

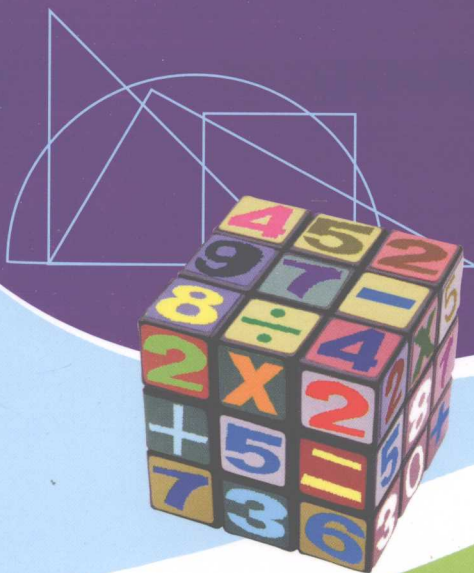
新 创意丛书

贯彻新课程标准 步入成材阶梯

根据 **新 课 程** 标准编写
适用各种版本教材

初中数学 基础知识手册

主编 董寿江



江西高校出版社

初中数学基础知识手册

ChuZhongShuXueJiChuZhiShiShouCe

主 编: 董寿江

编 委: 李晓旭 王 丽 孙玉铭

李巧梅 王 智 王 青

晁 阳 王文丽 张 硕

郝海民 王玉彬 韩春燕

江西高校出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

初中数学基础知识手册/董寿江主编. —南昌: 江西高校出版社,
2008. 8

(新创意丛书)

ISBN 978 - 7 - 81132 - 367 - 2

I. 初… II. 董… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 121243 号

责任编辑: 胡李钦

封面设计: 李法明

版式设计:  Creative Times
创意时代

初中数学基础知识手册

江西高校出版社出版发行

(江西省南昌市洪都北大道 96 号)

邮编: 330046 电话: (0791) 8529392, 8504319

北京市业和印务有限公司印刷

各地新华书店经销

*

2008 年 10 月第 1 版 2008 年 10 月第 1 次印刷

787mm × 1092mm 1/16 32 印张 398 千字

印数: 1—5000

ISBN 978 - 7 - 81132 - 367 - 2

定价: 39.80 元

(江西高校版图书如有印刷、装订错误, 请随时向承印厂调换)

前言

为了更好地学习初中数学知识,培养学生的自学能力,开阔学生视野,便于学生全面掌握初中数学知识,我们特别组织了部分省市的特高级及一线骨干教师,以《考试大纲》对本学科考查点的不同要求为指导,科学编排,将知识点进行系统划分,归纳整合,所载知识以阶梯层层推进的形式,精心编写了这本《初中数学基础知识手册》。

本书是一本点面结合的基础知识手册,科学系统、针对性强,内容全面、多而不杂。它对初中数学所涉及的所有知识点进行了分类编排,体例完备、分类清晰。它不但是学生学习的好帮手,同时也是教师查阅资料、进行教学活动、辅导学生的得力工具!

《初中数学基础知识手册》的编写具有以下几个特色:

一、图表导航 将每节的知识,以互相关联的内容为中心,精心设计图表以便于解读,使读者对知识的系统性、深入性有一个完整的把握,便于读者学习及检索。

二、知识一览 概括总结了各节的定义、公式、定理及重难点,便于读者查阅。

三、题型展示 分为“自主探究、深度拓展、考题预测、提高篇”四部分。自主探究部分是针对新题型进行了分析与探究;深度拓展则是在中考真题的基础上,对已经考过的题型进行了深入的研究及总结;考题预测部分则是结合大纲及汇聚一线教师们对考点的总结而提炼出来的精典例题及试题;提高篇由教师们精选了部分奥数真题,通过一些典型题型展示,使学生在学基础内容的同时,能更宽地拓展解题思路,使自己的解题技巧有一个质的提升。

四、中考预测题 认真研究《教学大纲》《考试说明》和近几年中考题,明确考点、热点隶属于哪个专题,化整为零,把它们分散到每个知识点中,并针对特点做出

考题形式的预测。

本书的编写者都是从事初中数学教学的一线优秀教师，有着丰富的教学经验和突出的教学成绩。在编写过程中，我们参考了许多相关的教辅书，现在一并向有关的出版单位和著作者表示衷心地感谢。

