21st CENTURY
规划教材

面向21世纪高职高专经济管理系列规划教材

COURSES FOR VOCATIONAL HIGHER EDUCATION：ECONOMICS AND MANAGEMENT

经济数学

MATHEMATICS FOR ECONOMICS

郭子雪 齐红然 主编

科学出版社
www.sciencep.com

21st CENTURY
规划教材

面向21世纪高职高专经济管理系列规划教材

COURSES FOR VOCATIONAL HIGHER EDUCATION: ECONOMICS AND MANAGEMENT

经 济 数 学

郭子雪 齐红然 主 编

谷银山 田彦章 副主编

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书根据教育部制定的高职高专经济数学教学基本要求编写，是编者多年从事教学工作的结晶。内容选取上以面向经济管理专业和现代科技发展需要为原则，具有结构严谨、逻辑清晰、叙述详细、便于自学等特点。

全书主要内容有极限与连续、导数与微分、中值定理及导数的应用、不定积分、定积分、多元函数、无穷级数、行列式、矩阵、线性方程组。书的最后还附有部分习题答案。

本书可作为高职高专经济管理专业的教材。

图书在版编目（CIP）数据

经济数学/郭子雪，齐红然主编. —北京：科学出版社，2004
（面向21世纪高职高专经济管理系列规划教材）
ISBN 7-03-014145-8

Ⅰ. 经… Ⅱ. ①郭… ②齐… Ⅲ. 经济数学－高等学校：技术学校－教材
Ⅳ. F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第082291号

责任编辑：李 娜 韩 洁/责任校对：柏连海
责任印制：吕春珉/封面设计：东方人华平面设计部

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
新蕾印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2004年10月第 一 版 开本：B5（720×1000）
2004年10月第一次印刷 印张：21 1/4
印数：1–3 000 字数：410 000

定价：27.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈路通〉）

面向21世纪高职高专规划教材专家委员会

经济管理系列教材编委会

出版前言

随着世界经济的发展，人们越来越深刻地认识到经济发展需要的人才是多元化、多层次的，既需要大批优秀的理论性、研究性的人才，也需要大批应用性人才。然而，我国传统的教育模式主要是培养理论性、研究性的人才。教育界在社会对应用性人才需求的推动下，专门研究了国外应用性人才教育的成功经验，结合国情大力度地改革我国的“高等职业教育”，制定了一系列的方针政策。联合国教科文组织 1997 年公布的教育分类中将这种教育称之为“高等技术与职业教育”，也就是我们通常所说的“高职高专”教育。

我国经济建设需要大批应用性人才，呼唤高职高专教育的崛起和成熟，寄希望于高职高专教育尽快向国家输送高质量的紧缺人才。近几年，高职高专教育发展迅速。目前，各类高职高专学校已占全国高等院校的近 1/2，约有 600 所之多。教育部针对高职高专教育出台的一系列政策和改革方案主要体现在以下几个方面：

- “就业导向”成为高职高专教育的共识。高职高专院校在办学过程中充分考虑市场需求，用“就业导向”的思想制定招生和培养计划。
- 加快“双师型”教师队伍建设。已建立 12 个国家高职高专学生和教师的实训基地。
- 对学生实行“双认证”教育。学历文凭和职业资格“双认证”教育是高职高专教育特色之一。
- 高职高专教育以 2 年学制为主。从学制入手，加快高职高专教学方向的改革，充分办出高职高专教育特色，尽快完成紧缺人才的培养。
- 开展精品专业和精品教材建设。已建立科学的高职高专教育评估体系和评估专家队伍，指导、敦促不同层次、不同类型的学校办出一流的教育。

在教育部关于“高职高专”教育思想和方针指导下，科学出版社积极参与到高职高专教材的建设中去。在组织教材过程中采取了“请进来，走出去”的工作方法，即由教育界的专家、领导和一线的教师，以及企事业从事人力资源工作的人员组成顾问班子，充分分析我国各地区的经济发展、产业结构以及人才需求现状，研究培养国家紧缺人才的关键要素，寻求切实可行的教学方法、手段和途径。

