

高等数学(一)习题

详 解

主编 陈家俭

大连海运学院出版社

高等数学(一)习题

详 解

主 编 陈家俭
副主编 尹 蓓

大连海运学院出版社

(辽)新登字 11 号

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(一)习题详解/陈家俭主编. —大连:大连
海运学院出版社, 1994.5

ISBN 7-5632-0790-2

I. 高… II. 陈… III. 高等数学-习题 IV. 013-44

中国版本图书馆CIP数据核字(94)第06779号

大连海运学院出版社出版

(大连)

大连市印刷总汇印刷 大连海运学院出版社发行

1994年7月第1版 1994年7月第1次印刷

开本:787×1092 1/32 印张:9

字数:195千 印数:0001—2000

定价:7.00元

编者的话

高等教育财经类专业自学考试高等数学(一),选用经济应用数学(一)《微积分》(修订本)作为教材。(中国人民大学出版社),修订后的教材比原版的习题增加了,每章又补充了选择题(B)。

为了使自学考生在短时间内掌握《微积分》的内容,达到无师也能完成作业的目的,应广大考生的要求,我们对本书的全部习题作了解答,供自学考生参考。

本习题解答初稿已试用多年,很受自学考生的欢迎,最后在大连海运学院出版社的鼎力支持和编者的好友以及学生的支持下,才使题解得以出版,在此表示谢意。

参加本书编写的具体分工是:习题一至习题二由大连财贸职工学院尹蔷执笔,习题三由辽宁师范大学谭元惠执笔,习题四至习题七由大连教育学院陈家俭执笔,习题八至习题九由大连铁道学院陈家道执笔,最后由陈家俭副教授统编定稿。限于编者的水平,书中难免有错误和挂一漏万之处,并且给出的解答方法并不一定是最佳解法,恳请同行以及自学考生指正。

编者

1994. 于大连

目 录

习题一(A)	1
(B)	19
习题二(A)	27
(B)	51
习题三(A)	58
(B)	88
习题四(A)	94
(B)	125
习题五(A)	132
(B)	159
习题六(A)	163
(B)	190
习题七(A)	195
(B)	217
习题八(A)	223
(B)	250
习题九(A)	256
(B)	278

习题一 (A)

1. 解 (1) 一个有限集合。如 $\{x|x^2 - 3 = 0\}$
(2) 一个无限集合。如 $\{x|x = 2n, n \in N\}$
(3) 一个空集。如 $\{x|x^2 + 1 = 0, x \in R\}$
(4) 一个集合是另一个集合的子集。如

若 $A = \{x|-1 \leq x < 5\}$, $B = [-1, 5)$, 则 $A \subseteq B$.

若 $A = \{x|x^2 - 2 = 0\}$, $B = \{x||x| \leq 7\}$. 则 $A \subset B$.

2. 解 (1) $\{x|x > 5, x \in R\}$.
(2) $\{(x, y)|x^2 + y^2 < 25, x, y \in R\}$
(3) $\{(x, y)|y = x^2 \text{ 且 } x - y = 0, x, y \in R\}$
3. 解 (1) $\because x^2 - 7x + 12 = 0, (x - 4)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = 4, x = 3$

故方程根的集合为 $\{3, 4\}$

$$(2) \because \begin{cases} y = x^2 \\ x - y = 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 - x = 0 \therefore \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases},$$
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}, \text{ 交点集合为 } \{(0, 0), (1, 1)\}$$

$$(3) \because |x - 1| \leq 5 \therefore -1 \leq x \leq 6$$

整数集合为 $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

4. 解 $A = \{x|x + 1 = 0\} = \{-1\} \neq \emptyset$
 $B = \{x|x^2 + 1 = 0, x \in R\} = \emptyset$
 $C = \{x|x > 1 \text{ 且 } x < 0\} = \emptyset$
 $D = \{x|x > 0 \text{ 且 } x < 1\} = \{x|0 < x < 1\} \neq \emptyset$
 $E = \{(x, y)|x^2 + y^2 = 1 \text{ 且 } x + y = 3, x, y \in R\} = \emptyset$

5. 解 $A = \{0, 1, 2\}$ 的子集有:

$\{0, 1, 2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \emptyset$

6. 解 对的有: $1 \in A, 0 \in B, \{1\} \subset A, \{0\} \subset A$

$A \supset B, \emptyset \subset A, A \subset A$.

