等式是用“ $=$ ”号表示相关关系的式子, 不等式是用不等号(如“ $>$ ”“ $<$ ”“ $\geq$ ”“ $\leq$ ”)连接的式子.

## 1.2 不等式的基本性质

### 知识导航

勇于开始, 才能找到成功的路

1. 不等式的基本性质 1: 不等式的两边都加上(或减去)同一个  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 不等号的方向  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 不等式的基本性质 2: 不等式的两边都乘(或除以)同一个  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 不等号的方向  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 不等式的基本性质 3: 不等式的两边都乘(或除以)同一个  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 不等号的方向  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

### 要点点拨

读书不要领, 苦而无功

#### 1. 不等式的基本性质

不等式基本性质 1: 不等式两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式, 不等号方向不变. 即若  $a > b$ , 则  $a+c > b+c, a-c > b-c$ ; 若  $a < b$ , 则  $a+c < b+c, a-c < b-c$ .

不等式基本性质 2: 不等式两边都乘以(或除以)同一个正数, 不等号方向不变. 即若  $a > b, c > 0$ , 则  $ac$

$>bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ; 若  $a < b, c > 0$ , 则  $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ .

不等式基本性质 3: 不等式两边都乘以(或除以)同一个负数, 不等号方向改变. 即若  $a > b, c < 0$ , 则  $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ; 若  $a < b, c < 0$ , 则  $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ .

## 2. 不等式的三条基本性质与等式的基本性质 1 和基本性质 2 进行比较

相同点是: 不管是对等式还是不等式, 都可以在它的两边都加(或都减)同一个数或同一个整式.

不同点是: 对于等式来说, 在等式的两边乘以(或除以)同一个正数(或同一个负数)的情况是一样的——等式仍然成立. 但是, 对于不等式来说, 却大不一样, 在用同一个正数去乘(或除)不等式两边时, 不等号方向不变; 而在用同一个负数去乘(或除)不等式两边时, 不等号都要改变方向, 这是在不等式变形时特别要注意的地方.

## 3. 正确应用不等式的三条基本性质进行不等式变形

不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变, 是不等式特有的性质, 这是因为不等式是表示同类量的不等关系的式子. 当两边同乘以(或除以)一个负数就改变了不等式两边的性质符号, 因此大小关系也就发生了转变. 为了突破这一点, 特别要注意在两个负数比较大小时对法则的应用, “两个负数做比较, 绝对值大的反而小, 绝对值小的反而大”.



### 核心记忆

1. 在应用不等式性质时, 需要注意不等式的基本性质 3 与前面两条性质的区别: 不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数时, 不等号的方向改变.

2. 将不等式化成“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”形式的步骤是: (1) 先利用基本性质 1 把含  $x$  的项都移到左边, 其他的都移到右边; (2) 再利用基本性质 2 或 3 把含  $x$  的项的系数化为 1.

## 典例详析

读书之法, 莫贵于循序而致精

### 例题 1

若  $x > y, a$  为实数, 则  $xa^2$  \_\_\_\_\_  $ya^2$ .

### 错解

$>$

### 错因

忽略了  $a=0$  的特殊情况. 因为  $a$  为实数, 所以  $a^2 \geq 0$ .

当  $a^2=0$  时, 在  $x > y$  的两边同乘以  $a^2$  时, 有  $xa^2 = ya^2$ .

当  $a^2 > 0$  时, 在  $x > y$  的两边同乘以  $a^2$ , 不等号的方向不变, 所以  $xa^2 > ya^2$ . 综上所述知,  $xa^2 \geq ya^2$ .

【正解】  $\geq$



### 解题诀窍

某数的平方是非负数.

### 例题 2

下列结论中正确的是 ( )

①  $6a > 5a$     ②  $4 + a > 3 + a$

③  $mx - 2 < 3x (m \neq 3)$  可变形为  $x < \frac{2}{m-3}$

A. ①②    B. ①③    C. ②    D. ②③



### 指点迷津

(1) 当  $a > 0$  时,  $6a > 5a$ ; 当  $a < 0$ ,  $6a < 5a$ ; 当  $a = 0$  时,  $6a = 5a$ .

(2)  $\because 4 > 3 \therefore$  无论  $a$  是正数、还是负数,  $4 + a > 3 + a$  和  $4 - a > 3 - a$  都成立.

(3) 根据不等式的基本性质 1, 在不等式的两边都加上  $2 - 3x$ , 不等号的方向不变  $\therefore (m-3)x < 2$ .

当  $m > 3$  时, 根据不等式的基本性质 2, 得  $x < \frac{2}{m-3}$ ;

当  $m < 3$  时, 根据不等式的基本性质 3, 得  $x > \frac{2}{m-3}$ .

【答案】 C



### 解题诀窍

当系数中含有字母时, 应对系数进行分类讨论.

### 例题 3

根据不等式的性质, 把下列不等式化为  $x > a$  或  $x < a$  的形式 ( $a$  为常数).