通过研讨认识到，我国幅员辽阔，各地区的产业结构有明显的差异，经济发展也不平衡，各地区对人才的实际需求也有所不同。相应地，对相同专业和相近专业，不同地区的教学单位在培养目标和培养内容上也各有自己的定位。鉴于此，

适应教育现状的教材建设应该具有多层次的设计。

为了使教材的编写能针对受教育者的培养目标，出版社的编辑分不同地区逐所学校拜访校长、系主任和老师，深入到高职高专学校及相关企事业，广泛、深入地和教学第一线的老师、用人单位交流，掌握了不同地区、不同类型的高职高专院校的教师、学生和教学设施情况，清楚了各学校所设专业的培养目标和办学特点，明确了用人单位的需求条件。各区域编辑对采集的数据进行统计分析，在相互交流的基础上找出各地区、各学校之间的共性和个性，有的放矢地制定选题项目，并进一步向老师、教育管理者征询意见，在获得明确指导性意见后完成“高职高专规划教材”策划及教材的组织工作：

- 第一批“高职高专规划教材”包括三个学科大系：经济管理、信息技术和建筑。
- 第一批“高职高专规划教材”在注意学科建设完整性的同时，十分关注具有区域人才培养特色的教材。
- 第一批“高职高专规划教材”组织过程正值高职高专学制从 3 年制向 2 年制转轨，教材编写将其作为考虑因素，要求提示不同学制的讲授内容。
- 第一批“高职高专规划教材”编写强调
  - ◆ 以就业岗位对知识和技能需求下的教材体系的系统性、科学性和实用性。
  - ◆ 教材以实例为先，应用为目的，围绕应用讲理论，取舍适度，不苛求理论的完整性。
  - ◆ 提出问题→解决问题→归纳问题的教、学法，培养学生触类旁通的实际工作能力。
  - ◆ 课后作业和练习（或实训）真正具有培养学生实践能力的作用。

在“高职高专规划教材”编委的总体指导下，第一批各科教材基本是由系主任，或从教学一线中遴选的骨干教师执笔撰写。在每本书主编的严格审读及监控下，在各位老师的辛勤编撰下，这套凝聚了所有作者及参与研讨的老师们的经验、智慧和资源，涉及三个大的学科近 200 种的高职高专教材即将面世。我们希望经过近一年的努力，奉献给读者的这套书是他们渴望已久的适用教材。同时，我们也清醒地认识到，“高职高专”是正在探索中的教育，加之我们的水平和经验有限，教材的选题和编辑出版会存在一些不尽人意的地方，真诚地希望得到老师和学生的批评、建议，以利今后改进，为繁荣我国的高职高专教育不懈努力。

科学出版社

2004 年 6 月 1 日

前　言

“经济数学”是高等院校经济管理类各专业的重要基础课程之一。本书是根据教育部制定的高职高专经济数学教学基本要求编写的，包括了高职高专经济管理专业在经济数学方面所必须具备的基本知识和技能要求。

本书在尽量保持数学学科的科学性与系统性基础上，力求做到科学性与通俗性相结合；在“必需、够用”原则指导下，精选教学内容，重点突出，深入浅出，逐步提高；本书在每一节都附有适量的练习题，每章后还附有复习题，能帮助读者掌握基本理论知识，并提高其分析问题和解决问题的能力。本书可作为高职高专经济管理专业的教学用书。

本书共分 10 章，其中第 1、8、9、10 章由郭子雪编写，第 2、3、4 章由齐红然编写，第 5 章由谷银山编写，第 6 章由宿静茹、石平编写，第 7 章由石平编写，全书最后由郭子雪、齐红然、田彦章修改、定稿。

在编写过程中，我们参阅了国内外有关研究成果和资料，在此谨表谢意。由于我们水平所限，书中不妥或错误之处在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

2004 年 6 月

目　　录

第 1 章　极限与连续

学习目的与要求

极限概念是微积分中最重要的基本概念之一，微积分中的很多概念如函数的连续性、函数的导数、函数的定积分等都与极限概念有密切联系. 通过本章的学习，要求掌握函数概念与性质；掌握数列极限和函数极限的定义与运算法则；了解两个重要极限的证明，学会用两个重要极限求数列与函数的极限；掌握连续函数的定义，了解闭区间上连续函数的性质；了解无穷小(大)量及其阶的比较.

