主　编／郑千里

高等代数教与学指导

GAODENG DAISHU
JIAO YU XUE ZHIDAO

NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS
东北师范大学出版社
WWW.NENUP.COM

高等代数教与学指导

阜阳师范学院图书馆
藏书

主　编　郑千里
副主编　曾克扬　符晓芳
　　　　邢灵博　陈　杰

东北师范大学出版社
长　春

图书在版编目（CIP）数据

高等代数教与学指导/郑千里主编. —长春：东北师范大学出版社，2008. 5
ISBN 978 - 7 - 5602 - 5399 - 2

Ⅰ. 高… Ⅱ. 郑… Ⅲ. 高等代数 - 教学参考资料
Ⅳ. 015.

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 092285 号

□责任编辑：肖　亮　□封面设计：张　然
□责任校对：李敬东　□责任印制：栾喜湖

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号（130024）
销售热线：0431—85687213
传真：0431—85691969
网址：http：//www. nenup. com
电子函件：sdcbs@mail. jl. cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
长春市新世纪印业有限公司印装
长春市经济开发区浦东路1788号（130033）
2008 年 6 月第 1 版　2008 年 6 月第 1 次印刷
幅面尺寸：148 mm×210 mm　印张：13　字数：350 千

定价：20. 00 元

如发现印装质量问题，影响阅读，可直接与承印厂联系调换

前　言

为适应培养人才和时代发展的需要，琼州大学高等代数课题组对该重点课程进行了教学改革与研究，此书的编写是其中内容之一。

高等代数主要包括线性代数和多项式两大部分。高等代数是高等院校数学专业一门重要的理论基础课，而线性代数是理、工、农、医、经济等学科的基础课。高等代数内容经典、完整而系统，对学生而言，高等代数是比较抽象难学的一门课程。如何既保证满足学生对这门课的基础知识的需求又使学生尽可能掌握现代代数方法与技能，如何把学生从中学阶段有具体形象背景的数学思维方式转移到逻辑推理较强的抽象思维方式上来，是摆在高等代数教师面前的一大难题。因此，专业教师需要付出艰辛的劳动，充分利用现有条件，调动教与学诸方面的积极因素，搞好重点课程的教学改革，不断改进教学方法和教学手段，不断提高教学水平，以期达到教学目的要求。

高等代数理论概念抽象，习题类型变化繁多而复杂，诸多读者虽然概念、理论学懂了，但面对习题无从下手。针对读者的困难与需求，以及为教师提供教学的有力工具，本指导书突破学与教学中之关键，综合地概括了教材的理论系统，深入浅出地阐释了教材中易与难、具体与抽象、重点与难点、理论与应用等各种关系，科学地给出了解决问题的方法与技巧，以起到探索研究与学习入门的作用和效果。

本书共分为九章，每一节归纳为四个部分：

Ⅰ.基础知识考点

概括本节基本概念、基本理论及重点内容,使知识点纲目简明且系统。

Ⅱ.疑难解析

解读本节重点与疑难问题,突破障碍,理解教材的歧义繁杂难点。

Ⅲ.典型例题精解

选择一定数量有代表性或综合性题目,详细解答并阐明解题的方法和技巧,以巩固并加深读者对基本概念和重点内容的理解。

Ⅳ.习题参考答案与提示

对每一节课后习题(参照张禾瑞、郝炳新《高等代数》第五版)给出解答或提示,这对读者深入掌握教材大有裨益。

本书作者及撰稿:课题主持人郑千里副教授(第四章、第五章、第八章第1、2节);课题成员曾克扬讲师(第八章第4节与第九章);符晓芳讲师(第六章、第七章、第八章第3节);邢灵博与陈杰老师(第一章至第三章)。这指导书是他们多年从事高等代数教学实践的经验总结,此书可作为高等代数导学、导教与导考参考书。

本书的出版得到了琼州大学教务处的关心与支持,在此,我们向琼州大学教务处表示感谢。我们呼唤从事创造性劳动的人民教师的辉煌:洋洋乎,崇高师德!浩浩乎,不朽师魂!巍巍乎,万世师表!