(1)  $\frac{1}{3}x > -\frac{2}{3}x - 2$ ;    (2)  $\frac{1}{2}x \leq \frac{1}{2}(6-x)$ ;

(3)  $-3x > 2$ ;    (4)  $-3x + 2 < 2x + 3$ .



### 指点迷津

首先应注意观察各不等式的特点, 然后再根据其特点利用相应的不等式的基本性质来完成.

【解】 (1) 根据不等式基本性质 1, 不等式两边都加上  $\frac{2}{3}x$ , 不等号方向不变.



$$\therefore \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x > -\frac{2}{3}x - 2 + \frac{2}{3}x \quad \therefore x > -2.$$

(2) 根据不等式基本性质 1, 不等式两边都加上  $\frac{1}{2}x$ , 不等号方向不变.

$$\therefore \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x \leq \frac{1}{2}(6-x) + \frac{1}{2}x$$

$$\therefore x \leq \frac{1}{2} \times 6 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x \quad \therefore x \leq 3.$$

(3) 根据不等式基本性质 3, 不等式两边都除以 -3, 不等号方向改变.

$$\therefore \frac{-3x}{-3} < \frac{2}{-3} \quad \therefore x < -\frac{2}{3}.$$

(4) 根据不等式基本性质 1, 不等式两边都加上  $-2x-2$ , 不等号方向不变.

$$\therefore -3x + 2 - 2x - 2 < 2x + 3 - 2x - 2 \quad \therefore -5x < 1.$$

再根据不等式基本性质 3, 不等式两边同时除以 -5, 不等号方向改变.

$$\therefore \frac{-5x}{-5} > \frac{1}{-5} \quad \therefore x > -\frac{1}{5}.$$



### 友情提示

因为不等式基本性质 3 的特殊性, 所以, 应用时一定要多长一个“心眼”, 随时注意到这个“特殊性”.

### 例题 4

比较下列各对数的大小.

(1)  $5 - \frac{3}{5}a$  和  $-\frac{3}{5}a + 2$ ;

(2)  $-7x-4$  和  $-7y-4$ , 其中  $x > y$ .



### 指点迷津

充分利用不等式的基本性质.

**【解】** (1) 因为  $5 > 2$ ,

$$\text{所以 } 5 - \frac{3}{5}a > -\frac{3}{5}a + 2.$$

(2) 因为  $x > y$ ,

$$\text{所以 } -7x < -7y,$$

$$\text{所以 } -7x - 4 < -7y - 4.$$



### 解题诀窍

研究一般大小关系的不等式, 有理数的大小关系是学习不等式的重要基础. 利用有理数的大小关系及不等式的基本性质, 不难推导出不等式还有下列性质:

(1) 若  $a > b$ , 则  $b < a$ ;

(2) 若  $a > b, b > c$ , 则  $a > c$ .



### 友情提示

本题还可用作差的方法比较两式的大小. 应用作差比较法的关键是对“差”作出判断. 以(1)

题为例, 先作差  $5 - \frac{3}{5}a - [(-\frac{3}{5}a) + 2]$

$$= 5 - \frac{3}{5}a + \frac{3}{5}a - 2$$

$$= 3 > 0$$

$$\therefore 5 - \frac{3}{5}a > -\frac{3}{5}a + 2$$

### 例题 5

用 100 米长的篱笆围成一个靠墙的长方形, 如图 1-2-1 所示, 长方形靠墙的一边不小于 40 米, 求不靠墙的一边长度的范围.

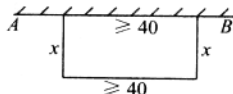


图 1-2-1



### 指点迷津

寻找不等关系, 列出不等式, 利用不等式的基本性质求解即可.



### 友情提示

围成的长方形周长应小于或等于 100.

**【解】** 设不靠墙的一边长度为  $x$  米,

则有  $40 + x + x \leq 100$ .

由不等式的基本性质, 得  $x \leq 30$ .

又  $\because x > 0 \quad \therefore 0 < x \leq 30$ .

$\therefore$  不靠墙的一边长度的范围是  $0 < x \leq 30$ .



### 基础自测

做的技艺, 来自做的过程

#### 一、选择题

1. 若  $a > b$ , 则下列四个不等式中, 正确的是 ( )

A.  $\frac{1}{a} - 1 > \frac{1}{b} - 1$       B.  $\frac{1}{a} - 3 > \frac{1}{b} - 3$

C.  $-2a > -2b$       D.  $2 - a < 2 - b$

2. 下列不等式恒成立的是 ( )

A.  $5a > 4a$       B.  $a^2 > 0$

C.  $a^2 > a$       D.  $-a^2 \leq 0$

3. 下列说法中不正确的是 ( )

A. 如果  $a > b$ , 那么  $ac^2 > bc^2$  ( $c \neq 0$ )

- B. 如果  $a > b$ , 那么  $b < a$   
 C. 如果  $a > b$ , 那么  $-a > -b$   
 D. 如果  $a > b, b > c$ , 那么  $a > c$
4. 如果  $m < n < 0$ , 下列结论中错误的是 ( )  
 A.  $m - 9 < n - 9$                       B.  $-m > -n$   
 C.  $\frac{1}{n} > \frac{1}{m}$                                   D.  $\frac{m}{n} > 1$

## 二、填空题

5. 用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空:

- (1) 若  $x - 1 < y - 1$ , 则  $x$  \_\_\_\_\_  $y$ ;  
 (2) 若  $3x > 3y$ , 则  $x$  \_\_\_\_\_  $y$ ;  
 (3) 若  $-x < -y$ , 则  $x$  \_\_\_\_\_  $y$ ;  
 (4) 若  $5x + 1 < 5y + 1$ , 则  $x$  \_\_\_\_\_  $y$ .

