

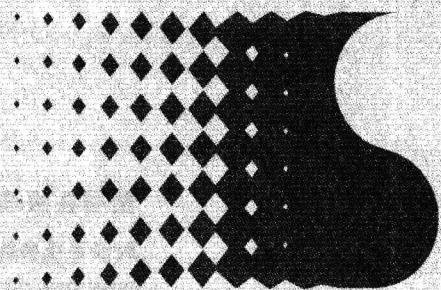
时滞系统 鲁棒 H^∞ 滤波

SHIZHI XITONG LUBANG H^∞ LVBO

李学军 © 著

吉林人民出版社

时滞系统 鲁棒 H_∞ 滤波



SHIZHI XITONG LUBANG H_∞ LVBO

李学军 © 著

吉林人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

时滞系统鲁棒 H_∞ 滤波 / 李学军著. — 长春: 吉林人民出版社, 2008.12

ISBN 978-7-206-05935-3

I. 时… II. 李… III. 鲁棒控制

IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 206618 号

时滞系统鲁棒 H_∞ 滤波

著 者: 李学军

责任编辑: 谷艳秋 封面设计: 创意广告

吉林人民出版社出版 发行 (长春市人民大街 7548 号 邮政编码: 130022)

印 刷: 长春市恒源印务有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 7.5 字数: 120 千字

标准书号: ISBN 978-7-206-05935-3

版 次: 2008 年 12 月第 1 版 印 次: 2008 年 12 月第 1 次印刷

定 价: 20.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷厂联系调换。

前言

在物理过程和工业过程中普遍存在着时滞现象。有些系统的时滞是由于物料或信息的传输产生,有些则是人为引入的,如保持器的使用。设计控制器(滤波器)时,如果忽略了时滞的影响,会在时滞出现时导致系统的性能和稳定性变差,甚至使系统不稳定,因此研究时滞系统的滤波器(控制器)设计及其性能分析具有重要的实际意义和研究价值。

目前针对时滞系统的研究主要集中在基于Lyapunov第二方法(Lyapunov-Razumikhin)理论或Lyapunov-Krasovskii 理论)的稳定性分析和鲁棒控制器的设计问题上,对于时滞系统的滤波问题的研究还不是很充分。因此,本书系统地研究了时滞系统的鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波问题。把非时滞系统中的无偏滤波方法扩展到时滞系统的滤波问题中,基于线性矩阵不等式(LMIs)技术,设计稳定的含有时滞环节的无偏滤波器;针对多胞不确定时滞系统,研究满足系统渐近稳定和鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 性能的鲁棒滤波方法。使得误差输出对能量有界的扰动输入的 $\mathcal{H}_\infty$ 范数满足鲁棒性能要求。

本书主要内容如下:

1. 将无偏滤波器的设计思想推广到时滞系统中来,设计无偏 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器,使得滤波误差系统满足渐近稳定和具有 γ 鲁棒性的性能指标要求。分别针对名义单时滞、中立时滞、含有分布时滞环节的中立时滞系统,设计含有时滞环节、中立时滞环节、分布中立时滞环节的无偏 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器。设计滤波器时,由于采用无偏条件,其滤波误差系统的维数等于时滞系统的维数。而常规滤波方法的误差系统的维数是时滞系统维数的二倍,因此具有计算量小的优点。又由于无偏滤波误差系统的参数 $A_e = A_0 - B_f C_y$,其稳定性独立于时滞系统,因此该方法可应用于不稳定的时滞系统。而常规滤波方法却受时滞系统是稳定的限制。

2. 实际工程中由于对系统的认知和建模等问题,所建系统模型普遍存在不确定性。鲁棒设计问题主要针对参数不确定性系统。参数不确定可分为范数有界的不确定性和用多面体描述的不确定性(又称为多胞类型不确定)。而多面体来描述的不确定性是一种更自然的描述方法。

作为时滞系统的一个特例,中立型泛函微分方程(又称为中立型时滞系统)是输电线中电压和电流波动等的自然模型。针对多胞类型的不确定中立型时滞系统,通过对中立时滞系统的恒等变换,导出中立时滞误差系统的算子。在算子稳定的前提下,利用Lyapunov第二方法,构造一个适当的Lyapunov泛函,给出多胞不确定中立时滞系统的鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波方法及其滤波器的设计算法。

3. 结合参数变换技术和自由加权矩阵方法,推导出保守性较小的单时滞系统、中立时滞系统渐近稳定性条件。将模型转换方法与不等式技术相结合,能有效地解决模型转换方法中变量多而带来的求解难的问题。在采用模型转换技术的基础上,引入Leibniz-Newton公式,在某些位置由 $x(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s)ds$ 代替 $x(t - \tau)$,利用自由加权矩阵来描述与Leibniz-Newton公式的关系,克服由于使用固定模型转换而带来的保守性。给出使滤波误差系统渐近稳定的新准则及滤波器设计算法,对提出的几种稳定性条件进行对比,给出详细的理论分析,并通过几个数值例子验证分析的正确性。