本书因为编稿时间有限，疏漏之处在所难免，我们会在短期内持续进行修订，也希望得到广大读者的批评指正。

本书因为编稿时间有限，疏漏之处在所难免，我们会在短期内持续进行修订，也希望得到广大读者的批评指正。

编 者

2008年9月

本书因为编稿时间有限，疏漏之处在所难免，我们会在短期内持续进行修订，也希望得到广大读者的批评指正。

本书因为编稿时间有限，疏漏之处在所难免，我们会在短期内持续进行修订，也希望得到广大读者的批评指正。

本书因为编稿时间有限，疏漏之处在所难免，我们会在短期内持续进行修订，也希望得到广大读者的批评指正。

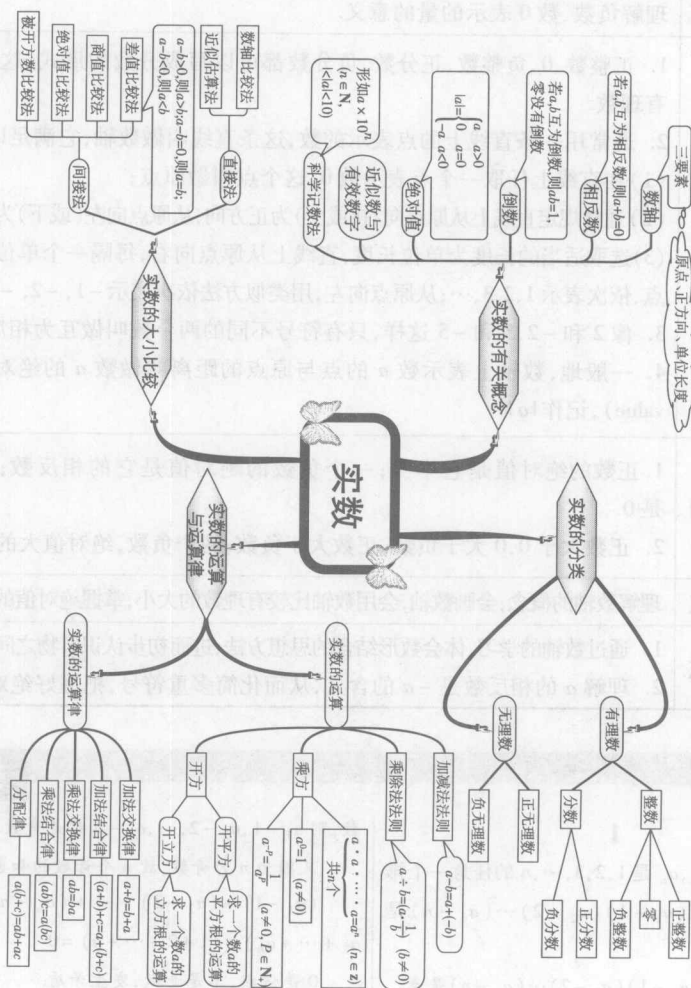
本书因为编稿时间有限，疏漏之处在所难免，我们会在短期内持续进行修订，也希望得到广大读者的批评指正。

CONTENTS

目 录

专题 1	实数	1
1.1	有理数	2
1.2	实数	14
专题 2	代数式	24
2.1	整式	25
2.2	因式分解	51
2.3	分式	66
2.4	二次根式	75
专题 3	方程(组)与不等式(组)	83
3.1	一元一次方程	84
3.2	一次方程组	97
3.3	不等式与不等式组	112
3.4	一元二次方程	118
专题 4	函数及其图象	130
专题 5	统计初步	182
专题 6	图形的初步认识	231
专题 7	三角形	251
专题 8	图形的平移与旋转	293
专题 9	四边形	313
专题 10	相似形	368
专题 11	解直角三角形	403
专题 12	圆	429