6. 将不等式  $-\frac{4}{3}x > -\frac{3}{4}$  化为“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式为 \_\_\_\_\_.

7. 学完不等式的基本性质后, 洪老师出了一道数学练习题, 题目是这样的: 下列不等式的变形正确的有哪些? ①由  $a > b$ , 得  $ac > bc$ ; ②由  $a > b$ , 得  $ac^2 > bc^2$ ; ③由  $a > b$ , 得  $a(c^2 + 1) > b(c^2 + 1)$ ; ④由  $ac > bc$ , 得  $a > b$ ; ⑤由  $ac^2 > bc^2$ , 得  $a > b$ ; ⑥由  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ , 则  $ac > bc$ . 其中正确的序号是 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

8. 用不等式表示下列数量关系并化为“ $x > a$ ”(或“ $x \geq a$ ”)或“ $x < a$ ”(或“ $x \leq a$ ”)的形式:

- (1)  $x$  的  $\frac{2}{3}$  与 5 的差小于 1;  
 (2)  $x$  的 4 倍大于  $x$  的 3 倍与 7 的差.

9. 比较下列两组数的大小.

(1)  $\frac{a}{3}, \frac{a}{4}$ ;

(2)  $5a, 4a + 1$ .

10. 如图 1-2-2 所示, 若数轴上的两点 A、B 表示的数分别为  $a, b$ , 则下列结论中正确的是 ( )

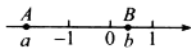


图 1-2-2

- A.  $\frac{1}{2}b - a > 0$                       B.  $a - b > 0$   
 C.  $2a + b > 0$                       D.  $a + b > 0$

11. 土地沙漠化是人类生存的大敌, 某地现有绿地 5 万公顷, 由于人们的环保意识不强, 植被遭到严重破坏. 经考察发现, 土地沙漠化的速度为 0.2 万公顷/年, 那么多少年后绿地的面积将低于 4 万公顷?

12. 某商店有一架左、右臂长不等的天平, 当顾客欲购质量为  $2m$  kg 的货物时, 营业员先在左盘放上  $m$  kg 的砝码, 右盘放上货物, 待天平平衡后把货物倒给顾客; 然后改为右盘放砝码  $m$  kg, 左盘放货物, 待天平平衡后再倒给顾客. 这样, 顾客两次共得到货物  $2m$  kg, 你认为这种交易公平吗? 谁吃了亏?

本节主要学习了不等式的三个基本性质,学习时要将不等式的基本性质与等式的基本性质加以对比,弄清它们之间的相同点与不同点,这样有助于加深理解不等式的基本性质。

## 1.3 不等式的解集

### 知识导航

勇于开始,才能找到成功的路

1. 能使不等式成立的 \_\_\_\_\_, 叫做不等式的解。
2. 一个含有未知数的不等式的 \_\_\_\_\_, 组成这个不等式的解集。
3. 求不等式解集的过程叫做 \_\_\_\_\_。
4. 不等式的解与解集的区别: 解是 \_\_\_\_\_, 解集是 \_\_\_\_\_。

### 要点点拨

读书不如要领, 苦而无功

#### 1. 不等式的解与不等式的解集

(1) 不等式的解: 使不等式成立的未知数的值叫做不等式的解。

(2) 不等式的解集: 一般地, 一个含有未知数的不等式的所有的解, 组成这个不等式的解的集合, 简称为这个不等式的解集。

(3) 不等式的解与解集的区别与联系:

不等式的解与不等式的解集是两个不同的概念, 不等式的解是指满足这个不等式的未知数的某个值, 而不等式的解集, 是指满足这个不等式的未知数的所有的值, 不等式的所有解组成了不等式的解集, 解集中包括了每一个解。

#### 2. 不等式解集表示方法

(1) 用不等式表示: 一般一个含未知数的不等式有无数多个解, 其解集是一个范围, 这个范围可用最简单的不等式表示出来, 如不等式  $x-1 \leq 2$  的解集是  $x \leq 3$ 。

(2) 用数轴表示: 不等式的解集可以在数轴上直观地表示出来, 形象地说明不等式有无限多个解。

#### 3. 不等式的解集在数轴上的表示方法

用数轴表示不等式的解集时应注意“两定”: 一定“边界点”, 二定“方向”。若解集包含边界点则为实心圆点; 若解集不包含边界点则为空心圆圈; 对于方向, 相对于边界点而言, “大于向右, 小于向左”。