4. 随着对时滞系统的深入研究,具有分布时滞环节的时滞系统的研究也引起广泛关注。

基于Lyapunov方法研究含分布时滞环节的不确定中立时滞系统的鲁棒滤波方法。构造适当的Lyapunov泛函,给出使滤波误差系统渐近稳定和满足 H_∞ 性能要求的充分条件,并将其转化为LMI形式。分析了矩阵变量固定不变和矩阵变量随着系统参数变化而变化的鲁棒 H_∞ 性能。在满足鲁棒性能要求的前提下,通过适当调整区域极点配置的LMI范围来改善滤波误差系统的动态性能。这一动态性能的改善以牺牲其鲁棒 H_∞ 性能为代价。

5.最后,分别以两个实际系统(石油精炼过程构成的单时滞系统和含有分布时滞环节的火箭发动燃烧系统)为例,应用前面提出的无偏滤波方法对不易测量的状态变量进行估计。与时滞无关的无偏 H_∞ 滤波器相比,与时滞有关的滤波器的估计精度高,这说明研究时滞系统的必要性和重要性。

以上是本书在时滞系统滤波方面所做的一些工作。但滤波问题的研究还存在着许多需要进一步研究和完善的问题。鉴于作者水平有限,书中难免存在错误和不足之处,殷切希望广大读者批评指正。

目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 时滞系统的研究背景	1
1.1.1 常微分方程与时滞微分方程	1
1.1.2 时滞系统的一些特点	3
1.2 时滞系统的分类	4
1.3 时滞系统的主要研究方向	5
1.4 时滞系统滤波的研究现状	7
1.4.1 时滞系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波	8
1.4.2 时滞系统的 $\mathcal{H}_2$ 滤波	8
1.4.3 时滞系统的 $l_2 - l_\infty$ 滤波	8
1.5 研究趋势	9
1.6 数学符号说明	9
第 2 章 基 础 知 识	11
2.1 时滞系统的稳定性	11
2.1.1 时滞独立的稳定条件	12
2.1.2 时滞依赖的稳定条件	13
2.2 时滞系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 性能指标	13
2.3 时滞系统的变换方法	14
2.4 三个重要引理	15
2.5 LMI 的理论基础	16
2.5.1 线性矩阵不等式	16
2.5.2 $\mathcal{S}$ -Procedure	19
2.5.3 三个标准的LMI问题	20
第 3 章 单时滞系统的鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波	22
3.1 引言	22
3.2 无偏 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器设计	22
3.2.1 问题描述	22
3.2.2 误差系统的稳定性及稳定滤波器设计	23
3.2.3 误差系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 性能及其 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器设计	26
3.3 仿真算例	28
3.4 不确定时滞系统的鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波	32
3.4.1 问题描述	33
3.4.2 时滞系统的稳定性研究	34
3.4.3 时滞系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 性能研究	39
3.5 本章小结	41

第4章 中立时滞系统的鲁棒滤波	43
4.1 引言	43
4.2 名义中立型时滞系统 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波	43
4.2.1 问题描述	44
4.2.2 鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波	44
4.2.3 鲁棒无偏 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波	49
4.2.4 数值仿真示例	53
4.3 不确定中立时滞系统鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波	56
4.3.1 问题描述	56
4.3.2 滤波误差系统的稳定性	57
4.3.3 一种新的时滞依赖的稳定性准则	60
4.3.4 数值仿真	66
4.3.5 滤波误差系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 性能	67
4.3.6 数值仿真	71
4.4 小结	71
第5章 分布中立时滞系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波	73
5.1 引言	73
5.2 分布中立时滞系统的无偏 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波	73
5.2.1 误差系统的稳定性及其滤波器设计	75
5.2.2 误差系统的无偏 $\mathcal{H}_\infty$ 性能及其滤波器设计	77
5.2.3 滤波误差系统的极点约束	79
5.2.4 数值仿真示例	80
5.3 不确定分布中立时滞系统的鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波	82
5.3.1 滤波误差系统的稳定性及 $\mathcal{H}_\infty$ 性能	82
5.3.2 数值仿真示例	90
5.4 小结	92
第6章 仿真示例	93
6.1 石油精炼系统	93
6.2 火箭发动燃烧系统	97
6.3 小结	100
参考文献	101