郑千里于琼州大学

2008年3月

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com

目　录

第一章　基本概念

§1.1　集　合 …… 1

§1.2　映　射 …… 5

§1.3　数学归纳法 …… 11

§1.4　整数的一些整除性质 …… 14

§1.5　数环和数域 …… 18

第二章　多项式

§2.1　一元多项式的定义及运算 …… 25

§2.2　多项式的整除性 …… 28

§2.3　多项式的最大公因式 …… 33

§2.4　多项式的分解 …… 44

§2.5　重因式 …… 48

§2.6　多项式函数　多项式的根 …… 52

§2.7　复数和实数域上的多项式 …… 58

§2.8　有理数域上的多项式 …… 61

第三章　行列式

§3.1　排　列 …… 66

§3.2　n阶行列式 …… 69

§3.3　子式和代数余子式　行列式的依行依列展开 …… 75

§3.4　克拉默规则 …… 89

第四章　线性方程组

§4.1　消元法 …… 93

§4.2　矩阵的秩　线性方程组可解的判别 …… 104

§4.3　线性方程组的公式解 …… 118

第五章　矩　阵

§5.1　矩阵的运算 …… 134

§5.2 可逆矩阵 …… 156
§5.3 矩阵的分块 …… 179
第六章 向量空间
§6.1 线性空间的定义与性质 …… 195
§6.2 子空间 …… 202
§6.3 向量的线性相关性 …… 207
§6.4 基和维数 …… 217
§6.5 坐 标 …… 225
§6.6 向量空间的同构 …… 232
§6.7 矩阵的秩 齐次线性方程组的解空间 …… 235
第七章 线性变换
§7.1 线性映射 …… 244
§7.2 线性变换的运算 …… 252
§7.3 线性变换和矩阵 …… 259
§7.4 不变子空间 …… 270
§7.5 本征值和本征向量 …… 276
§7.6 可以对角化的矩阵 …… 290
第八章 欧氏空间
§8.1 向量的内积 …… 300
§8.2 正交基 …… 311
§8.3 正交变换 …… 330
§8.4 对称变换和对称矩阵 …… 340
第九章 二次型
§9.1 二次型和对称矩阵 …… 355
§9.2 复数域和实数域上的二次型 …… 368
§9.3 正定二次型 …… 383
§9.4 主轴问题 …… 396

第一章 基本概念

§1.1 集 合

[I.基础知识考点]

一、集合及其表示方法

1.集 合

集合是表示一定事物的集体,简称“集”.组成集合的事物叫做这个集合的元素,一般用大写拉丁字母 $A,B,C,D,\cdots$ 表示集合,用小写拉丁字母 $a,b,c,\cdots$ 表示集合中的元素.

只含有有限个元素的集合,称为有限集合.由无限多个元素组成的集合,称为无限集合.

2.集合的表示方法

集合的表示法有列举法和描述法两种.列举法是列出集合的所有元素(包括用一定规律列出无限集),如 $\mathbf{N}=\{0,1,2,3,\cdots\}$ 表示 $\mathbf{N}$ 是由一切自然数组成的集合;描述法是通过描述集合的所有元素具有的共同特性来表示这个集合,如集合 A 是由具有性质 P 的元素组成的,就用符合 $A=\{x|x$ 具有性质 $P\}$ 来表示集合 A.

二、集合的相关概念

1.子 集

设 A,B 是两个集合,如果 A 的每个元素都是 B 的元素,那么就说 A 是 B 的子集,记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$,亦即 $A\subseteq B\Leftrightarrow\forall x\in A\Rightarrow x\in B$.真子集:若 $A\subseteq B$ 且 $\exists y\in B$,但 $y\notin A$,则称 A 是 B 的

真子集，记作 $A\subsetneqq B$.

2. 并　集

设 A,B 是两个集合，则由 A 的一切元素和 B 的一切元素组成的集合叫做 A 与 B 的并集（简称"并"），记作 $A\cup B$，亦即 $x\in A\cup B\Leftrightarrow x\in A$ 或 $x\in B$.

3. 交　集

设 A,B 是两个集合，由 A 与 B 的公共元素组成的集合叫做 A 与 B 的交集（简称"交"），记作 $A\cap B$，亦即 $x\in A\cap B\Leftrightarrow x\in A$ 且 $x\in B$.