#### 4. 解不等式

求不等式的解集的过程叫做解不等式。

【注意】过程的每一步都依据不等式的基本性质和运算法则。



### 核心记忆

#### 1. 不等式与最大值、最小值间的关系:

对于  $x \geq a$ , 无最大值, 但有最小值  $a$ ; 对于  $x \leq b$ , 无最小值, 但有最大值  $b$ ; 对于  $x > a$  和  $x < b$  虽然都标注了数的范围, 但它们既无最小值又无最大值。

2. 在数轴上表示不等式的解集时, 可用下面的规律帮助记忆: 大于向右画, 小于向左画; 有等号 ( $\geq, \leq$ ) 画实心, 无等号 ( $>, <$ ) 画空心。

### 典例详析

读书之法, 莫贵于循序而致精

#### 例题 1

判断下列说法是否正确。

- (1) 4 是不等式  $x+3 > 6$  的解;
- (2) 3 是不等式  $x+2 > 5$  的解;
- (3) 不等式  $x+1 < 2$  的解有无穷多个;
- (4) 不等式  $x+1 < 4$  的解集是  $x < 2$ ;
- (5) 不等式  $x+2 > 1$  的解集是  $x > -1$ 。



#### 指点迷津

不等式的所有的解组成不等式的解集, 不等式的解集包含不等式的每一个解, 不等式的解集是一个集合。

【解】(1) 正确。因为当  $x=4$  时,  $x+3 > 6$  成立。

(2) 不正确。因为当  $x=3$  时,  $3+2=5$ , 即  $x+2 > 5$  不成立。

(3) 正确。因为所有小于 1 的数都是  $x+1 < 2$  的解。

(4) 不正确。因为除了  $x < 2$  以外, 还有一些数能使  $x+1 < 4$  成立。如当  $x=2$  时,  $x+1 < 4$  成立; 当  $x=2.1, 2.2, 2.3, \dots$  时,  $x+1 < 4$  也成立。

(5) 正确。因为当  $x > -1$  时,  $x+2 > 1$  成立, 当  $x$  取  $x > -1$  以外的任何一个数时, 不等式  $x+2 > 1$  都不成立。



#### 解题诀窍

1. 此题中的(4)(5)小题的解答关键是要正确理解不等式的解集的概念。

2. 否定一个错误的论断, 只需举一个反例; 肯定一个正确的论断, 必须在理论上给出证明。

#### 例题 2

在数轴上表示下列不等式的解集。

- (1)  $x \geq -2$ ;
- (2)  $x < 1$ 。

### 错解

(1)  $x \geq -2$  的解集在数轴上表示如图 1-3-1-①所示.

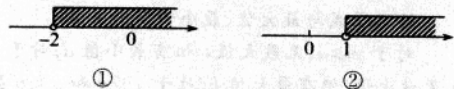


图 1-3-1

(2)  $x < 1$  的解集在数轴上表示如图 1-3-1-②所示.

### 错因

(1) 忽略了包括 -2, 或对实心点与空心圆的意义没有理解好; (2) 对数轴上右边的点表示的数总比左边的点表示的数大没有理解好.

**【正解】** (1)  $x \geq -2$  的解集在数轴上表示如图 1-3-2-①所示.



图 1-3-2

(2)  $x < 1$  的解集在数轴上表示如图 1-3-2-②所示.

成周长不小于 2.4 m 的长方形钢丝框.

(1) 设每根 B 型钢丝的长度为  $x$  cm, 按题意列出不等式:

(2) 求出所列不等式的解集, 并将其在数轴上表示出来:

(3) 如果每根 B 型钢丝的长度有以下四种选择: 30 cm, 40 cm, 41 cm, 45 cm, 那么哪几种适合? 哪几种不适合?

### 指点迷津

(1) 可根据题意列出不等式. (2) 根据不等式的基本性质解出不等式, 并在数轴上画出. (3) 看已给数值 30 cm, 40 cm, 41 cm, 45 cm 是否是不等式的解, 如果是, 那么适合; 如果不是, 那么不适合.

**【解】** (1) 因为每根 B 型钢丝的长度为  $x$  cm, 所以每根 A 型钢丝的长度为  $(2x-3)$  cm, 根据题意列出不等式为  $2(2x-3)+2x \geq 240$ .

(2) 解不等式得  $x \geq 41$  (cm). 如图 1-3-3 所示.

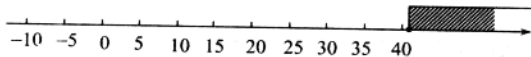


图 1-3-3

(3) 41 cm, 45 cm 两种 B 型钢丝的长度适合. 30 cm, 40 cm 两种 B 型钢丝的长度不适合.

### 解题诀窍

此题是比较简单的规划应用问题, 首要的问题是把实际问题转化为数学问题, 进而列出不等式, 再确定解集, 然后与实际问题对比, 得出正确答案.