图表导航



1.1 有理数

知识一览

正数和负数	定义	1. 像 3, 2, 1.8% 这样大于 0 的数叫做正数. 2. 像 -3, -2, -2.7% 这样在正数前面加上负号“-”的数叫做负数.
	重点	知道什么是正数和负数, 理解数 0 表示的量的意义.
	难点	理解负数、数 0 表示的量的意义.
有理数	定义	1. 正整数、0、负整数、正分数、负分数都可以写成分数的形式, 这样的数称为有理数. 2. 通常用一条直线上的点表示的数, 这条直线叫做数轴, 它满足以下要求: (1) 在直线上任取一个点表示数 0, 这个点叫做原点; (2) 通常规定直线上从原点向右(或上)为正方向, 从原点向左(或下)为负方向; (3) 选取适当的长度为单位长度, 直线上从原点向右, 每隔一个单位长度取一个点, 依次表示 1, 2, 3, ...; 从原点向左, 用类似方法依次表示 -1, -2, -3, ... 3. 像 2 和 -2, 5 和 -5 这样, 只有符号不同的两个数叫做互为相反数. 4. 一般地, 数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值 (absolute value), 记作 $ a $.
	定理	1. 正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0. 2. 正数大于 0, 0 大于负数, 正数大于负数; 两个负数, 绝对值大的反而小.
	重点	理解数轴的概念, 会画数轴, 会用数轴比较有理数的大小, 掌握绝对值的概念.
	难点	1. 通过数轴的学习, 体会数形结合的思想方法, 进而初步认识事物之间的联系性. 2. 理解 a 的相反数是 $-a$ 的含义, 从而化简多重符号, 把握好绝对值的概念.

提高篇

1

若 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 是 $1, 2, 3, \dots, n$ 的任意一个排列 (n 为奇数) 则 $(a_1 - 1)(a_2 - 2) \cdots (a_n - n)$ 是奇数.

解: 假设 $(a_1 - 1)(a_2 - 2) \cdots (a_n - n)$ 是奇

数, 则 $a_1 - 1, a_2 - 2, \dots, a_n - n$ 都是奇数.

又因为 n 为奇数, 故 n 个奇数的和也是奇数.

$$(a_1 - 1) + (a_2 - 2) + \cdots + (a_n - n) = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) - (1 + 2 + \cdots + n) = 0$$

0 是偶数, 不是奇数, 发生矛盾.

因此, $(a_1 - 1)(a_2 - 2) \cdots (a_n - n)$ 是偶数

因式分解	定义	把一个多项式分成了几个整式的积的形式,像这样的式子变形叫做把这个多项式因式分解(factoring),也叫做把这个多项式分解因式.
	公式	$1. a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$ 即两个数的平方差,等于这两个数的和与这两个数的差的积. $2. a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2,$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2,$ 即两个数的平方和加上(或减去)这两个数的积的2倍,等于这两个数的和(或差)的平方.
	重点	运用公式进行因式分解.
	难点	观察多项式的特点,判断是否符合公式的特征和综合运用分解的方法,并完整地进行分解.
有理数的加、减法	公式	加法交换律: $a + b = b + a$ 加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$
	重点	了解有理数加、减法的意义,会根据有理数加、减法法则进行有理数的加、减运算.
	难点	有理数的加、减法中的异号两数如何进行加、减法运算.
有理数的乘除法	公式	乘法交换律: $ab = ba$ 乘法结合律: $(ab)c = a(bc)$ 分配律: $a(b + c) = ab + ac$
	重点	熟练进行有理数的乘除运算.
	难点	运用有理数乘法的运算律使运算简便.

提高篇

奥数百题

2

已知 $a - b = 4, ab + c^2 + 4 = 0$, 求 $a + b$ 的值.

解: 已知 $\begin{cases} a - b = 4 & ① \\ ab + c^2 + 4 = 0 & ② \end{cases}$

由①得 $a^2 - 2ab + b^2 = 16$ ③

③ + 4 × ②得 $(a + b)^2 + 4c^2 = 0$,

于是必有 $a + b = 0, c = 0$.

答案: 0

有理数 的乘方	定义	1. 求 n 个相同因数的积的运算, 叫做乘方, 乘方的结果叫做幂(power). 在 a^n 中, a 叫做底数(base number), n 叫做指数(exponent), 当 a^n 看作 a 的 n 次方的结果时, 也可读作 a 的 n 次幂.
		2. 把一个大于 10 的数表示成 $a \times 10^n$ 的形式(其中 a 是整数位只有一位的数, n 是正整数), 使用的是科学记数法.
		3. 从一个数的左边第一个非 0 数字起, 到末位数字止, 所有的数字都是这个数的有效数字(significant digit).
	重点	理解有理数乘方的意义和表示, 会进行乘方运算.
	难点	1. 幂、底数、指数的概念及其表示, 理解有理数乘法运算与乘方间的联系, 处理好负数的乘方运算.
		2. 用乘方知识解决有关实际问题

题型展示

★ 自主探究

◎ 例 1 把 2, -3, -7.2, $-\frac{2}{5}$, 0.6, 0, 8 填入相应的大括号里:

正数集合 { }; 非正数集合 { };

整数集合 { }; 负分数集合 { };

奇数集合 { }; 偶数集合 { }.