1.1　函数的定义与性质

函数是微积分研究的对象，是自然现象或技术过程中变量之间相互依存关系的数学抽象.

1.1.1　函数的概念

定义 1.1　设 D 是一个给定的数集，x 和 y 是同一变化过程中的两个变量. 当变量 x 在数集 D 中任取一值时，按照一定法则，变量 y 总有确定的数值与之对应，则称 y 是 x 的函数，记作 $y=f(x)$. 数集 D 叫做函数的定义域，x 叫做自变量，y 叫做因变量.

当 x 取数值 $x_0\in D$ 时，与 x_0 相对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$. 当 x 取遍数集 D 的每个数值时，对应的函数值的全体组成的集合称为函数 $y=f(x)$ 的值域，一般用 Z 或 $Z(f)$ 表示.

当自变量 x 在定义域 D 内任取一值时，与之对应的函数值只有一个，则称这样的函数为单值函数；否则称为多值函数。以后凡是没有特别说明时，函数都是指单值函数.

在函数的概念中应注意以下两点：

(1) 构成函数的两个基本要素：函数的定义域和对应关系. 只要这两者确定了，一个函数就完全确定了. 判别两个函数是否相同，即是看函数的定义域与对应关系是否完全相同，只有这两者完全相同时，两个函数才是相同函数.

例如，$y=\sin x$ 与 $y=\dfrac{x\sin x}{x}$、$y=x$ 与 $y=|x|$ 都不是相同函数，而 $y=|x|$ 与 $y=\sqrt{x^2}$ 是相同函数.

(2) 函数 $y=f(x)$ 中，f 表示的是函数符号，是一种对应关系. 如 $f(x)=x^2+2x+2$ 中，f 表示：$(\ \ )^2+2(\ \ )+2$，把这种关系作用于 t，即 $f(t)=t^2+2t+2$；作用于 $\frac{1}{x}$，即 $f\left(\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{1}{x}\right)^2+2\left(\frac{1}{x}\right)+2$；作用于 1，即 $f(1)=1^2+2\times1+2=5$，表示 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的函数值.

【例 1.1】 已知 $f(x)=x^2-\frac{1}{x}$，求 $f\left(\frac{1}{x}\right)$，$f\left(x^2-\frac{1}{x}\right)$.

解：$f\left(\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{1}{x}\right)^2-\frac{1}{\left(\frac{1}{x}\right)}=\frac{1}{x^2}-x$

$$f\left(x^2-\frac{1}{x}\right)=\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^2-\frac{1}{x^2-\frac{1}{x}}=x^4-2x-\frac{1}{x^2(x^3-1)}$$

1.1.2 函数定义域的求法

求函数定义域要遵循以下几个原则：

原则 1.1 分式的分母不为 0.

【例 1.2】 确定函数 $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$ 的定义域.

解：要使 $f(x)$ 有意义，须 $x^2-1\neq0$，即 $x\neq\pm1$.

所以 $f(x)$ 的定义域为 $x\neq\pm1$ 的全体实数，用区间表示即

$$D=(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$$

原则 1.2 负数不能开平方.

【例 1.3】 确定函数 $f(x)=\sqrt{x^2-x-6}$ 的定义域.

解：要使 $f(x)$ 有意义，须 $x^2-x-6\geqslant0$，即

$$(x-3)(x+2)\geqslant0$$

所以
$$\begin{cases}x-3\geqslant0\\x+2\geqslant0\end{cases}\quad\text{或}\quad\begin{cases}x-3\leqslant0\\x+2\leqslant0\end{cases}$$

解之得 $x\geqslant3$ 或 $x\leqslant-2$. 因此 $f(x)$ 的定义域为

$$D=(-\infty,-2]\cup[3,+\infty)$$

原则 1.3 零和负数没有对数.