### 解题诀窍

在数轴上表示不等式的解集, 一般分三步: 画数轴, 定界点(空、实心)、定方向.

#### 例题 3

解不等式 (1)  $3x-4 > 8$ ; (2)  $3x+5 \leq 4x-1$ .

### 指点迷津

主要是根据不等式的基本性质, 最终将不等式化为  $x > a$  或  $x < a$  的形式.

**【解】** (1)  $3x-4 > 8$ , 两边都加上 4 得  $3x > 12$ , 两边都除以 3 得  $x > 4$ .

(2)  $3x+5 \leq 4x-1$ , 两边都减去 5 得  $3x \leq 4x-6$ , 两边减去  $4x$  得  $-x \leq -6$ .

两边都乘以  $-1$  得  $x \geq 6$ .

### 解题诀窍

正确利用不等式的基本性质进行变形是解不等式的关键, 一定要注意不等号的方向问题.

#### 例题 4

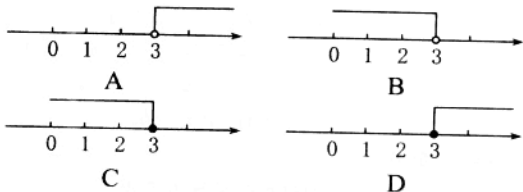
有 A、B 两种型号的钢丝, 每根 A 型钢丝的长度比每根 B 型钢丝的长度 2 倍小 3 cm, 现取这两种型号的钢丝各 2 根, 分别作为长方形框的长和宽, 焊接

### 基础自测

做的技艺, 来自做的过程

#### 一、选择题

- 不等式  $x \leq 3$  的正整数解有 ( )  
A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 无数个
- 下列说法中错误的是 ( )  
A. 不等式  $-3x < 15$  的解集是  $x > -5$   
B.  $-5$  是不等式  $2x < -9$  的解  
C. 不等式  $x < 6$  的整数解有无数个  
D. 不等式  $x < 6$  的正整数解有无数个
- (2008·武汉) 不等式  $x < 3$  的解集在数轴上表示为 ( )



4. 如果不等式  $(m-4)x < n$  的解集是  $x > \frac{n}{m-4}$ , 则有 ( )

- A.  $m > 4$                       B.  $m < 4$   
 C.  $m \neq 4$                       D.  $m$  为一个实数

二、填空题

5. 不等式  $2x+3 \leq -1$  的解集是\_\_\_\_\_.

6. 如图 1-3-4 所示的不等式的解集是\_\_\_\_\_.

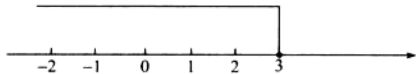


图 1-3-4

三、解答题

7. 在数轴上表示下列不等式的解集.

- (1)  $x < \frac{2}{3}$ ;                      (2)  $x > -\frac{1}{2}$ ;  
 (3)  $-2 < x \leq 3$ ;                (4)  $x+3 \leq 1$ .

8. 试写出一个不等式,使它的解集满足下列条件.

- (1) 它的正整数解为 1, 2, 3;  
 (2) 它的整数解为 -1, 0, 1.  
 (3) 不等式的解集中不含 0.

**能力拓展** 有志者自有千计万计, 无志者只感千难万难

9. 有含盐 5% 的盐水 10 kg, 要用 15 kg 的盐水和它混合, 使混合后的盐水浓度不低于 8%、不高于 14%, 则应选盐水的浓度  $P$  的取值范围是 ( )

- A.  $10\% \leq P \leq 14\%$               B.  $10\% \leq P \leq 20\%$   
 C.  $5\% \leq P \leq 8\%$                 D.  $8\% \leq P \leq 14\%$

10. 若代数式  $\frac{1}{4} + 2x$  的值不大于  $-\frac{x}{2} + 8$ , 那么  $x$  的正整数解是\_\_\_\_\_.

11. 已知关于  $x$  的方程  $4(3-2x) + 3a + 2 = 7 - 4a - 3(x-5)$  的解不比  $2a+1$  小, 求  $a$  的取值, 并在数轴上表示出来.

12. 已知方程  $\frac{1}{2}x - 1 = m$  (未知数为  $x$ ) 的解不小于 -3, 求  $m$  的取值范围.

13. 求关于  $x$  的不等式  $ax < 2a$  的解集, 并在数轴上表示出来.

14. 东风商场文具部某种毛笔每支售价 25 元, 书法练习本每本售价 5 元, 该商场为促销制订了两种优惠办法:

- 甲: 买一支毛笔就赠送一本書法练习本;  
 乙: 按购买金额打九折付款.

某校想为校书法兴趣小组购买这种毛笔 10 支, 书法练习本  $x$  ( $x \geq 10$ ) 本.