解 正数集合 $\{2, 0.6, 8, \dots\}$; 非正数集合 $\{-3, -7.2, -\frac{2}{5}, 0, \dots\}$; 整数集合 $\{2, -3, 0, 8, \dots\}$; 负分数集合 $\{-7.2, -\frac{2}{5}, \dots\}$; 奇数集合 $\{-3, \dots\}$; 偶数集合 $\{2, 0, 8, \dots\}$.

点 评 分类时应注意正数是相对于负数而言的, 整数是相对于分数而言的, 掌握的分类

提高篇

3

分解因式: $x^3 - 7x + 6$

解: 因为三个系数之和为 0,

所以方程 $x^3 - 7x + 6 = 0$ 有一根为 1, 则 $x - 1$ 是 $x^3 - 7x + 6$ 的一个因式.

$$\therefore x^3 - 7x + 6 = (x - 1)(x^2 + x - 6)$$

$$= (x - 1)(x + 3)(x - 2).$$

4

分解因式: $xy(x^2 - y^2) + yz(y^2 - z^2) + zx(z^2 - x^2)$.

解: 设原式 $= k(x + y + z)(x - y)(y - z)(z - x)$. 比较两边同类项 x^3y 项的系数, 得 $k = -1$.

$$\therefore \text{原式} = -(x + y + z)(x - y)(y - z)(z - x).$$

标准是解题的关键.

☺例(2) 求下列各式的值:

$$(1) \frac{2}{9} \times (-\frac{5}{21}) - \frac{7}{9} \times \frac{5}{21} + \frac{5}{3} \times \frac{1}{7} + (-36) \times (\frac{3}{4} - \frac{5}{12} - \frac{19}{36});$$

$$(2) (-2) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) + (-4) \times (\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) + (-6) \times (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) + (-\frac{8}{5}).$$

解 (1) 原式 = $\frac{2}{9} \times (-\frac{5}{21}) - \frac{7}{9} \times \frac{5}{21} + \frac{5}{21} + (-36) \times \frac{3}{4} - (-36) \times \frac{5}{12} - (-36) \times \frac{19}{36}$

$$= -\frac{5}{21}(\frac{2}{9} + \frac{7}{9} - 1) - 27 + 15 + 19$$

$$= -27 + 15 + 19 = 7$$

(2) 原式 = $(-\frac{2}{2}) + (-\frac{2}{3}) + (-\frac{2}{4}) + (-\frac{2}{5}) + (-\frac{4}{3}) + (-\frac{4}{4}) + (-\frac{4}{5}) + (-\frac{6}{4}) + (-\frac{6}{5}) + (-\frac{8}{5})$

$$= -1 + \frac{(-2) + (-4)}{3} + \frac{(-2) + (-4) + (-6)}{4} + \frac{(-2) + (-4) + (-6) + (-8)}{5}$$

$$= (-1) + (-2) + (-3) + (-4) = -10$$

点评 会灵活运用乘法分配律及结合律解题.

☺例(3) 计算: $4\frac{5}{12} + (-3\frac{3}{22}) + (-2\frac{5}{12}) + (-3.15) + 1\frac{3}{22}.$

解 原式 = $(4\frac{5}{12} - 2\frac{5}{12}) + (-3\frac{3}{22} + 1\frac{3}{22}) + (-3.15)$

$$= 2 + (-2) + (-3.15)$$

$$= -3.15$$

点评 分析算式中数字结构的特点不难发现第一项与第三项,第二项与第五项分别结合在一起计算比较简便.

☺例(4) 下列由四舍五入得到的近似数,各精确到哪一位,各有多少个有效数字?

(1) 0.0403; (2) 100

分析 要判断所给的数的精确度及有效数字应从相应的基本概念入手判断.

解 (1) 0.0403 精确到万分位(或精确到 0.0001),有 3 个有效数字:4,0,3;

(2) 100 精确到个位或 1,有 3 个有效数字 1,0,0.