不对的有: $\{1\} \in A, 1 \subset A, 0 \subset A, \{0\} \subset B, A = B$

7. 解 (1) $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ (2) $A \cap B = \{1, 3\}$

(3) $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(4) $A \cap B \cap C = \emptyset$

(5) $A - B = \{2\}$

8. 解 A' 表示不会英语人的集合;

B' 表示不会日语人的集合;

$A - B$ 表示会英语而不会日语的人的集合;

$(A \cup B)'$ 表示不会英语也不会日语的人集合;

$(A \cap B)'$ 表示不是既会英语又会日语的人的集合。

9. 解 (1) $A \cup B = \{x | x > 3, x \in R\}$

(2) $A \cap B = \{x | 4 < x < 5, x \in R\}$

(3) $A - B = \{x | 3 < x \leq 4, x \in R\}$

10. 解 如图 1-1, 阴影区域即为 $A \cap B \cap C$

11. 解 (1) $A' = \{4, 5, 6\}$

(2) $B' = \{1, 3, 5\}$

(3) $A' \cup B' = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

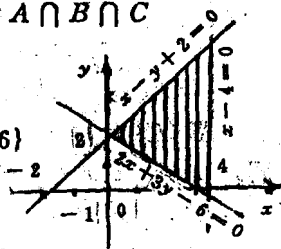
(4) $A' \cap B' = \{5\}$

12. 解 $\because A - B = \{1, 3\}$, 而

$A \cap B' = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\}$ 图 1-1

$= \{1, 3\}, \therefore A - B = A \cap B'$

13. 解 对的有: $A \cup A = A, A \cap A = A, A \cup \emptyset = A$



$$A \cup V = V, A \cap V = A, A \cap \emptyset = \emptyset,$$

$$A - A = \emptyset'$$

错的有: $A \cap A = \emptyset, A \cup \emptyset = \emptyset, A \cap \emptyset = A,$

$$A - A = A$$

14. 解 $\because A \cap B = \{1, 2, 3\}$ 而 B 中有元素 1, A 中无元素 1, 但有元素 $a, \therefore a = 1$

由于 A 中有元素 2, B 中无元素 2, 但有 $b, \therefore b = 2$

15. 解 (1) 麦、棉两项均达到上述指标的公社集合为

$$A \cap B, \text{数目为 } 70 - 55 = 15(\text{个}).$$

(2) 小麦未达到指标而棉花达到指标的公社集合为 $A - B$, 即 $A' \cap B$, 数目为 $40 - 15 = 25(\text{个}).$

(3) 麦、棉中至少有一项达到指标的公社集合为 $A \cup B$, 数目为 $70 + 40 - 15 = 95(\text{个}).$

(4) 麦、棉两项, 均未达到指标的公社集合为 $(A \cup B)',$ 数目为 $100 - 95 = 5.$

16. 解 $\because A \cap (B \cup C) = \{a, b, c, d\} \cap \{c, d, e, f\} = \{c, d\}$
而 $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{c, d\} \cup \{d\} = \{c, d\}$
 $\therefore A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

17. 解 A 表示会英语的人的集合, B 表示会日语人的集合

(1) $\because (A \cup B)'$ 表示不会英语也不会日语人的集合
而 $A' \cap B'$ 也表示不会英语也不会日语人的集合
 $\therefore (A \cup B)' = A' \cap B'$

如图 1-2, 斜线部分表示 $(A \cup B)'$ 或 $A' \cap B'$

(2) $\because (A \cap B)'$ 表示不是既会英语又会日语人的集合,
而 $A' \cup B'$ 表示不会英语或不会日语人的集合, 即
英、日两种语言都会的人除外, 其它人的集合。