(1) 写出每种优惠办法实际付款金额  $y_{甲}$  (元)、 $y_{乙}$  (元) 与  $x$  (本) 之间的函数关系式;

(2) 比较购买同样多的书法练习本时, 按哪种优

惠办法付款更省钱；

(3)如果商场允许可以任意选择一种优惠办法购买,也可以同时用两种优惠办法购买,请你就购买这种毛笔 10 支和书法练习本 60 本设计一种最省钱的购买方案.

## 学习指南 学习最大的敌人是遗忘

1.能使不等式成立的未知数的值都是不等式的解;一个含有未知数的不等式的所有的解组成这个不等式的解集.不等式的解与方程的解的定义方式相同,表示方法类似,但个数不同.

2.判断某个未知数的值是否是不等式的解,可以直接将该值代入到不等式中,然后看不等式是否成立,如果成立,则是不等式的解;反之,则不是不等式的解.

## 1.4 一元一次不等式

### 知识导航 勇于开始,才能找到成功的路

1. \_\_\_\_\_, 这样的不等式叫做一元一次不等式.

2.解一元一次不等式的一般步骤:

(1) \_\_\_\_\_ (2) \_\_\_\_\_ (3) \_\_\_\_\_

(4) \_\_\_\_\_ (5)将  $x$  项的系数化为 1

3.一元一次不等式与一元一次方程概念的异同点:

相同点: \_\_\_\_\_

不同点: \_\_\_\_\_

4.同方程类似,任何一个一元一次不等式经过化简变形后,都可以化为 \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_ 的标准形式.这就是一元一次不等式的一般形式.

### 要点点拨 读书不知要领,苦而无功

#### 1. 一元一次不等式的定义

只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是 1,像这样的不等式叫做一元一次不等式.其标准形式为  $ax+b>0$ ,  $ax+b<0$ ,  $ax+b\geq 0$ ,  $ax+b\leq 0$  ( $a\neq 0$ ).

#### 2. 解一元一次不等式

(1)解一元一次不等式的一般步骤:

- ①去分母(根据不等式基本性质 2 或 3);
- ②去括号(根据整式运算法则);
- ③移项(根据不等式基本性质 1);
- ④合并同类项(根据整式的运算法则);
- ⑤将  $x$  项的系数化为 1(根据不等式的基本性质 2 或 3).

(2)解不等式时,上述的五个步骤不一定都能用到,并且也不一定按照自上而下的顺序,要根据不等式的形式灵活安排求解步骤.熟练后,步骤及检验还可以合并简化.

(3)解一元一次不等式时要注意,在去分母和两边同除以未知数系数时,不等式的两边有同乘以(或除以)负数的情况,这时必须改变不等号的方向,再进行演算,切记不可忽略.去括号时,括号前是负号的情况,去掉括号后,不要忘记括号内各项都变号并且注意不要漏项.

(4)一元一次不等式的解集情况以  $ax>b$  为例,如下表:

| $a$ 的取值情况 | 不等式解集           | 图示   |
|-----------|-----------------|------|
| $a>0$     | $x>\frac{b}{a}$ |      |
| $a<0$     | $x<\frac{b}{a}$ |      |
| $a=0$     | $b\geq 0$       | 无解   |
|           | $b<0$           | 无数个解 |

#### 3. 解一元一次不等式与一元一次方程的区别

| 分类       | 解一元一次方程    |         | 解一元一次不等式      |            |
|----------|------------|---------|---------------|------------|
|          | 步骤名称       | 所用等式的性质 | 步骤名称          | 所用不等式的性质   |
| 解法步骤     | (1)去分母     | 性质 2    | (1)去分母        | 性质 2 或性质 3 |
|          | (2)去括号     | ——      | (2)去括号        | ——         |
|          | (3)移项      | 性质 1    | (3)移项         | 性质 1       |
|          | (4)合并同类项   | ——      | (4)合并同类项      | ——         |
|          | (5)把系数化为 1 | 性质 2    | (5)把系数化为 1    | 性质 2 或性质 3 |
| 解的情况     | 只有一个解      |         | 无限多个解构成的集合    |            |
| 解在数轴上的表示 | 唯一的一个点     |         | 无数个点构成的集合(射线) |            |

#### 4. 一元一次不等式的应用

(1) 列不等式解文字题的步骤:

① 根据题意中的不等关系列出不等式,常用的不等关系有“大于、小于、不大于、不小于、正数、负数、非正数、非负数、至多、至少”等.

② 解不等式,求得不等式的解集.

③ 检验,写出答案.

(2) 列不等式解应用题的步骤:

① 审:审题,分析题中已知什么,求什么,明确各数量之间的关系;

② 设:设未知数(一元一次不等式设一个未知数);

③ 找:找出表示应用题意义的不等关系;

④ 列:列不等式;

⑤ 解:解所列不等式,求得不等式的解集;

⑥ 答:写出符合题意的不等式的解集或特解.



#### 核心记忆

1. 不等式两边都乘以(或除以)同一个负数时不改变不等号的方向;移项不变号;不等式两边同乘以(或除以)不确定符号的代数式时要分类讨论.