提高篇

奥数百题

5

分解因式: (1) $2x^2 - 7xy - 22y^2 - 5x + 35y - 3.$

(2) $6x^2 - 7xy - 3y^2 - xz + 7yz - 2z^2.$

$$\begin{array}{ccc} x & 2y & -3 \\ & \diagdown & \diagup \\ & -11y & \\ \diagup & & \diagdown \\ 2x & & 1 \end{array}$$

解: (1) $2x^2 - 7xy - 22y^2 - 5x + 35y - 3$

$$= (x + 2y - 3)(2x - 11y + 1)$$

(2) $6x^2 - 7xy - 3y^2 - xz + 7yz - 2z^2$

$$= (2x - 3y + z)(3x + y - 2z)$$

◎例5 已知 a, b, c 均为整数, 且 $|a-b|^{19} + |c-a|^{99} = 1$, 求 $|c-a| + |a-b| + |b-c|$ 的值.

◎分析 $\because a, b, c$ 均为整数 $\therefore a-b$ 与 $c-a$ 都是整数

$\therefore |a-b|^{19}$ 与 $|c-a|^{99}$ 都是非负整数

又 $\because |a-b|^{19} + |c-a|^{99} = 1$

$\therefore$ 有两种可能: $\left(\frac{1}{2} \times 0\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) \times 1$ 或 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\right) \times 1$

(1) 若 $|a-b|^{19} = 0$, 则 $|c-a|^{99} = 1$

(2) 若 $|a-b|^{19} = 1$, 则 $|c-a|^{99} = 0$

因此, 此题应分两种情况讨论.

解 根据题意, 知:

(1) 若 $|a-b|^{19} = 0$, 则 $|c-a|^{99} = 1$

$\therefore a-b=0$, 即 $a=b$, 且 $|c-a|=1$

$\therefore |c-a| + |a-b| + |b-c|$

$= 1 + 0 + |b-c|$

$= 1 + 0 + 1$

$= 2$

(2) 若 $|a-b|^{19} = 1$, 则 $|c-a|^{99} = 0$

$\therefore |a-b|=1$, 且 $c-a=0 \therefore c=a$

$\therefore |c-a| + |a-b| + |b-c|$

$= 0 + 1 + |b-a|$

$= 0 + 1 + |a-b|$

$= 0 + 1 + 1 = 2$

$\therefore |c-a| + |a-b| + |b-c| = 2$

◎例6 解答下列各题:

(1) 有一只蜗牛沿着高 32 米的墙爬行, 白天上升 6 米, 晚上下降 2 米. 若今天早上 8 点它的位置是离地面 5 米, 试问: ①第二天早上 8 点蜗牛离地面多少米? ②四天三夜后, 它的位置离墙顶还有多少米? ③共需多少天才能爬到墙顶?

(2) 工程师为整人游戏节目的四张椅子 A、B、C、D 作了设计, 它们分别代表数字 -3, -4, 19, 6, 由晶片控制椅子是否通电整人, 它的判断方式是由 A 开始循环 A、B、C、D、A、B、C、D、A...

提高篇

6

多项式 $2x^4 - 3x^3 + ax^2 + 7x + b$ 能被 $x^2 + x - 2$

整除, 求 $\frac{a}{b}$ 的值.

解: $x^2 + x - 2 = 0$ 有两个根 $x_1 = 1, x_2 = -2$

由题意可知, 这两个根都能使

$$2x^4 - 3x^3 + ax^2 + 7x + b = 0, \text{ 即}$$

$$2 \times 1^4 - 3 \times 1^3 + a \times 1^2 + 7 \times 1 + b = 0$$

$$2 \times (-2)^4 - 3 \times (-2)^3 + a \times (-2)^2 + 7 \times$$

$$(-2) + b = 0$$

$$\text{联合得: } a = -12, b = 6.$$

$$\text{故 } \frac{a}{b} = -2.$$

顺序作加法计算: $(-3) + (-4) + 19 + \dots$. 当结果为5的倍数时,该椅子即通电整人,试问前两个通电被整的人坐在什么编号上?

【分析】 (1)由上升,下降自然会想到正、负数,则本题转化为有理数运算问题.

(2)由游戏规则,本题可通过有理数的计算结果做出正确判断.