插图目录

1-1 广义简谐振动	2
3-1 $\tau=2$, 无偏滤波状态 x_1 曲线	29
3-2 $\tau=2$, 无偏滤波状态 x_2 曲线	29
3-3 $\tau=2$, 状态变量误差曲线	29
3-4 $\tau=0.5$, 无偏滤波状态 x_1 曲线	29
3-5 $\tau=0.5$, 无偏滤波状态 x_2 曲线	30
3-6 $\tau=0.5$, 状态估计误差曲线	30
3-7 $\tau=0.01(s)$, 常规滤波的状态曲线	30
3-8 $\tau=1(s)$, 常规滤波的状态曲线	30
3-9 $\tau=3(s)$ 常规滤波的状态曲线	31
3-10 $\tau=0.5$, $z(t)$ 的真实值和估计值	31
3-11 $\tau=0.5$, 估计误差曲线	31
3-12 $\tau=2$, $z(t)$ 的真实值和估计值	32
3-13 $\tau=2$, 估计误差曲线	32
3-14 $\tau=0.5$, $z(t)$ 的真实值和估计值	33
3-15 $\tau=0.5$, 估计误差曲线	33
6-1 精炼流程示意图	93
6-2 带回收环的化学反应器	93
6-3 滤波误差系统的状态曲线	95
6-4 考虑时滞的滤波方法	96
6-5 考虑时滞的误差曲线	96
6-6 不考虑时滞的滤波方法	97
6-7 不考虑时滞的误差曲线	97
6-8 状态曲线	98
6-9 流路上的瞬时压强的变化率 $\mu(t)$	99
6-10 输出 z_1 估计误差曲线	99
6-11 瞬时质量逆流容量变化率 $\psi(t)$	99
6-12 输出 z_2 估计误差曲线	99

表格目录

3-1	保证滤波误差系统渐近稳定的最大滞后时间 τ	39
3-2	$N_i = 0$ 时, 保证滤波误差系统渐近稳定的最大滞后时间 τ	39
3-3	最优 γ 及对应的滤波增益 K	41
5-1	给定状态时滞 h , 确定中立时滞 τ 的范围	81
5-2	不同 h, τ 值对应的 $\mathcal{H}_\infty$ 性能	82
5-3	给定状态时滞 h , 确定中立时滞 τ 的范围	90

第1章 绪论

随着控制理论研究的不断深入和对诸如动力系统、电力系统、生态系统、经济管理系统等大量实际系统研究及应用的需要，人们对系统的描述、分析和设计的精度要求越来越高，因而使所讨论的系统变得越来越复杂。除了理想情况外，时滞是自然界中广泛存在的一种自然现象，例如卫星通讯信号传递的延迟，化工过程中物料的变化，机械传动、电力传输等都是典型的时滞现象的体现。若不考虑研究对象的固有时滞，势必造成闭环系统性能下降，甚至连系统的稳定性也得不到保证。因此研究时滞现象，对于解决工程中的时延问题，提高控制系统性能，有着重要的理论和实践意义。

1.1 时滞系统的研究背景

1.1.1 常微分方程与时滞微分方程

在大量的自然与社会现象中，有一类确定性的运动规律，它们可以用含有一个自变量的未知函数及其微分或微商的方程形式来描述，这类方程即为常微分方程。在很多场合，这个自变量是时间。例如[1]:

行星运动中二体问题的运动规律表示为

$$\begin{aligned} m\ddot{x}(t) &= -Kmm\frac{x(t)}{[x^2(t) + y^2(t)]^{-\frac{3}{2}}}, \\ M\ddot{y}(t) &= -Kmm\frac{y(t)}{[x^2(t) + y^2(t)]^{-\frac{3}{2}}}. \end{aligned}$$

从上面这个例子来看，事物的发展趋势只与其当前的状态有关，而不明显地依赖于过去的状态。简单的说，这些现象都是瞬时起作用的。在这种假设下的数学模型，对大量事物的运动规律的描述是合适的。

然而，由于信息等的传输，滞后是一种不可避免的自然现象，即事物的发展趋势不仅依赖于当前的状态，而且还依赖于事物过去的历史。描述这一类系统的方程叫泛函微分方程 [2-5]。为了阐明这类现象，下面给出几个例子以说明问题的应用背景。

例 1.1 如图1-1所示，弹簧的一端固定，另一端系一质量为 m 的物体。

理想化后的简谐振动方程为

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0. \quad (1.1.1)$$

在 (1.1.1) 中假定略去弹簧质量、摩擦力、空气阻力以及弹簧内部的能量消耗，并且视物体 m 为一质点。式中 $\omega^2 = k/m$ ， k 为弹簧的弹性系数。现在设 m 不是质点，它具有 $P_2 - P_1$ 长度，那么当弹簧力在一瞬间 t 作用于物体时并不使物体立即移动。因为应力波从 P_1 到 P_2 通常以声速传播，

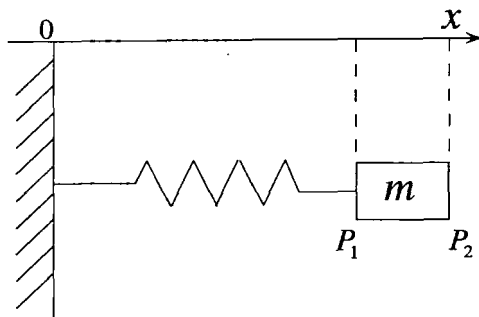


图 1-1 广义简谐振动

到达界面 P_2 后再反射回来，若干次的来回反射才能使物体各点的加速度比较均匀，此时物体才真正开始移动。若记从时刻 t 到物体开始移动的时间间隔为 τ ，则 (1.1.1)应修正为

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t - \tau) = 0 \quad (1.1.2)$$