2. 判断一个式子是不是一元一次不等式有两种方法:一是根据一元一次不等式的特点(①只含有一个未知数,②未知数的次数是1,③系数不等于0,④左边和右边都是整式);二是看给出的不等式经过变形后,能否化为 $ax < b$ 或 $ax > b$ ( $a \neq 0$ )的形式.

#### 典例详析

读书之法,莫善于循序而致精

#### 例题 1

下列式子中是一元一次不等式的有 ( )

①  $x^2 + x < 1$                       ②  $\frac{1}{x} + 2 > 0$

③  $x - 3 > y + 4$                     ④  $2x + 3 < 8$

A. 1个      B. 2个      C. 3个      D. 4个

#### 指点迷津

① 不是. 因为它的未知数的最高次数是2.

② 不是. 因为不等式的左边是 $\frac{1}{x} + 2$ ,它不是整式.

③ 不是. 因为不等式中含有两个未知数.

④ 是. 因为它符合一元一次不等式定义中的三个条件.

【答案】 A

#### 解题诀窍

一元一次不等式的定义主要由三部分组成:①不等式的左右两边都是整式;②不等式中只含有一个未知数;③未知数的最高次数是1.三个条件缺一不可.这是判断一个不等式是否为一元一次不等式的依据.

#### 例题 2

解不等式  $\frac{x+5}{2} - 1 < \frac{3x+2}{2}$ .

#### 错解

去分母,得  $x+5-1 < 3x+2$ .

移项,得  $x-3x < 2-5+1$ .

合并同类项,得  $-2x < -2$ .

两边都除以 $-2$ ,得  $x > 1$ .

#### 错因

去分母时,漏乘了不含分母的项.

【正解】 去分母,得  $x+5-2 < 3x+2$ .

移项,得  $x-3x < 2-5+2$ .

合并同类项,得  $-2x < -1$ .

两边都除以 $-2$ ,得  $x > \frac{1}{2}$ .

#### 例题 3

解关于  $x$  的不等式:  $(m-2)x < m+1$ .

#### 指点迷津

因为  $m-2$  中含有字母,在解不等式中要用  $m-2$  去除不等式的两边,所以必须对  $m-2$  的正负性进行分类讨论,即  $m-2 > 0$ ,  $m-2 < 0$ ,  $m-2 = 0$  三种情况.

【解】 (1) 当  $m-2 > 0$  即  $m > 2$  时,解得  $x < \frac{m+1}{m-2}$ ;

(2) 当  $m-2 < 0$  即  $m < 2$  时,解得  $x > \frac{m+1}{m-2}$ ;

(3) 当  $m-2 = 0$  即  $m = 2$  时, $x$  的解集为一切实数.

#### 解题诀窍

运用分类讨论思想解题.

#### 例题 4

已知  $2(4-x) - 1 < -9x$ ,化简  $|-x-1| - 2|3x+2|$ .

## 指点迷津

对含有绝对值符号的式子进行化简,就是要去掉绝对值符号,为此必须考虑绝对值符号内的数是正数还是负数,这样需要先解已知的不等式,求出其解集,然后再对含绝对值符号的式子进行化简.

**【解】** 由  $2(4-x)-1 < -9x$ , 得  $x < -1$ .

当  $x < -1$  时,  $-x-1 > 0, 3x+2 < 0$ ,

所以  $|-x-1|-2|3x+2| = -x-1-2(-3x-2)$   
 $= -x-1+6x+4 = 5x+3$ .

## 解题诀窍

$|a| = \begin{cases} a (a \geq 0), \\ -a (a < 0) \end{cases}$  是化简含绝对值符号的式子的依据.

### 例题 5

王明等同学在校门口拍一张合影,已知冲一张底片需 0.6 元,洗一张照片需要 0.4 元,每人都得到一张照片,每人平均分摊的钱不超过 0.5 元,那么参加合影的同学至少多少人?

## 指点迷津

冲一张底片需 0.6 元,洗一张照片需 0.4 元,若共有  $x$  名同学,则共需  $(0.6+0.4x)$  元,又因为每人平均分摊的钱不超过 0.5 元,所以所有照相同学的总费用不能超过  $0.5x$  元.

**【解】** 设参加合影的同学有  $x$  人,由题意得  $0.6+0.4x \leq 0.5x$ , 解得  $x \geq 6$ .

$\because x$  取整数,  $\therefore x$  的最小整数解为 6.

答:参加合影的同学至少有 6 人.

## 解题诀窍

在实际生活中,经常用到“合算”,选择最佳方案,“至少”、“不足”、“不超过”等表示不等关系的关键词语,如何将这些关键词语转化为相应的数学式子(模型),是解决这类问题的关键.