【解】 (1)①第二天早上8点蜗牛离地面: $5 + 6 + (-2) = 9$ (米)

②四天三夜后,它的位置离墙顶还有: $32 - 5 - [4 \times 6 + 3 \times (-2)] = 9$ (米)

③爬到墙顶共需: $\frac{32-5}{6+(-2)} = 6\frac{3}{4}$ (天),约7天

(2)

编号	A	B	C	D	A	B	C
计算和	-3	-7	12	18	15	11	30

第一个通电被整的是坐在A编号上的人;第二个通电被整的是坐在C编号上的人.

【点评】 利用数学知识解决实际问题时,把实际问题抽象为数学问题,要注意从文字语言向符号语言的转化,弄清相关量的数学含义,再用数学知识加以解决.

【例7】 计算: $\left\{ \left[3\frac{3}{4} \div \left(-\frac{1}{4} \right) + (+0.4) \times \left(-\frac{5}{2} \right)^2 \right] \div \left(-\frac{5}{3} \right) - 20 \right\} \times (-1)^{586}$.

【分析】 含有括号的混合运算,一般按小、中、大括号的顺序进行运算,括号里面仍然是先进行第三级运算,再进行第二级运算,最后进行第一级运算.

【解】 原式 = $\left\{ \left[3\frac{3}{4} \div \left(-\frac{1}{4} \right) + (+0.4) \times \frac{25}{4} \right] \div \left(-\frac{5}{3} \right) - 20 \right\} \times 1$

= $[-15 + 2.5] \div \left(-\frac{5}{3} \right) - 20$

= $-12.5 \div \left(-\frac{5}{3} \right) - 20$

= $7.5 - 20$

= -12.5 .

【例8】 按要求解题:(1)0.580924(精确到千分位)后的数是什么;

(2)2789364900保留三个有效数字后的数是什么?

提高篇

奥赛百题

7

分解因式: $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$.

解: 原式为三次齐次轮换式,且当 $a=b$ 时,

原式=0,即原式含有因式 $a-b$.

由轮换性可知,原式也含因式 $b-c$ 与 $c-a$.

故设 $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = k(a-b)(b-c)(c-a)$.

比较两边 a^2c 项系数,得 $k=-1$.

$\therefore a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$

= $-(a-b)(b-c)(c-a)$.

分析 按精确度要求有效数字采用四舍五入法取值.

解 (1) 0.580924 精确到千分位后的数是 0.581;

(2) 2789364900 保留三个有效数字后的数为 2.79×10^9

★ 深度拓展

例 1 用正数、负数表示下面意义相反的量:

(1) 温度上升 5°C 和温度下降 3°C .

(2) 某个体户上个月亏损 600 元, 这个月盈利 800 元.

(3) 规定向东为正, 小明先向东走 10 米, 再向西走 3 米.

(4) 直升飞机先上升了 600 米, 后下降了 480 米.

答案 (1) $+5^\circ\text{C}$, -3°C ; (2) -600 元, +800 元;

(3) +10 米, -3 米; (4) +600 米, -480 米

点评 在实际问题中要规定一个方向为正方向, 与之相反的方向便为负方向.

例 2 下面说法中正确的是

A. $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{2}$ 是互为相反数

B. $\frac{1}{8}$ 和 -0.125 是互为相反数

C. $-a$ 的相反数是正数

D. 两个表示相反意义的数是相反数

分析 互为相反的数应是数字相同, 符号不同的数. A 中的两个数是互为倒数, 它们不是互为相反数; B 中的两个数的符号不同, 数字相同, $\frac{1}{8} = 0.125$, 所以它们是互为相反数; C 中的 $-a$ 不一定是负数, 若 a 是负数, 则 $-a$ 是正数, 正数的相反数是负数; D 中要注意区别相反数和相反意义的量, 在数轴上互为相反数是在原点两旁, 并且与原点距离相等的两个数, 相反意义的量则不同, 如向东行 40 米和向西行 50 米是相反意义的量, 但不是相反数.

答案 B

提高篇

奥数百题

8

当 x 为何值时, 分式 $\frac{3x^2+6x+5}{\frac{1}{2}x^2+x+1}$ 有最小值?

最小值是多少?

解 由于分式中分子的次数不低于分母的次数, 所以可以把这个分式化成“整式 + 分式”的

形式, 然后求解.

$$\frac{3x^2+6x+5}{\frac{1}{2}x^2+x+1} = 6 - \frac{2}{x^2+2x+2}$$

$$= 6 - \frac{2}{(x+1)^2+1}$$

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时, 原分式有最小值 4.