4. 空　集

不含任何元素的集合叫做空集，记作 $\varnothing$. 空集是任何集合的子集.

5. 集合的相等

如果集合 A 与 B 由完全相同的元素组成，则称 A 与 B 相等，记作 $A=B$，亦即 $A=B\Leftrightarrow$ 对一切 $x\in A\Leftrightarrow x\in B$.

6. 集合的交与并的性质

$A\cap B=B\cap A$；$A\cup B=B\cup A$；$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$；$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$；$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$；$A\cap(A\cup B)=A$；$A\cup(A\cap B)=A$；$A\cup\varnothing=A$；$A\cap\varnothing=\varnothing$.

7. 余　集

设 A,B 都是集合 I 的子集，则一切属于 A 但不属于 B 的元素组成的集合叫做 B 在 A 中的余集或 A 与 B 的差，记作 $A-B$，亦即 $A-B=\{x\mid x\in A$ 但 $x\notin B\}$.

8. 笛卡尔积（卡氏积或积）

设 A,B 是两个集合，则称 $A\times B=\{(a,b)\mid a\in A,b\in B\}$ 为 A 与 B 的笛卡尔积.

[Ⅱ.疑难解析]

1. 集合 $A=\{a,a,b,c\}$与集合 $B=\{a,b,c\}$是否相等?

答:相等.虽然集合 A 中出现了两个 a,但它们是同一个元素,因此集合 A 和 B 中含有相同的元素,故 $A=B$.

2. 用数学符号来表示"元素 a 属于集合 A"与"集合 A 包含于集合 B"有何区别?

答:前者应用 $a\in A$ 来表示,而后者应用 $A\subseteq B$ 来表示,切不可把"$\in$"与"$\subseteq$"用混.例如,集合 $A=\{1,2,3,4\}$,则 $2\in A$,但不能写成 $2\subseteq A$.元素与集合之间用"$\in$"或"$\ni$",如"$a\in A$"或"$A\ni a$".集合与集合之间的符号可用"$\subseteq$"或"$\supseteq$",如"$A\subseteq B$"或"$B\supseteq A$"都表示集合 A 包含于集合 B.

3. 余集(或集合 A 与 B 的差)概念中的集合 B 是否集合 A 的子集?

答:不一定.例如,集合 $A_1=\{1,2,3,4,5,6,7\}$,$B_1=\{2,4,6\}$,则按照定义,B_1 在 A_1 中的余集,即 $A_1-B_1=\{1,3,5,7\}$,此时 B 是 A 的子集,是一种特殊情形.一般地,例如,$A_2=\{1,2,3,4,5\}$,$B_2=\{2,4,6,7\}$,则按照定义,$A_2-B_2=\{1,3,5\}$,显然,B_2 不是 A_2 的子集.

[Ⅲ.典型例题精解]

例 1 设 a 是集合 A 的一个元素,记号$\{a\}$表示什么?写法$\{a\}\in A$ 对吗?

解 $\{a\}$表示含有一个元素 a 的集合,故集合$\{a\}$与集合 A 之间的关系不能用"$\in$"表示,应写成$\{a\}\subseteq A$.

例 2 设 $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$.

(1)A 中含有两个元素的子集有多少个?

(2)写出 A 的所有子集.

解(1)$C_4^2=6$ 个;

(2)$\varnothing$,$\{a_1\}$,$\{a_2\}$,$\{a_3\}$,$\{a_4\}$,$\{a_1,a_2\}$,$\{a_1,a_3\}$,$\{a_1,a_4\}$,$\{a_2,a_3\}$,$\{a_2,a_4\}$,$\{a_3,a_4\}$,$\{a_1,a_2,a_3\}$,$\{a_1,a_2,a_4\}$,$\{a_1,a_3,a_4\}$,$\{a_2,a_3,a_4\}$,$\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$.

[注]空集$\varnothing$是任何集合的子集.因此,在考虑子集时,要把$\varnothing$考虑进去.含有 n 个元素的集合共有 $C_n^1+C_n^2+C_n^3\cdots+C_n^n+1=(1+1)^n=2^n$ 个子集.

例 3 证明 $A\cup B(A\cap B)=A$.