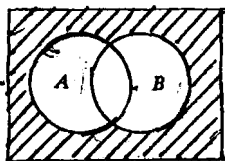


图 1-2

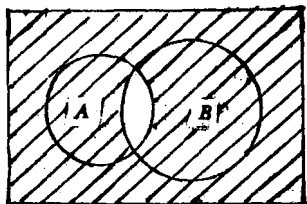


图 1-3

$$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$$

如图 1-3 中斜线部分, 即表示 $(A \cap B)'$ 或 $A' \cup B'$

18. 解 左边 $= X \cup (X \cap Y)' \cup Y = X \cup (X' \cup Y') \cup Y$
 $= (X \cup X') \cup (Y' \cup Y) = V \cup V = V =$ 右边

19. 解 $A \times B = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c), (d, a), (d, b), (d, c)\}$

20. 解 $X \times Y = \{(3, 3), (3, 0), (3, 2), (0, 3), (0, 0), (0, 2), (2, 3), (2, 0), (2, 2)\}$

21. 解 $\because A \times B \triangleq \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$
 $\therefore A \times B = \{(\text{北}, \text{南}), (\text{北}, \text{广}), (\text{北}, \text{深}), (\text{上}, \text{南}), (\text{上}, \text{广}), (\text{上}, \text{深})\}$
 $B \times A = \{(\text{南}, \text{北}), (\text{南}, \text{上}), (\text{广}, \text{北}), (\text{广}, \text{上}), (\text{深}, \text{北}), (\text{深}, \text{上})\}$

22. 解 $X \times Y \times Z = \{(x_1, y_1, z_1), (x_1, y_2, z_1), (x_1, y_1, z_2), (x_1, y_2, z_2)\}$

23. 解 (1) $\because x^2 < 9 \Rightarrow \sqrt{x^2} = |x| < 3 \therefore -3 < x < 3$
 (2) $\because |x - 4| < 7 \Rightarrow -7 < x - 4 < 7,$
 $\therefore -3 < x < 11$

$$(3) \because 0 < (x-2)^2 < 4 \Rightarrow 0 < |x-2| < 2$$

$$\text{即 } |x-2| < 2 \text{ 且 } x \neq 2 \quad \therefore 0 < x < 4 (x \neq 2)$$

$$(4) \because |ax - x_0| < \delta \quad (a > 0, \delta > 0, x_0 \text{ 为常数})$$

$$\therefore -\delta < ax - x_0 < \delta \Rightarrow x_0 - \delta < ax < x_0 + \delta$$

$$\Rightarrow \frac{x_0 - \delta}{a} < x < \frac{x_0 + \delta}{a}$$

24. 解 (1) $\because |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \quad \therefore x \in [-3, 3]$

(2) $\because |x-2| \leq 1 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3 \quad \therefore x \in [1, 3]$

(3) $\because |x-a| < \varepsilon (a \text{ 为常数}, \varepsilon > 0) \Rightarrow a - \varepsilon < x < a + \varepsilon$

$$\therefore x \in (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$$

(4) $\because |x| \geq 5 \Rightarrow x \geq 5 \text{ 或 } x \leq -5$

$$\therefore x \in (-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$$

(5) $\because |x+1| > 2 \Rightarrow x > 1 \text{ 或 } x < -3$

$$\therefore x \in (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$$

25. 解 (1) $\because I_1 = \{x | |x+3| < 2\} = \{x | -5 < x < -1\}$
 $= (-5, -1)$ (图 1-4)

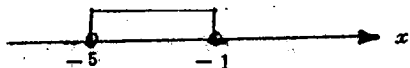


图 1-4

(2) $I_2 = \{x | 1 < |x-2| < 3\} = \{x | |x-2| > 1$
 且 $|x-2| < 3\}$

$$= \{x | x > 3 \text{ 或 } x < 1 \text{ 且 } -1 < x < 5\}$$

$$= \{x | x > 3 \text{ 且 } -1 < x < 5 \text{ 或 } x < 1 \text{ 且 } -1 < x < 5\}$$

$$= \{x | 3 < x < 5 \text{ 或 } -1 < x < 1\}$$

$$= (-1, 1) \cup (3, 5) \text{ (图 1-5)}$$

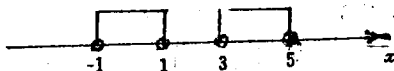


图 1-5

26. 解 $\because y = \lg(-x^2)$ 在实数范围内无意义 $\therefore$ 不是函数关系。

这是因为, 设 $y = \ln u$, $D(f) = (0, +\infty)$

$$u = -x^2, Z(\varphi) = (-\infty, 0]$$

而 $D(f) \cap Z(\varphi) = \emptyset \therefore y = \lg(-x^2)$
不是函数关系。

27. 解 $\because y = \frac{x^2 - 1}{x}$ 的定义域为 $x \neq 1$ 一切实数

而 $y = x + 1$ 的定义域为一切实数, 由于定义域不同

$\therefore y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 与 $y = x + 1$ 是不相同的函数。