☞ 例(3) 计算: $-32\frac{16}{25} \div (-8 \times 4) + 2.5^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \times 24$.

☞ 分析 将 $-32\frac{16}{25}$ 化成假分数较繁, 将其写成 $\left(-32 - \frac{16}{25}\right)$ 的形式, 对 $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \times 24$, 可运用分配律.

解 原式 = $\left(-32 - \frac{16}{25}\right) \div (-32) + 2.5^2 + \left(\frac{1}{2} \times 24 - \frac{2}{3} \times 24 + \frac{3}{4} \times 24 - \frac{5}{6} \times 24\right)$
 $= (-32) \div (-32) - \frac{16}{25} \div (-32) + 6.25 + (12 - 16 + 18 - 20) = 1 + \frac{1}{50} + 6.25 - 6 = 1.27$.

☞ 点评 灵活运用运算律可使运算简便.

☞ 例(4) 计算: $-2^3 - \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 + (-3)^2 - (-1)^{2003}$

解 原式 = $-8 - \left[-\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right]^2 + 9 + 1 = -8 - 0 + 9 + 1 = 2$

☞ 点评 在乘方运算中注意 $(-3)^2$ 与 -2^3 的符号情况.

☞ 例(5) 如图 1.1-1, 若 a, b, c 在数轴上相应点的位置为 A, B, C , 其中 $OA = OB$. 化简: $a + |c - a| + |c - b| - |a + b|$.

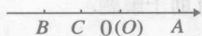


图 1.1-1

☞ 分析 由题意及数轴, 可先确定 a, b, c 的符号及大小关系, 进而可将所求式子的绝对值去掉, 计算求解即可.

解 由数轴可知 $a > 0, b < c < 0$, 且 $b = -a$.

$\therefore a + b = 0, c - a < 0, c - b > 0 \quad \therefore |c - a| = -(c - a), |c - b| = c - b$.

$\therefore$ 原式 = $a - 0 - (c - a) + c - b = 2a - b$.

☞ 点评 本题巧妙地考查了去绝对值, 对数轴及相反数的掌握情况.

★ 考题预测

☞ 例(1) -2 的绝对值是

()

提高篇

奥赛百题

9

化简 $\frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$

解: $\because \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}} = \frac{(n+1)\sqrt{n}-n\sqrt{n+1}}{n(n+1)^2-n^2(n+1)}$

$= \frac{(n+1)\sqrt{n}-n\sqrt{n+1}}{n(n+1)} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$,

$\therefore$ 原式 = $\left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \dots +$

$\left(\frac{1}{\sqrt{99}} - \frac{1}{\sqrt{100}}\right) = 1 - \frac{\sqrt{100}}{100}$.

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

答案 B

点评 利用数轴把两点之间的距离图形化.

例(2) $|-2|$ 的相反数是

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

答案 A

点评 本题借助数轴,考查数的比较大小问题.

例(3) (1)数轴上 B、C 两点坐标分别为 10、2, C 到 A、B 两点的距离相等,都为 6,求 A 点所表示的数.

(2)数轴上 A、B、C 三点坐标分别为 2、5、-5,若 A、B 两点间的距离为 90cm,求 A、C 两点间的距离?

解 (1) B、C 两点间的距离 = $|10 - 2| = |8| = 8$, 所以 C 点所表示的数为 $2 - 8 = -6$

(2) $AB = |5 - 2| = 3$, $90 \div 3 = 30$ $AC = |2 - (-5)| = 7$, $30 \times 7 = 210$ 所以 A、C 两点间的距离为 210cm

点评 结合题意,画出数轴,有助于解题.

例(4) 计算: $\frac{3}{4} + \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{2}{3} + \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)$.

解 原式 = $\left[\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right)\right] + \left[\left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)\right] + \frac{2}{3} = 0 + (-1) + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$.

点评 本题应用加法的结合律,把相加后得整数的数结合起来,从而简化解题.

例(5) 计算:

(1) $-54 \times 2 \frac{1}{4} \div (-4 \frac{1}{2}) \times \frac{4}{9}$; (2) $(-2 \frac{1}{3}) \div (-1 \frac{1}{6})$

解 (1) 原式 = $-54 \times \frac{9}{4} \times \left(-\frac{2}{9}\right) \times \frac{4}{9} = 12$.