证明 对 $\forall x\in A\cup(A\cap B)$,有 $x\in A$ 或 $x\in A\cap B$,且对后一种情形有 $x\in A$ 且 $x\in B$,故对 $\forall x\in A\cup(A\cap B)$都有 $x\in A$ 成立.从而 $A\cup(A\cap B)\subseteq A$.

显然 $A\subseteq A\cup(A\cap B)$.

综上即得 $A\cup(A\cap B)=A$.

[注]证明两个集合相等的方法即证这两个集合相互包含.

例 4 写出集合 A 与 B 的笛卡尔积 $A\times B$.

(1)$A=\{1,2,3\}$,$B=\{1,2\}$;

(2)$A=\{x\mid x\in \mathbf{R},-1\leqslant x\leqslant 1\}$,$B=\{y\mid y\in \mathbf{R},-1\leqslant y<0\}$.

解 (1)$A\times B=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)\}$;

(2)$A\times B=\{(x,y)\mid -1\leqslant x\leqslant 1,-1\leqslant y<0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$.

[注]集合 $A\times B$ 是由形如(a,b)的有序数对作为集合的元素构成的,其中 $a\in A,b\in B$.如 $\mathbf{R}\times\mathbf{R}=\{(x,y)\mid x,y\in\mathbf{R}\}$表示平面上所有点的集合.

[Ⅳ.课后习题答案]

1. Z 不是 X 的子集.$\because$存在 $O\in Z$,但 $O\notin X$.

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com

2. 参见例 1.

3. $A\cap(B\cup C)=\{x|x\in\mathbf{R},-1<x\leqslant 1\}$，$A\cup(B\cup C)=\{x|x\geqslant -1\}$.

4. 参见例 2.

5. C_n^k

6. 略.

7. 参见例 3.

§1.2　映　　射

[Ⅰ. 基础知识考点]

一、映射及其相关概念

1. 映　射

设 A,B 是两个非空集合. A 到 B 的一个映射指的是一个对应法则，通过这个法则，对于集合 A 中每一个元素 x，有集合 B 中一个唯一确定的元素 y 与它对应.

通常用 $f:A\to B$ 表示 f 是 A 到 B 的一个映射.

如果通过映射 f 与 A 中元素 x 对应的 B 中元素是 y，那么就写作 $f:x\mapsto y$，y 叫做元素 x 在 f 之下的像，记作 $f(x)$.

2. 满　射

设 f 是 A 到 B 的映射，如果对任意 $y\in B$，存在 $x\in A$，使 $f(x)=y$，即有 $f(A)=B$，就称 f 是 A 到 B 的满射.

3. 单　射

设 $f:A\to B$ 是一个映射. 如果对 $\forall x_1,x_2\in A$，且 $x_1\neq x_2$，都有 $f(x_1)\neq f(x_2)$，则称 f 是 A 到 B 的一个单射.

4. 双射（或一一映射）

若 $f:A\to B$ 既是满射又是单射，则称 f 是 A 到 B 的一个双

射(或一一映射).

5. 恒等映射

设 A 是任意一个集合,若对 $\forall x\in A$,恒有($f(x)=x$,则称 f 是集合 A 到自身的恒等映射,记作 j_A.

6. 映射相等

设 f,g 都是 A 到 B 的映射. 如果对 $\forall x\in A$,都有 $f(x)=g(x)$,则称 f 与 g 相等,记作 $f=g$.

7. 映射的合成

设 $f:A\to B$,$g:B\to C$,由 f,g 确定了如下对应法则 h:对 $\forall x\in A$,在 C 中有唯一确定的元素 $g(f(x))$与之对应,这是一个 A 到 C 的映射,叫做 f 与 g 的合成,记作 $g\circ f$,即$h=g\circ f$.

映射的合成满足结合律:设 $f:A\to B$,$g:B\to C$,$h:C\to D$,则 $(f\circ g)\circ h=f\circ(g\circ h)$.

8. 逆映射

设 f 是 A 到 B 的一个映射,j_A,j_B 分别表示 A,B 的恒等映射,如果存在 B 到 A 的一个映射 g,使 $g\circ f=j_A$,$f\circ g=j_B$,那么称 g 是 f 的逆映射,称 f 为可逆映射,记作 $f^{-1}=g$,g 由 f 唯一确定.