【例 1.4】 确定函数 $f(x)=\frac{1}{\lg(5x-2)}$ 的定义域.

解：要使 $f(x)$ 有意义，须 $\lg(5x-2)\neq0$，即

$$5x-2>0 \text{ 且 } 5x-2\neq1$$

所以 $x>\frac{2}{5}$ 且 $x\neq\frac{3}{5}$，因此 $f(x)$ 的定义域为

$$D=\{x \mid x>\frac{2}{5} \text{ 且 } x\neq\frac{3}{5}\}=\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right)\cup\left(\frac{3}{5},+\infty\right)$$

原则 1.4 满足反三角函数等初等函数定义的要求.

【例 1.5】 确定函数 $f(x)=\arcsin\frac{2x-1}{7}$ 的定义域.

解: 要使函数 $f(x)$ 有意义,须 $-1\leqslant\frac{2x-1}{7}\leqslant 1$,即

$$-7\leqslant 2x-1\leqslant 7$$

所以 $-3\leqslant x\leqslant 4$,因此 $f(x)$ 的定义域为 $D=[-3,4]$.

原则 1.5 由几个函数经过四则运算所组成的函数的定义域等于这几个函数定义域的公共部分.

【例 1.6】 确定函数 $f(x)=\frac{1}{1-x}+\sqrt{x+2}$ 的定义域.

解: 要使函数 $f(x)$ 有意义,须 $1-x\neq 0$ 且 $x+2\geqslant 0$,即

$$x\geqslant -2 \text{ 且 } x\neq 1$$

所以 $f(x)$ 的定义域为

$$D=\{x \mid x\geqslant -2 \text{ 且 } x\neq 1\}=[-2,1)\cup(1,+\infty)$$

1.1.3 函数的表示方法

常用的函数的表示方法一般有三种:表格法、图像法和公式法.

1. 表格法

如果某工厂 1 ~ 6 月份产品的产量如表 1.1 所列,这就表示了产量 P 与时间 t 之间的相互依存关系,即 P 与 t 之间构成了函数关系.这种表示法自变量的取值一般是离散的.

表 1.1

月份 t	1	2	3	4	5	6
产量 P	98	100	120	115	95	110

2. 图像法

如果某一天的气温变化如图 1.1 所示,这就表示了气温 T 与时间 t 的关系,T 与 t 之间构成了一个函数.

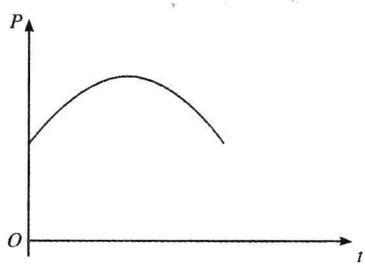

图 1.1

3. 公式法

如 $f(x)=\sqrt{x^2-1}+\dfrac{1}{x+1}$，$f(x)=(x+1)(x^2+x-1)$ 等都是用公式法表示的函数

有些函数，对于自变量在其定义域内的不同取值，无法用一个数学表达式表示，而是要用两个或两个以上的数学式子来表示，我们称这种函数为分段函数.

例如，$f(x)=\begin{cases}x, x\geqslant 0\\ -x, x<0\end{cases}$ （图 1.2），　$g(x)=\begin{cases}x+1, x<0\\ 0, x=0\\ x-1, x>0\end{cases}$ （图 1.3）

都是定义在$(-\infty,+\infty)$内的分段函数.

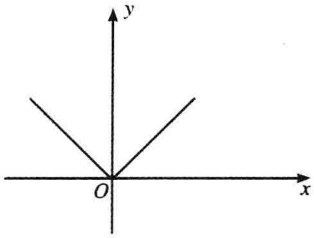

图 1.2

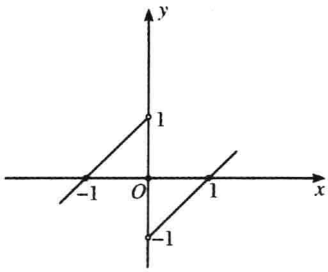

图 1.3

注意　分段函数是用几个公式合起来表示一个函数，而不是表示几个不同的函数，这种表示形式在实际应用中经常用到；另外，求分段函数 $f(x)$ 在某点 x_0 处的函数值时，首先要看点 x_0 在定义域的哪一段内，再决定由哪个式子计算.