这就在系统中引入了时滞量 τ 。可以看到，方程(1.1.1)的解和 (1.1.2) 的解的性态是迥然不同的。

例 1.2 考察信息网络中的无损传输线路，导出的微分方程 [6]

$$\dot{u}(t) - K\dot{u}(t - 2/s) = f[u(t), u(t - 2/s)]. \quad (1.1.3)$$

例 1.3 在火箭燃烧的控制理论中，得到方程

$$\dot{u}(t) + (1 - n)u(t) + nu(t - \tau) = 0. \quad (1.1.4)$$

例 1.4 考虑两种生物种群之间的相互作用，它们可以是捕食与被捕食，资源竞争或者互惠。设捕食者个体总数为 $y(t)$ ，被捕食者个体总数为 $x(t)$ ，这种长久敌对组合在不考虑滞后时可用如下的Volterra方程组描述：

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= a_1[1 - x(t)/P]x(t) - b_1y(t)x(t), \\ \dot{y}(t) &= -a_2y(t) + b_2x(t)y(t). \end{aligned} \quad (1.1.5)$$

其中 P 为 $x(t)$ 之最大数目。实际上捕食者的生长周期是比较长的，设其为 τ ，于是Wangersky和Cunningham把 (1.1.5)中的第二个方程调整为[6, 7]

$$\dot{y}(t) = -a_2y(t) + b_2x(t - \tau)y(t - \tau). \quad (1.1.6)$$

从以上几个例子可以大致看到本文所要讨论的对象(时滞系统)的广泛性。与用映射和微分方程描述的系统相比，时滞系统的运动不仅依赖于当前的系统状态，而且与过去一段时间的系统状态有关：决定系统行为的初始状态不再是系统零时刻的状态，而依赖于零时刻之前的某一段或若干时间段的系统状态，这样的时间段称为“时滞”。换一句话说，就是指信号传输的延迟。从频率特性的角度来说，它是指相频特性对频率导数的负值。时滞有时是固有的，如时滞对象中的时滞；有时是无意识中引入的，如采样控制系统中，采样保持器的引入就是无意识的引入了时滞。怎样发掘时滞潜在的优点，合理地利用时滞来改善系统的性能是一个值得深入研究的课题。

1.1.2 时滞系统的一些特点

本小节给出一些注释和实例,以说明时滞系统与无时滞系统之间的本质差别。

泛函微分方程不是常微分方程与差分方程的简单组合

虽然泛函微分方程同时具有常微分方程与差分方程的一些特点,但还没有一种普遍的方法把问题分开,以达到求解和讨论解的种种性态的目的。对一些极特殊的系统,的确可以把问题分开,即先求解常微分方程再求解差分方程。例如对方程

$$F[t, ax(t) + bx(t - \tau), a\dot{x}(t) + b\dot{x}(t - \tau)] = 0, \quad (1.1.7)$$

其中 a, b 为常数,可作代换

$$y(t) = ax(t) + bx(t - \tau), \quad (1.1.8)$$

把(1.1.7)化为一个常微分方程

$$F[t, y(t), \dot{y}(t)] = 0. \quad (1.1.9)$$

于是可以先求解(1.1.9),再把解代入(1.1.8),然后解这个差分方程。不过这种解法并无普遍意义,不能期望用这种方式讨论一般的泛函微分方程。

无穷维的解空间

考虑如下几个线性方程

$$\dot{x}(t) = ax(t - \tau_1) - bx(t - \tau_2), \quad (1.1.10)$$

$$x(t) = ax(t - \tau_1) - bx(t - \tau_2), \quad (1.1.11)$$

$$\dot{x}(t) = (a + b)x(t). \quad (1.1.12)$$

其中 a, b 以及 $\tau_2 > \tau_1 > 0$ 皆为常数,方程(1.1.12)是假定略去滞后量,它是一个常微分方程,解空间是有限维的(例如1维),而(1.1.11)是一个相应的差分方程,它可以用分布法求解,也可以假定它有形式解 $x(t) = \lambda^t c$,这里 λ, c 都是待定常数,代入(1.1.11)得到特征方程

$$\lambda^{\tau_1} - a\lambda^{\tau_2 - \tau_1} - b = 0. \quad (1.1.13)$$

式(1.1.13)可能有有限个根(例如 $\tau_2 = 2, \tau_1 = 1$ 时),也可能有无穷多个根(例如 τ_2, τ_1 为无理数时)。前一种情形解空间是有限维的,后一种情形解空间是无限维的。

对方程(1.1.10),也假定它有形式解 $x(t) = \lambda^t c$ 。 λ, c 都是待定常数,代入方程(1.1.10)得到特征方程

$$\lambda - ae^{-\tau_1 \lambda} - be^{-\tau_2 \lambda} = 0. \quad (1.1.14)$$

这时 λ 应满足超越方程(1.1.14)。一般地说,它有无限多个根 $\lambda_j, j = 1, 2, \dots$,直接验证可知 $c\lambda_j^t$ 都是(1.1.14)的解,亦即(1.1.14)的解空间除了特殊情况外都是无穷维的。