28. 解 (1) $\because 9 - x^2 \geq 0 \therefore x^2 \leq 9$, 即 $|x| \leq 3$

故 $y = \sqrt{9 - x^2}$ 的定义域为 $-3 \leq x \leq 3$
或 $[-3, 3]$

(2) $\because$ 函数定义域应满足 $\begin{cases} 1 - x^2 \neq 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x \geq -2 \end{cases}$

$\therefore D(f) = x \geq 2$ 且 $x \neq \pm 1$ 或

$$D(f) = [-2, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$$

(3) $\because$ 函数定义域应满足 $x^2 + 4 \neq 0$

而 $x^2 + 4$ 永远不为零

$\therefore$ 定义域为一切实数或 $(-\infty, +\infty)$

(4) $\because$ 函数的定义域应满足 $-1 \leq \frac{x-1}{2} \leq 1$

即 $-1 \leq x \leq 3 \therefore$ 定义域为 $D(f) =$

$$[-1, 3] \text{ 或 } -1 \leq x \leq 3.$$

(5) $\because$ 自变量不论取任何实数值函数都有意义

$\therefore$ 定义域为 $(-\infty, +\infty)$

$$(6) \because \text{函数的定义域应满足} \begin{cases} 3-x > 0 \\ |x|-1 > 0 \end{cases} \text{ 即} \\ \begin{cases} x < 3 \\ |x| > 1 \text{ 或 } x < -1 \end{cases}$$

$\therefore$ 定义域为 $1 < x < 3$ 或 $x < -1$, 即

$$(1, 3) \cup (-\infty, -1)$$

$$(7) \because \text{函数的定义域应满足} \begin{cases} \lg \frac{5x-x^2}{4} \geq 0 \\ \frac{5x-x^2}{4} > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{5x-x^2}{4} \geq 1 \\ \frac{5x-x^2}{4} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x-x^2 \geq 4 \\ 5x-x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow 5x-x^2 \geq$$

$4 \Rightarrow 1 \leq x \leq 4, \therefore$ 函数的定义域为 $[1, 4]$

(8) $\because$ 函数定义域应满足

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{2x-1}{7} \leq 1 \\ x^2-x-6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 4 \\ (x-3)(x+2) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 4 \\ x > 3 \text{ 或 } x < -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 4 \\ x > 3 \end{cases} \quad \text{或}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x \leq 4 \\ x < -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3 < x \leq 4 \text{ 或 } -3 \leq x < -2.$$

$\therefore$ 定义域为 $(3, 4] \cup [-3, -2)$.

29. 解 $f(0) = 0^2 - 3 \times 0 + 2 = 2$

$$f(1) = 1^2 - 3 \times 1 + 2 = 0$$

$$f(2) = 2^2 - 3 \times 2 + 2 = 0$$

$$f(-x) = (-x)^2 - 3(-x) + 2 = x^2 + 3x + 2$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{x}\right) + 2 = \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} + 2$$

$$f(x+1) = (x+1)^2 - 3(x+1) + 2 = x^2 - x$$

30. 解 $\because f(x) = \frac{x}{1-x}$

$$\therefore f[f(x)] = \frac{f(x)}{1-f(x)} = \frac{\frac{x}{1-x}}{1-\frac{x}{1-x}} = \frac{x}{1-2x}$$

$$f\{f[f(x)]\} = \frac{f[f(x)]}{1-f[f(x)]} = \frac{\frac{x}{1-2x}}{1-\frac{x}{1-2x}} = \frac{x}{1-3x}$$