【例 1.7】　已知 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 2x, & 1<x\leqslant 2\\ 3x+1, & x>2\end{cases}$，求 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$、$f\left(\dfrac{3}{2}\right)$、$f(3)$.

解：$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+1=\dfrac{5}{4}$

$f\left(\dfrac{3}{2}\right)=2\times\dfrac{3}{2}=3$

$f(3)=3\times 3+1=10$

1.1.4　函数的简单性质

1. 函数的有界性

定义 1.2　设函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义，如果存在一个正数 M，使得对于所有的 $x \in (a,b)$，恒有 $|f(x)| \leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内有界。如果不存在这样的正数 M，则称函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内无界.

例如，函数 $f(x)=\sin x$，对任意 $x \in (-\infty,+\infty)$，恒有 $|\sin x| \leqslant 1$，所以 $f(x)=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有界；而函数 $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ 在开区间 $(0,1)$ 内是无界的.

2. 函数的单调性

定义 1.3　设函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义，如果对于区间 (a,b) 内任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，恒有 $f(x_1) < f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内是单调增加的；如果对于区间 (a,b) 内任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，恒有 $f(x_1) > f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内是单调减少的。单调增加函数和单调减少函数统称为单调函数.

单调增加函数的图形是沿 x 轴正向逐渐上升的，如图 1.4 所示；单调减少函数的图形是沿 x 轴正向逐渐下降的，如图 1.5 所示.

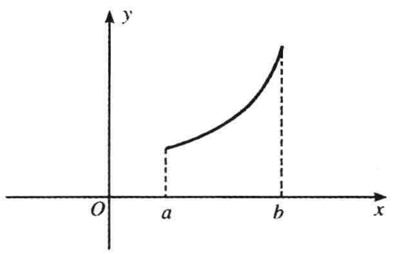

图 1.4

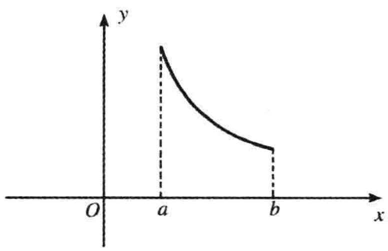

图 1.5

【例 1.8】　判断 $f(x)=x^2$ 在 $(0,+\infty)$ 内的单调性.

解： 任取 $x_1,x_2 \in (0,+\infty)$，且 $x_1 < x_2$，则

$$f(x_2)-f(x_1)={x_2}^2-{x_1}^2=(x_2-x_1)(x_2+x_1)>0$$

所以 $f(x_1) < f(x_2)$，即 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调增加.

3. 函数的奇偶性

定义 1.4　设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，即若 $x \in D$，则必有

$-x \in D$.如果对于任一 $x \in D$,恒有 $f(-x) = f(x)$ 成立,则称函数 $f(x)$ 为偶函数;如果对于任一 $x \in D$,恒有 $f(-x) = -f(x)$ 成立,则称函数 $f(x)$ 为奇函数.

偶函数的图形对称于 y 轴.因为若 $f(x)$ 为偶函数,则有 $f(-x) = f(x)$,所以如果点 $M(x, f(x))$ 在图形上,则与它对称于 y 轴的点 $M'(-x, f(x))$ 也在图形上(图 1.6).

奇函数的图形对称于原点.因为若 $f(x)$ 为奇函数,则必有 $f(-x) = -f(x)$,所以如果点 $M(x, f(x))$ 在图形上,则与它对称于原点的点 $M''(-x, -f(x))$ 也在图形上(图 1.7).