9. 映射可逆的充要条件

映射 f 可逆的充要条件是 f 是双射(或一一映射).

10. 代数运算

设 A 是非空集合,$A\times A$ 到 A 的映射 f 称为 A 的一个代数运算.

二、基本方法

(1)证明两个映射相等的一般方法

只需证明对 $\forall x\in A$,都有 $f(x)=g(x)$即可.

(2)映射、单射、满射、逆映射的判别法

利用定义判断.

[Ⅱ.疑难解析]

1.对映射概念的理解应注意哪些方面?

答:应注意以下四个方面:①A,B 两个集合可以是相同的集合,也可以是不同的集合;②对 A 中的每一个 x,需要 B 中一个唯一确定的元素 y 与之对应;③B 中的元素不一定都是 A 中元素的像;④A 中不相同的元素的像可以相同.

[Ⅲ.典型例题精解]

例 1　设 A 是实数集,B 是非负实数集,下列哪些对应法则是 A 到 B 的映射?哪些不是?

(1)$f_1:x\mapsto x+1$;　(2)$f_2:x\mapsto \dfrac{1}{x}$;　(3)$f_3:x\mapsto |x|+1$.

解　(1)f_1不是 A 到 B 的映射.反例:当 $x=-3$ 时,$x+1=-2\notin B$.

(2)f_2不是 A 到 B 的映射.反例:当 $x=0\in A$ 时,$\dfrac{1}{x}$无意义.

(3)f_3是 A 到 B 的映射.

[注]在理解映射概念时要注意,对于$\forall x$,都必须有 B 中唯一的一个元素与它对应,否则,所给对应法则不是映射.

例 2　下列选项中,哪个是双射?(　)

A. $f_1:\mathbf{R}\to\mathbf{R};x\mapsto \dfrac{1}{x}$,($\mathbf{R}$ 为实数集)

B. $f_2:\mathbf{Z}\to\mathbf{B};n\mapsto 4n$,($\mathbf{Z}$ 为整数集,$\mathbf{B}$ 为偶数集)

C. $f_3:\mathbf{R}\to\mathbf{R}^+;x\mapsto 2^x$,($\mathbf{R}$ 为全体实数集,$\mathbf{R}^+$ 为一切正实数的集合)

D. $f_4:A\to A,x\mapsto\dfrac{1}{x^2+1}$,($A$是非零有理数集)

解 选项A中,当$x=0$时,$f(x)$不存在,即元素0在f下没有像,故不是映射.选项B是单射而不是满射,因为当$n_1\neq n_2$时,$4n_1\neq 4n_2$,故f_2是单射.又$2\in B$,但2在f_2下没有原像,故f_2不是满射.选项D中,$1\in A$,但1在f_4下没有原像,故f_4不是满射.又x与$-x$在f_4下的像相同,都是$\dfrac{1}{x^2+1}$,故f_4不是单射,但f_4是一个映射.

答案:C.

例3 设a,b是任意两个实数,且$a<b$,试找出一个$[0,1]$到$[a,b]$的双射.

解 定义$f:[0,1]\to[a,b],x\mapsto(b-a)x+a$,则$f$是$[0,1]$到$[a,b]$的一个映射,因为对$\forall x\in[0,1]$,都有唯一确定的$xf(x)\in[a,b]$与之对应.下证$f$是$[0,1]\to[a,b]$的一个双射.

①对$\forall y\in[a,b]$,取$x=\dfrac{y-a}{b-a}$,

$\because a\leqslant y\leqslant b$,$\therefore 0\leqslant\dfrac{y-a}{b-a}\leqslant 1$,即$0\leqslant x\leqslant 1$.

$\therefore f(x)=(b-a)\dfrac{y-a}{b-a}+a=y$,$\therefore f$是满射.

②对$\forall x_1,x_2\in[0,1]$且$x_1\neq x_2$,有$(b-a)x_1+a=(b-a)x_2+a$,即$f(x_1)\neq f(x_2)$,$\therefore f$是单射.

由①,②,f是$[0,1]$到$[a,b]$的一个双射.