31. 证 $\because f(-x) = (-x)^5 - 2(-x)^3 + 3(-x) = -x^5 + 2x^3 - 3x = -(x^5 - 2x^3 + 3x) = -f(x)$

$\therefore$ 等式成立

32. 证 $f(-x) = \frac{e^{-(-x)} - 1}{e^{-(-x)} + 1} = \frac{e^{1/e^{-x}} - 1}{e^{1/e^{-x}} + 1} = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} =$

$$\frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} = -\frac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1} = -f(x) \quad \therefore \text{等式成立}$$

33. 证 $f(-x) = \frac{1 - (-x)^2}{\cos(-x)} = \frac{1 - x^2}{\cos x} = f(x) \quad \therefore$ 等式成立

34. 证 (1) $\because f(x) \cdot f(y) = a^x \cdot a^y = a^{x+y} = f(x+y)$

$\therefore$ 等式成立

$$(2) \because \frac{f(x)}{f(y)} = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} = f(x-y) \therefore \text{等式成立}$$

35. 证 (1) $\because f(x) + f(y) = \log_a x + \log_a y$
 $= \log_a(xy) = f(x \cdot y) \therefore \text{等式成立}$

$$(2) \because f(x) - f(y) = \log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y} =$$

$$f\left(\frac{x}{y}\right)$$

$\therefore \text{等式成立}$

36. 解 (1) $\because f(x)$ 为分段函数

$\therefore D(f) = (-\infty, +\infty)$ (如图 1-6)

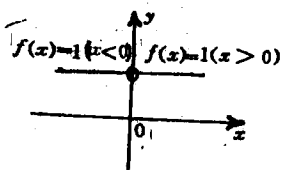


图 1-6

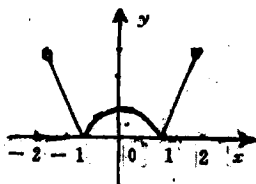


图 1-7

$$(2) \because |x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$1 < |x| < 2 \Rightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x > 1 \text{ 或 } x < -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 < x < 2 \text{ 或 } -2 < x < -1 \Rightarrow -2 < x < 2$$

$$\therefore D(f) = [-1, 1] \cup (-2, 2) = (-2, 2)$$

(如图 1-7)

37. 解 令 $2x - 1 = 0$, 则 $x = \frac{1}{2}$

$$\text{当 } x \geq \frac{1}{2} \text{ 时, } y = 5 - (2x - 1) = 6 - 2x$$

$$\text{当 } x < \frac{1}{2} \text{ 时, } y = 5 - (1 - 2x) = 4 - 2x$$

$$\therefore y = 5 - |2x - 1| = \begin{cases} 6 - 2x, x \geq \frac{1}{2} \\ 4 + 2x, x < \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{图 1-8})$$

38. 解 $\therefore f(x) = \begin{cases} 1, x < 0 \\ 0, x = 0 \\ 1, x > 0 \end{cases}$

$$\therefore f(x-1) = \begin{cases} 1, x-1 < 0 \text{ 即 } x < 1 \\ 0, x-1 = 0 \text{ 即 } x = 1 \\ 1, x-1 > 0 \text{ 即 } x > 1 \end{cases} \quad \text{图 1-8}$$

$$f(x^2 - 1) = \begin{cases} 1, x^2 - 1 < 0 \text{ 即 } |x| < 1 \\ 0, x^2 - 1 = 0 \text{ 即 } |x| = 1 \\ 1, x^2 - 1 > 0 \text{ 即 } |x| > 1 \end{cases}$$

39. 解 令 $x+1=y$, 则 $\varphi(y) = \begin{cases} (y-1)^2, 1 \leq y \leq 2 \\ 2(y-1), 2 < y \leq 3 \end{cases}$

$$\therefore \varphi(x) = \begin{cases} (x-1)^2, 1 \leq x \leq 2 \\ 2(x-1), 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