提高篇

奥数百题

10

已知 $x = \frac{a-b}{a+b}$, $y = \frac{b-c}{b+c}$, $z = \frac{c-a}{c+a}$, 求证:

$$(1+x)(1+y)(1+z) = (1-x)(1-y)(1-z).$$

解: $\because 1+x = \frac{2a}{a+b}$, $1+y = \frac{2b}{b+c}$, $1+z = \frac{2c}{c+a}$,

$$\frac{2c}{c+a}, 1-x = \frac{2b}{a+b}, 1-y = \frac{2c}{b+c}, 1-z = \frac{2a}{c+a},$$

$$\text{则 } \frac{(1+x)(1+y)(1+z)}{(1-x)(1-y)(1-z)}$$

$$= \frac{2a \cdot 2b \cdot 2c}{(a+b)(b+c)(c+a)} = 1.$$

$$\therefore (1+x)(1+y)(1+z) = (1-x)(1-y)(1-z).$$

$$(2) \text{原式} = -\frac{7}{3} \times \left(-\frac{6}{7}\right) = 2.$$

【点悟】 在只有乘除的算式里,先将带分数化为假分数,同时将除法转化为乘法.用乘法法则运算.

中考预测题

1. 在2008年北京奥运会国家体育场的“鸟巢”钢结构工程施工建设中,首次使用了我国科研人员自主研制的强度为4.581亿帕的钢材.4.581亿帕用科学计数法表示为_____帕(保留两位有效数字).

2. 设 $a = (-2)^3$, $b = (-3)^2$, $c = (-1)^4$, $d = -(-1)^3$, $e = -5^2$, 则 a, b, c, d, e 五个数的大小顺序为_____.

3. 据统计,2008年第一季度台州市国民生产总值约为41300000000元.数据41300000000用科学记数法可表示为_____.

- A. 0.413×10^{11} B. 4.13×10^{11} C. 4.13×10^{10} D. 413×10^8

4. 在今年四川汶川地震抗震救灾过程中,国内外社会各界纷纷伸出援助之手,截止5月30日12时,共收到各类捐赠款物折合人民币约399亿元,这个数据用科学记数法表示为_____.

- A. 3.99×10^9 元 B. 3.99×10^{10} 元 C. 3.99×10^{11} 元 D. 399×10^2 元

5. 下列运算正确的是_____.

- A. $6a - 5a = 1$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $3a^2 + 2a^3 = 5a^5$ D. $2a^2 \cdot 3a^3 = 6a^5$

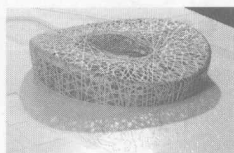
6. 据苏州市《城市商报》2008年5月26日报道:汶川地震已经过去两周,但社会各界为灾区捐款捐物的爱心仍然绵绵不绝,截至2008年5月25日,苏州市红十字会共收到价值超过15000000元的捐献物资.15000000用科学记数法可表示为_____.

- A. 1.5×10^6 B. 1.5×10^7 C. 1.5×10^8 D. 1.5×10^9

7. 北京2008奥运的国家体育场“鸟巢”建筑面积达25.8万平方米,用科学记数法表示应为_____.

- A. $25.8 \times 10^4 \text{ m}^2$ B. $25.8 \times 10^5 \text{ m}^2$
C. $2.58 \times 10^5 \text{ m}^2$ D. $2.58 \times 10^6 \text{ m}^2$

8. 设比3大6的数是A,比(-3)小2的数是B,则 $A \times B =$ _____.



提高篇

11

设 x_1, x_2, y_1, y_2 满足 $x_1^2 + x_2^2 = 1, y_1^2 + y_2^2 = 1$,
 $x_1 y_1 + x_2 y_2 = -1$, 证明: $x_1 y_2 = x_2 y_1$.

证明: $x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 + 2(x_1 y_1 + x_2 y_2) =$
(x_1

$$+ y_1)^2 + (x_2 + y_2)^2 = 0,$$

$$\text{故有 } x_1 + y_1 = 0, x_2 + y_2 = 0,$$

$$\text{即 } x_1 = -y_1, x_2 = -y_2.$$

所以有 $x_1 y_2 = x_2 y_1$, 证毕.