## 基础自测

做的技艺,来自做的过程

### 一、选择题

1. 下列不等式中,是一元一次不等式的是 ( )

A.  $x^2-2x-3 < 0$       B.  $2x-3y \leq 0$

C.  $\frac{2}{x-1}-3 \geq 0$       D.  $4x-\frac{x}{2} > 1-x$

2. 若  $m, m+1, -m, 1-m$  四个数在数轴上的对应点从左到右的顺序分别是  $m, m+1, -m, 1-m$ , 那

么  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $m < \frac{1}{2}$       B.  $m < -\frac{1}{2}$

C.  $m < 0$       D.  $m > 0$

3. 不等式  $2x-3 \leq 5$  的非负解有 ( )

A. 4 个      B. 5 个  
C. 6 个      D. 无数个

4. 不等式  $\frac{1}{6}(1-9x) < -7-\frac{3}{2}x$  的解集为 ( )

A. 全体有理数      B. 全体正数  
C. 全体负数      D. 无解

### 二、填空题

5. 如果一个三角形的三边长分别是  $x, 2, 3$ , 那么  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

6. 不等式  $3x-2 \geq 4(x-1)$  的所有非负整数解的和等于 \_\_\_\_\_.

7.  $a$  克糖水中有  $b$  克糖 ( $a > b > 0$ ), 则糖的质量与糖水质量比为 \_\_\_\_\_; 若再添加  $c$  克糖 ( $c > 0$ ), 则糖的质量与糖水的质量比为 \_\_\_\_\_. 生活常识告诉我们: 添加的糖完全溶解后, 糖水会更甜, 请根据所列式子及这个生活常识提炼出一个不等式 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

8. 解下列不等式, 并把它的解集在数轴上表示出来.

$$(1) \frac{3(2x+5)}{2} \leq 5x - \frac{1}{2};$$

$$(2) x + \frac{x+1}{3} < 1 + \frac{x}{2} + \frac{x+8}{6}.$$

## 能力拓展

有志者自有千方百计, 无志者只感千难万难

9. (2008·烟台) 关于不等式  $-2x+a \geq 2$  的解集如图 1-4-1 所示,  $a$  的值是 ( )

A. 0      B. 2  
C. -2      D. -4

10. 根据图 1-4-2 中的数轴, 写出  $x$  的范围 \_\_\_\_\_, 并由  $x$  的范围化简  $\sqrt{x^2+4x+4} - |3-x|$  = \_\_\_\_\_.

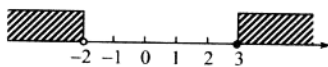


图 1-4-2



11.  $x$  取哪些非负整数时,  $\frac{3x-2}{5}$  的值不小于  $\frac{2x+1}{3}$  与 1 的差?

12. 下列各式分别在什么条件下成立?

(1)  $a > -a$ ; (2)  $a^2 > a$ ; (3)  $|a| > a$ .

13. 某工厂现有甲种原料 360 kg, 乙种原料 290 kg, 计划利用这两种原料生产 A、B 两种产品, 共 50 件. 已知生产一件 A 种产品, 需用甲种原料 9 kg, 乙种原料 3 kg, 可获利润 700 元; 生产一件 B 种产品, 需用甲种原料 4 kg, 乙种原料 10 kg, 可获利润 1200 元; 问按要求安排 A、B 两种产品的生产件数, 有哪几种方案? 请你给设计出来.

14. 绵阳市“全国文明村”江油白玉村果农王灿收获枇杷 20 吨, 桃子 12 吨. 现计划租用甲、乙两种货车共 8 辆将这批水果全部运往外地销售, 已知一辆甲种货车可装枇杷 4 吨和桃子 1 吨, 一辆乙种货车可装枇杷和桃子各 2 吨.

(1) 王灿如何安排甲、乙两种货车可一次性运到销售地? 有几种方案?

(2) 若甲种货车每辆要付运费 300 元, 乙种货车每辆要付运费 240 元, 则果农王灿应选择哪种方案, 使运费最少? 最少运费是多少?

## 学习指南

学习最大的敌人是遗忘

1. 在解一元一次不等式时要对符号的变化时刻注意, 当未知数的系数为负数, 系数化为 1 时, 不等号的方向要改变.

2. 当不等式的两边有公因式时, 不能随意约去公因式, 要先确定公因式的符号; 若不能确定公因式的符号, 要分类讨论.

3. 求不等式的特殊解的方法是: 先求出不等式的解集, 然后找出适合解集范围的整数解、非负整数解、正整数解或负整数解. 把不等式的解集在数轴上表示出来, 可解决多解、漏解现象.

4. 列不等式解应用题时, 设未知数后, 要用代数式表示相关量, 分析主要的数量(包括相等和不等)关系, 从实际问题中抽象出数量关系, 从而列出不等式, 转化为数学模型. 要注意题意中“不少于”、“至少”等语句所隐含的不等量关系.

## 1.5 一元一次不等式与一次函数

### 知识导航

勇于开始, 才能找到成功的路

1. 两个变量  $x$ 、 $y$  间的关系式可以表示成 \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_ 为常数, \_\_\_\_\_ ) 的形式, 则称  $y$  是  $x$  的一次函数.

2. 一次函数的图象是 \_\_\_\_\_.

3. \_\_\_\_\_ 像这样的不等式, 叫做一元一次不等式.