40. 解 $x^2 + (y-3)^2 = 1$ 的圆形是以 $(0, 3)$ 为圆心, 半径为 1 的圆。

$$\therefore x^2 + (y-3)^2 = 1$$

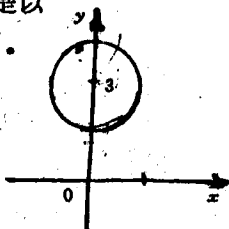
$$\therefore (y-3)^2 = 1 - x^2,$$

$$y-3 = \pm \sqrt{1-x^2}$$

$\therefore$ 两个单值的显函数分别为

$$y = 3 + \sqrt{1-x^2},$$

$$y = 3 - \sqrt{1-x^2}$$



图(1-9)

41. 解 设宽为 x , 则长为 $\frac{A}{x}$,

周长 $S = 2(x + \frac{A}{x})$, 因此,

$$D(f) = (0, +\infty)$$

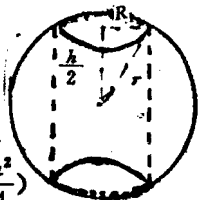
42. 解

设圆柱的高为 h , 底半径为 R , 体积为 V

$$\text{由于 } R = \sqrt{r^2 - (\frac{h}{2})^2},$$

$$\text{据题意, } \therefore V = \pi R^2 h = \pi h (r^2 - \frac{h^2}{4})$$

$$D(f) = (0, 2r)$$



图(1-10)

43. 解

设圆柱的底半径为 r , 表面积为 S

$$\text{则 } S = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$\because V = \pi r^2 h \quad \therefore h = \frac{V}{\pi r^2}$$

$$\text{于是 } S = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$$

$$= 2(\pi r^2 + \frac{V}{r}), \therefore D(f) = (0, +\infty)$$

44. 解

设池底边长为 x , 则水池的高为 $h = \frac{V}{x^2}$, 令池四周单位造价为 P 元, 则底的单位面积造价为 $2P$ 元, 据题意:

$$\text{总造价为 } y = 2Px^2 + 4phx = 2px^2 + 4px \cdot \frac{V}{x^2}$$

$$= 2px^2 + \frac{4PV}{x} = 2P(x^2 + \frac{2V}{x})$$

$$\therefore D(f) = (0, +\infty)$$

45. 解

设总收益与产量的函数关系为

$$R(x) = Ax^2 + Bx + C$$

$$\because R(0) = 0 \quad R(2) = 6 \quad R(4) = 8$$

$$\therefore \text{得方程组} \begin{cases} C = 0 \\ 4A + 2B = 6 \\ 16A + 4B = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 0 \\ 2A + B = 3 \\ 4A + B = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = -\frac{1}{2} \\ B = 4 \\ C = 0 \end{cases}$$

于是得出总收益 R 与产量 x 的关系为

$$R = -\frac{1}{2}x^2 + 4x$$

46. 解 $\because Q = Q(P) = a + b \cdot c^P$

$\therefore$ 只要确定出 a, b, c 就可以了

由 $P = 2$ 时, $Q = 30$, 得 $\begin{cases} 30 = a + b \cdot c^2 \end{cases}$ (1)

由 $P = 3$ 时, $Q = 50$, 得 $\begin{cases} 50 = a + b \cdot c^3 \end{cases}$ (2)

由 $P = 4$ 时, $Q = 90$, 得 $\begin{cases} 90 = a + b \cdot c^4 \end{cases}$ (3)

(3) - (2), $\begin{cases} 40 = bc^4 - bc^3 \end{cases}$ (4)

(3) - (1), $\begin{cases} 60 = bc^4 - bc^2 \end{cases}$ (5)

$\frac{(4)}{(5)}$ 得, $\frac{2}{3} = \frac{c^2 - c}{c^2 - 1} \Rightarrow c^2 - 3c + 2 = 0 \Rightarrow c = 2,$

$c = 1$

将 $c = 1$ 代入(4), 不合题意, 舍去

将 $c = 2$ 代入(4), 得 $b = 5$, 代入(1) 得 $a = 10$

$\therefore Q = Q(P) = 10 + 5 \cdot 2^P$

47. 解 设销售总收入 y 元, 由题意可得销售总收入 y 与销售量 x 的函数关系为

$$y = \begin{cases} 130x, & 0 \leq x \leq 700 \\ 130 \times 700 + 130 \times (x - 700) \times \frac{9}{10}, & 700 < x \leq 1000 \end{cases}$$