由此可见,从解空间为无限维这一点来看,差分方程更接近于泛函微分方程,而与常微分方程截然不同。

由于时滞的出现, 系统在平衡点附近的线性近似系统的特征方程就由一般的有限次多项式代数方程变为超越方程, 特征根也由有限个变为无限多个, 解空间也为无限维的。这使得对时滞系统的研究的难度大大增加。从上个世纪90年代起, 国内外工程界和学术界开始更加关注这一具有挑战性的研究工作。研究成果也很多。

1.2 时滞系统的分类

时滞系统可以由时滞微分方程来描述 [8, 9]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(\dot{x}(t-\tau), x(t), x(t-\tau), t), & t \geq t_0, \\ x(t) = \phi(t), & t_0 - \tau \leq t \leq t_0. \end{cases} \quad (1.2.1)$$

式中 $x(t) \in \mathcal{R}^n$, $f(\dot{x}(t-\tau), x(t), x(t-\tau), t) \in \mathcal{R}^m$, $\tau \in \mathcal{R}^+$ 为时滞, $\phi(t)$ 为初始函数。

在时滞系统 (1.2.1) 中, 如果在函数 $f(\cdot)$ 中引入控制量 $u(t) \in \mathcal{R}^r$, 此时有系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(\dot{x}(t-\tau), x(t), x(t-\tau), u(t), t), & t \geq t_0, \\ x(t) = \phi(t), & t_0 - \tau \leq t \leq t_0, \end{cases} \quad (1.2.2)$$

称式 (1.2.2) 对应的系统为时滞控制系统。

根据时滞系统 (1.2.1) 中是否含有 $\dot{x}(t-\tau)$ 项, 时滞系统可以分为滞后型时滞系统 (通常情况下就称为时滞系统) 和中立型时滞系统。其形式分别为:

时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), x(t-\tau), t), & t \geq t_0, \\ x(t) = \phi(t), & t_0 - \tau \leq t \leq t_0, \end{cases} \quad (1.2.3)$$

中立型时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(\dot{x}(t-\tau), x(t), x(t-\tau), t), & t \geq t_0, \\ x(t) = \phi(t), & t_0 - \tau \leq t \leq t_0. \end{cases} \quad (1.2.4)$$

根据 $f(\cdot)$ 是否为线性函数, 时滞系统又分为线性时滞和非线性时滞系统。有控制输入和外界扰动的线性时滞系统的一般形式是:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) + A_2 \dot{x}(t-\tau) = A_0 x(t) + A_1 x(t-\tau) + B_1 u(t) + B_2 w(t), \\ x(t) = \phi(t), & t_0 - \tau \leq t \leq t_0. \end{cases} \quad (1.2.5)$$

式中 A_0 , A_1 , A_2 , B_1 , B_2 为相应维数的矩阵, $u(t)$ 为控制输入, $w(t)$ 为外界扰动输入 (包括不确定性和噪声扰动)。

那么线性时滞系统是滞后型的还是中立型也可根据矩阵 A_2 是否为零来确定, 这两种系统在控制领域最为常见。

当 A_2 不为零时, 是线性中立型时滞控制系统, 形式如 (1.2.5)。

当 $A_2 = 0$ 时, 是线性滞后型时滞系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-\tau) + B_1 u(t) + B_2 w(t), & t \geq t_0, \\ x(t) = \phi(t), & t_0 - \tau \leq t \leq t_0. \end{cases} \quad (1.2.6)$$

除了滞后型时滞和中立型时滞系统外, 近几年人们开始关注含有分布时滞的中立型时滞系统 [10, 11]。含有分布时滞的中立型时滞系统是关于变量 $\dot{x}(t-\tau)$, $x(t)$, $x(t-\tau)$, $u(t)$, $w(t)$, t 和 $\int_{t-\tau}^t x(s)ds$ 的函数。其线性描述形式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) + A_2 \dot{x}(t-\tau) = A_0 x(t) + A_1 x(t-\tau) + A_3 \int_{t-\tau}^t x(s)ds + B_1 u(t) + B_2 w(t), \\ x(t) = \phi(t), & t_0 - \tau \leq t \leq t_0. \end{cases} \quad (1.2.7)$$

无论是滞后型时滞和中立型时滞系统, 还是含有分布时滞的中立型时滞系统, 可按不同的需要对所研究的时滞系统进行分类: 按照含有时滞环节的个数, 时滞系统分为单时滞系统 [12, 13]、多时滞系统 [14–18]; 根据时滞是否和时间有关, 分为常时滞系统和时变时滞系统; 根据时滞的表现形式, 把时滞系统分为连续时滞系统和离散时滞系统。

本文研究的主要是线性单时滞滞后型时滞系统和中立型时滞系统以及含有分布时滞的中立型时滞系统。

1.3 时滞系统的主要研究方向

时滞系统的研究与线性系统的研究一样, 研究者们从频域 [19, 20] 和时域 [10, 11, 21] 两个方面对时滞系统进行了大量的研究工作, 取得了可喜的成果。自Lyapunov 第二方法被用来处理线性系统的稳定性及控制问题以来, 该方法很快被引入到时滞系统的分析和设计 [22–24] 中来, 成为分析时滞系统的有力工具。研究内容主要有以下几个方面:

(1) 稳定性问题

稳定性问题是最基本、最重要的问题之一。而对控制系统而言, 稳定性问题尤为重要, 稳定性分析是设计稳定的控制系统的重要依据。由于系统中时滞的存在会使系统的性能指标下降, 甚至造成系统的不稳定, 因此时滞系统的稳定性的研究成为时滞系统理论研究中的一项重要课题。然而, 时滞系统在理论上属于无穷维系统, 无论是在理论研究中, 还是在实际控制系统的分析设计中都是很难解决的课题之一。直到1940年, 时滞系统稳定性才作为正式课题被广泛研究。在此期间的研究成果有1940年, Chebotarev发表了几篇关于拟多项式的Routh-Hurwitz 判据的论文。1949年, Myshkis的一篇论文中第一次明确地表述了初始值问题。在此研究成果基础上, 广大科研工作者开始试图将非时滞系统中的Lyapunov理论推广至时滞系统。1956年, Krasovskii首次提出时滞系统的状态为 x_t 而非 $x(t)$, 进而给出判断时滞系统稳定性的Lyapunov-Krasovskii定理 [25]。但Lyapunov-Krasovskii定理需要泛函运算, Razumikhin提出了Razumikhin定理, 该定理只需对函数进行运算而非对泛函进行运算, 从而克服了Lyapunov-Krasovskii定理的缺点。自此, 时滞系统的稳定性研究一直是控制界热门研究课题之一。研究者从各种途径出发, 得出许多用于判断系统稳定性的准则 [26–32]。在研究时滞系统稳定的众多方法中, 最常用的是Lyapunov函数法, 用Riccati方程或线性矩阵不等式(LMI)。从时滞因子对系统的影响看, 时滞系统的稳定性分为时滞独立 [33–38] 和时滞依赖 [10, 12, 13, 39–45] 两种类型。时滞独立的稳定性准则与时滞的大小无关, 而通常情况下, 系统中的时间滞后有一个上界, 不会是无穷大。显然, 时滞独立的稳定条件很保守, 特别是对小时滞系统。时滞依赖的稳定性准则包含了滞后信息, 其稳定性依赖于滞后时间, 对滞后时间 d 的某些值系统是稳定的, 而对另外一些值则不稳定。与时滞独立的设计准则相比, 尤其是对滞后时间比较小的时滞系统, 其保守性要小。

(2) 控制问题

时滞系统的控制问题是控制理论界的研究热点之一, 其基本问题都已有大量研究成果。例如, 时滞系统的控制方法有优化控制 [46, 47]、鲁棒控制 [48, 49] 和具有外界扰动时滞系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 控制 [12, 13, 50–52]。Lyapunov方法是时域内对系统进行分析 and 综合的主要方法, 分直接法和间接法两种。直接法不通过解方程, 而是直接构造Lyapunov函数(泛函)来判断系统的稳定性或者进行控制器的构造。基于该方法设计的控制器简单, 在线计算量小。应用Lyapunov方法对时滞系统

进行分析,大致经历了3个阶段。早期主要用于处理“匹配条件”或“秩-1条件”,这方面的结果可见[53]。接着,摆脱了“匹配条件”的限制,通过解Riccati方程或不等式有对称正定解来判断系统的稳定性或者对系统进行控制器的分析和设计,但是,解Riccati方程或不等式时需要进行参数调整;第三个阶段是应用线性矩阵不等式(LMI)来判断系统是否渐近稳定,或判断设计的控制器是否满足要求。线性矩阵不等式可以把Riccati方程或不等式的求解问题转化为判断几个LMI是否存在正定解的问题。目前,Matlab中提供了LMI-Toolbox软件包可供使用,因此,线性矩阵不等式处理方法受到了众多学者的青睐。将Lyapunov直接法用于时滞系统的时域分析,一般可通过两种不同的途径:Lyapunov-Krasovskii泛函法和Lyapunov-Razuttilchit函数法,所得结果通常分成时滞相关和时滞无关两大类型。

(3)滤波问题

作为控制问题的对偶问题,估计问题也得到长足的发展。所谓的估计问题就是估计系统的不可测量的状态变量。分为滤波、预测、光滑处理三种估计问题。滤波问题就是利用系统已有的测量数据来估计系统的观测状态。六十年代初,卡尔曼把状态空间模型引入到滤波理论中来,并导出一套递推估计算法,称之为卡尔曼滤波理论[54]。卡尔曼滤波方法研究的系统可以是离散的,也可以是连续的,并且可同时估计多个变量,突破了维纳滤波平稳过程的限制,也没有无限时间的要求。其主要特点是利用系统的状态空间模型,便于解决多变量问题以及基于观测数据递推估计算法,有利于实时处理。因此卡尔曼滤波是状态估计的一种重要方法。卡尔曼滤波器是在假定系统模型和噪声统计特性准确已知的前提下推导出来的。然而在实际工程中,无论采用哪一种建模方法,均无法得到准确的模型结构和模型参数。通常在状态方程和观测方程中总是存在不确定量,这些不确定部分即使很小也有可能导致滤波发散。因此,在系统模型及噪声统计特性知识不精确甚至未知情况下的不确定系统状态滤波问题开始受到研究者重视,出现了许多新的滤波器设计的理论和方法[55-59]。在文献[60-62]中,Grimble第一次提出了 H_∞ 滤波问题。在信号处理问题中, H_∞ 滤波的重要性早已被发现,然而在鲁棒控制中的作用是近年才得到重视[63-65]。针对实际工程系统中的过程噪声及测量噪声统计特性未知但能量有限这一情况,采用两种方法来滤波,一是著名的 H_∞ 滤波设计[66-70];另一种是峰值-峰值的滤波设计方法[71, 72]。