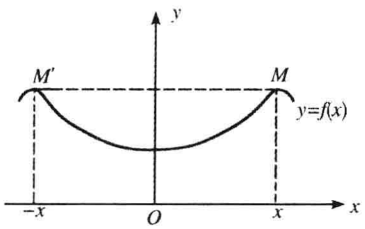

图 1.6

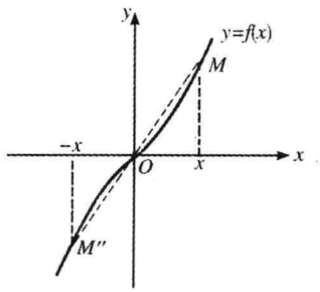

图 1.7

【例 1.9】 判断函数 $f(x) = x^4 - 2x^2$ 的奇偶性.

解:因为 $f(x)$ 的定义域 $D(f) = (-\infty, +\infty)$,且满足

$$f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 = x^4 - 2x^2 = f(x)$$

所以 $f(x)$ 为偶函数.

【例 1.10】 判断函数 $f(x) = \dfrac{1}{x}$ 的奇偶性.

解:因为 $f(x)$ 的定义域为 $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$,且

$$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$$

所以 $f(x)$ 为奇函数.

【例 1.11】 判断函数 $f(x) = x^3 - 1$ 的奇偶性.

解:$f(x)$ 的定义域为 $D(f) = (-\infty, +\infty)$,且

$f(-x) = (-x)^3 - 1 = -x^3 - 1$ 既不等于 $f(x)$ 也不等于 $-f(x)$,所以 $f(x)$ 为非奇非偶函数.

4. 函数的周期性

定义 1.5 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D,如果存在一个不为零的正数 T,使得对

于任一 $x \in D$ 都有 $f(x+T)=f(x)$ 成立，则称 $f(x)$ 为周期函数。满足这个等式的最小正数 T，称为函数 $f(x)$ 的最小周期，简称周期。

例如，函数 $y=\sin x, y=\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数.

1.1.5 反函数与复合函数

1. 反函数

定义 1.6 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 Z，如果对于 Z 中的每一个 y，D 中的 x 按照某种对应规则总有唯一确定的值与之相对应，则 x 成为 y 的函数，我们称此函数为 $y=f(x)$ 的反函数，记作 $x=f^{-1}(y)$.

函数 $y=f(x)$ 中，x 为自变量，y 为因变量，定义域为 $D(f)$，值域为 $Z(f)$；函数 $x=f^{-1}(y)$ 中，y 为自变量，x 为因变量，定义域为 $Z(f)$，值域为 $D(f)$.

习惯上用 x 表示自变量，用 y 表示因变量。因此将 $x=f^{-1}(y)$ 改写为以 x 为自变量、以 y 为因变量的函数关系 $y=f^{-1}(x)$，这时我们说 $y=f^{-1}(x)$ 是 $y=f(x)$ 的反函数.

因为 $y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 的关系是 x 与 y 互换位置，所以它们的图形是关于直线 $y=x$ 对称的（图 1.8）.

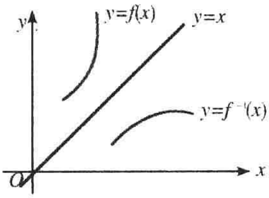

图 1.8

【例 1.12】 求 $y=2x+1$ 的反函数.

解： 由 $y=2x+1$ 可得

$$x=\frac{y-1}{2}$$

所以 $y=2x+1$ 的反函数为 $y=\dfrac{x-1}{2}$.

2. 复合函数

定义 1.7 设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 Z，如果 $D\cap Z$ 非空，则 y 通过变量 u 而成为 x 的函数，称之为 x 的复合函数，记作 $y=f(\varphi(x))$. x 为自变量，y 为因变量，而 u 称为中间变量.

【例 1.13】 设 $y=\sqrt{u}, u=1-x^2$，将 y 表示成 x 的函数.

解： 因为 $y=\sqrt{u}$ 的定义域为 $D=[0,+\infty)$，$u=1-x^2$ 的值域 $Z=(-\infty,1]$，$D\cap Z$ 非空，所以由 $y=\sqrt{u}, u=1-x^2$ 得复合函数 $y=\sqrt{1-x^2}$.

【例 1.14】 函数 $y=e^{\sqrt{x^2+1}}$ 是由哪些简单函数构成的？