例4 设A是非负实数集,$B=\{x\mid x\in R,0\leqslant x<2\}$,令

$$f:A\to B;x\mapsto f(x)=\frac{2x}{1+x}.$$

求证:f是A到B的映射且是双射,并求f^{-1}.

证明 先证f是A到B的一个映射.

对 $\forall x\in A$，若 $x=0$，则 $f(0)=\frac{0}{1}=0$.

若 $x\neq 0$，则 $f(x)=\frac{2x}{1+x}=\frac{2}{1+\frac{1}{x}}<2$，显然 $f(x)>0$.

因此，对 $\forall x\in A$，在 B 中都有唯一确定的元素与之对应，故 f 是一个映射.

下证 f 是双射.

①若 $x_1,x_2\in A$，且 $x_1\neq x_2$，则有 $\frac{2x}{1+x_1}\neq\frac{2x_2}{1+x_2}$，即 $f(x_1)\neq f(x_2)$；

否则，由 $\frac{2x_1}{1+x_1}=\frac{2x_2}{1+x_2}$ 可得 $2x_1+2x_1x_2=2x_2+2x_1x_2$，从而可得 $x_1=x_2$，这与 $x_1\neq x_2$ 矛盾.

②对 $\forall y\in B$，有 $0\leqslant y<2$，若有 x 使 $f(x)=y$，即 $\frac{2x}{1+x}=y$，则 $2x=y(1+x)$，即 $x=\frac{y}{2-y}$.

由 $0\leqslant y<2$ 得 $x=\frac{y}{2-y}\in A$，且 $f(x)=f(\frac{y}{2-y})=\frac{2\cdot\frac{y}{2-y}}{1+\frac{y}{2-y}}=\frac{2y}{(2-y)+y}=y$，即对 $\forall y\in B$，$\exists\, x=\frac{y}{2-y}\in A$，使 $f(x)=y$，所以 f 是满射.

综上可知 f 是双射，所以 f 有逆映射 f^{-1}，且 $f^{-1}=\frac{x}{2-x}$ $(x\in B)$.

[注]讨论某个对应法则是否单射、满射或双射时，一定要先判断该法则是否一个映射.

例 5 (1)设 f,g 是 $\mathbf{Z}$ 到 $\mathbf{Z}$ 的映射，且 $f:x\mapsto 3x$，$g:x\mapsto 3x+$

1,求 $f\circ g$ 和 $g\circ f$;

(2)设 f,g 都是全体实数集 $\mathbf{R}$ 到它自身的一个映射,且 $f:x\mapsto x+2$,$g:x\mapsto x^3+2$,计算 $f\circ g$ 和 $g\circ f$.

解 (1)$(f\circ g)(x)=f(g(x))=3(3x+1)=9x+3$,

$(g\circ f)(x)=g(f(x))=3(3x)+1=9x+1$.

(2)$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(x^3+2)=x^3+2+2=x^3+4$,

$(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(x+2)=(x+2)^3+2=x^3+2x^2+4x+10$.

[注]本例说明,映射的合成不满足交换律.一般情况下,$g\circ f\neq f\circ g$.另外,映射合成的运算是由内而外,从右向左,如三个映射 f,g,h 的合成 $(f\circ g\circ h)(x)=f(g(h(x)))$.

[Ⅳ.课后习题答案]

1. 定义 $f:1\mapsto 1$,

$$n\mapsto n-1,(n=2,3,\cdots,100)$$

2. 定义 $f:x\mapsto 2^x$,(对 $\forall\, x\in\mathbf{R}$).

3. 不是.因为当 $x=0$ 时,$f(x)$不存在,即元素 0 在 f 下没有像.

4. f 是 $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ 的一个映射,但不是单射也不是满射.

5. A 到自身的一切映射有 $C_3^1\cdot C_3^1\cdot C_3^1=27$ 个,其中有 6 个双射.

6. 略.

7. 略.

8. g 是 $A\to A$ 的一个双射,但 g 不是 f 的逆映射.因为对 $\forall\, x\in A$ 且 $x\neq 1$ 时,$(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(x)=\dfrac{1}{x}\neq x$.

g 有逆映射,g 的逆映射还是 g.因为对 $\forall\, x\in A$,有

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com