H_∞ 滤波的基本思想是:将输入假设为一个能量有界的信号然后最小化能量-能量的增益,或者只由一个给定的正数来界定这个增益。在 H_∞ 估计中,过程和测量噪声等外界输入可以是具有有界能量的任意信号而不必是高斯信号。 H_∞ 估计问题实际上是一个极大极小估计问题,常指当所有噪声能量最大时状态估计误差的能量达到最小,可以证明当外部信号的能量谱密度具有不确定性时, H_∞ 性能是最理想的性能指标[61]。 H_∞ 滤波器的设计方法主要有三种:代数Riccati方程ARE[55, 67, 73],多项式方程[60, 74],插补法[75]和线性矩阵不等式法[76, 77]。尽管在Riccati方程处理方法的问题中可以给出滤波器的结构形式,便于进行一些理论分析,但在应用Riccati方程处理问题时,还存在许多困难。一方面,实施这些方法以前,往往需要设计者事先确定一些待定参数,这些参数的选择不仅影响到结论的好坏,而且还会影响到问题的可行性。但是现有的Riccati方程方法在处理问题中,还缺乏寻找这些参数最佳值的方法。人为确定参数的方法给分析和综合的结果带来了很大的保守性。另一方面,Riccati型矩阵方程本身的求解也存在着一定的问题。目前常用迭代方法,这些方法的收敛性并不能得到保证。多项式方程法和插补法直接应用传递函数,是频域内的方法。当某一特定频域信息已知时,如零点极点、带宽等,多项式方程法和插补法很适用。另外,加权系统维数的增加不影响滤波误差和噪声信

号频率加权的实现。在文献 [74] 中, 给出了系统滤波光滑处理和预测问题的多项式解法的标准形式。这一结果可应用到最优解卷积滤波问题和其他应用传递函数以及早期的多项式法无解的情况。然而, 以上方法要求系统除了不确定输入外没有任何不确定性。因此鲁棒 H_∞ 滤波成了一个研究热点。在文献 [78–80] 中, 针对泛数有界不确定的连续系统和离散系统给出了鲁棒 H_∞ 滤波问题的代数 Riccati 方程方法。代数 Riccati 方程方法处理不确定性时, 将范数有界的不确定转化为某一标量参数, 是鲁棒 H_∞ 滤波问题简化为标准的 H_∞ 滤波。但是标量参数的引入使得‘标量’的代数 Riccati 方程的求解变得很困难。事实上, ‘标量’的代数 Riccati 方程是非线性的, 而且在一些应用中对范数有界的假设又具有保守性。20 世纪 90 年代初随着求解凸优化问题的内点法的提出, 线性矩阵不等式再一次受到关注, 许多控制问题可以转化为一个线性矩阵不等式系统的可行性问题, 或者是一个具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题 [81, 82], 该方法不但降低了问题求解的约束, 放松了求解条件, 而且得到的是一个容许滤波器的集合, 即满足性能指标的全部滤波器的集合。基于 LMI 方法的滤波问题的研究成果很多, 后面章节陆续介绍。

除了以上介绍的线性系统的滤波问题外, 还有一类就是非线性系统的鲁棒滤波。非线性控制系统设计的研究是系统科学领域最活跃的研究之一, 非线性经常以非线性扰动形式引入 [83]。至今, 处理系统中同时含有时滞、非线性扰动和不确定性参数的系统滤波问题的文献很少, 这是因为这种情况下的问题更复杂。与非线性 H_∞ 控制方法相类似, 非线性 H_∞ 滤波 [84] 有两种主要方法: 一种是基于耗散系统理论的方法; 一种是基于对策论的方法。基于耗散系统的方法从耗散系统的定义出发将系统耗散的条件和滤波器的滤波性能联系起来, 一个滤波器满足 H_∞ 性能指标的充分条件是能够寻找到关于增广系统时间和状态变量的非负函数 V , 使系统相对于输入即噪声 w 和输出即估计误差 e 的泛函 $U(w, e)$ 满足耗散性的要求。根据耗散系统理论, 这个非负函数 V 是通过一个关于 V 的 Hamilton-Jacobi 不等式来求解的 [85]。基于对策论方法的本质是动态规划方法, 即将 H_∞ 性能指标转化为一个关于系统噪声和待定的滤波器系数的函数, 若该函数非正, 则原性能指标被满足。该问题可以看成作用效果完全相反的两个量的均衡问题, 即考虑寻找最优的滤波器系数使由噪声引起的最坏情况下性能指标达到最小。这个极大极小问题可以通过 Hamilton-Jacobi 方程来求解 [86, 87]。若该系统是线性系统则这个 Hamilton-Jacobi 方程可以转化为 Riccati 方程这和线性系统的结果相吻合。时滞系统的估计问题也引起学术界的广泛注意 [88–92]。分别基于 Riccati 方程方法和 LMI 方法给出时滞系统的 H_∞ 以及 H_2 的滤波算法。

无论是时滞系统的控制问题、镇定问题还是滤波问题, 其研究问题都可分为两大类:

(1) 分析, 给定一个已知控制器或滤波器, 当系统存在不确定性或噪声等扰动量时, 分析闭环系统的性能指标 (包括稳定性及输出响应)。

(2) 综合问题, 设计一个控制器或滤波器, 以使系统在干扰、噪声和模型不确定等扰动作用下, 满足性能要求。

目前, 研究这两种问题的方法主要有基于 Riccati 方程 [34, 49, 93, 94] 的方法和基于线性矩阵不等式 [12, 13, 95, 96] 的方法。

1.4 时滞系统滤波的研究现状

时滞系统是由泛函微分方程来表达的。自 1959 年以来, 泛函微分方程的发展非常迅速, 在解的基本理论、稳定性理论、周期解理论、振动理论、解算子理论、分子理论等许多方面出现

了重要的成果。针对时滞系统的控制研究也有很大进展, Mahmoud [97]的有关时滞系统的控制与滤波的专著是一本有价值的参考论著。自九十年代起,国内对时滞系统的研究也逐渐热了起来,出现了很多研究成果。近几年,已把时滞系统控制问题作为单独的章节著述在控制理论的专著里 [81, 98, 99]。从现有文献看,在控制领域,对时滞系统的研究主要集中在稳定性准则讨论和控制问题上,对时滞系统的滤波研究还不是很充分。尤其是对中立型时滞和含有分布时滞环节的中立性时滞系统的滤波研究还处在起步阶段。

研究时滞系统的滤波问题主要采用Lyapunov第二方法来处理。该方法可将滤波问题转化为一个类Riccati方程的求解和线性矩阵不等式的求解问题。根据不同的性能指标要求,时滞系统的滤波问题分为线性时滞系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波、 $\mathcal{H}_2$ 滤波、 l_2-l_∞ 滤波以及非线性系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波、 l_2-l_∞ 滤波等。

1.4.1 时滞系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波

基于Riccati方程方法,文献 [17, 100]给出单时滞确定时滞系统和多时滞不确定时滞系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器的设计准则。针对连续和离散两种情况,文献 [89]给出了一类不确定单时滞系统的鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器设计方法,在时滞不确定性系统的鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 稳定性引理的基础上,基于两个Riccati方程的正定解给出了满足指定水平的鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器存在的充分条件。文献 [90]基于Riccati方程推导了参数有界不确定性时变和时不变时滞系统的鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器的设计方法。文献 [101]考虑了一类参数有界的不确定关联时滞系统的鲁棒滤波问题,以子系统作为输入,分别为每个子系统设计 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器,通过系统的状态向量和滤波误差系统的向量组合成增广系统,基于Lyapunov方法给出滤波器存在的充分条件。文献 [102]针对精确已知的单时滞系统给出 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器的设计准则。Park等 [88, 103]则以LMI形式给出了确定和参数有界不确定中立时滞系统的鲁棒 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波器的设计方法。文献 [104]讨论了中立时滞系统的故障诊断滤波器的设计方法。文献 [105]针对参数有界不确定中立时滞系统,给出了 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波方法。Park [95]研究了含有分布时滞环节的中立时滞系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波问题,基于LMI方法给出使误差系统渐近稳定和具有 γ 性能的滤波器存在的充分条件。

1.4.2 时滞系统的 $\mathcal{H}_2$ 滤波

继无时滞系统的 $\mathcal{H}_2$ 滤波之后,时滞系统的广义 $\mathcal{H}_2$ 滤波也得到学者的关注。文献 [91, 92]分别讨论了连续时滞和离散时滞系统的广义 $\mathcal{H}_2$ 滤波,导出时滞独立和时滞依赖的广义 $\mathcal{H}_2$ 滤波方法。文献 [106]将参数依赖和时滞依赖方法结合起来,给出保守性更小的 $\mathcal{H}_2$ 滤波器存在的性能准则。文献 [107]讨论了中立型时滞系统的 $\mathcal{H}_2$ 状态估计方法,将无限维的问题转化为有限维来保证估计的准确性,基于LMI技术,导出 $\mathcal{H}_2$ 估计器存在的充分条件。

1.4.3 时滞系统的 l_2-l_∞ 滤波

除了研究时滞系统的 $\mathcal{H}_\infty$ 滤波和 $\mathcal{H}_2$ 滤波以外,也出现了关于时滞系统的鲁棒 l_2-l_∞ 滤波方法,但研究成果还很少。在文献 [92]中,作者通过Moon不等式,研究了连续不确定时滞系统