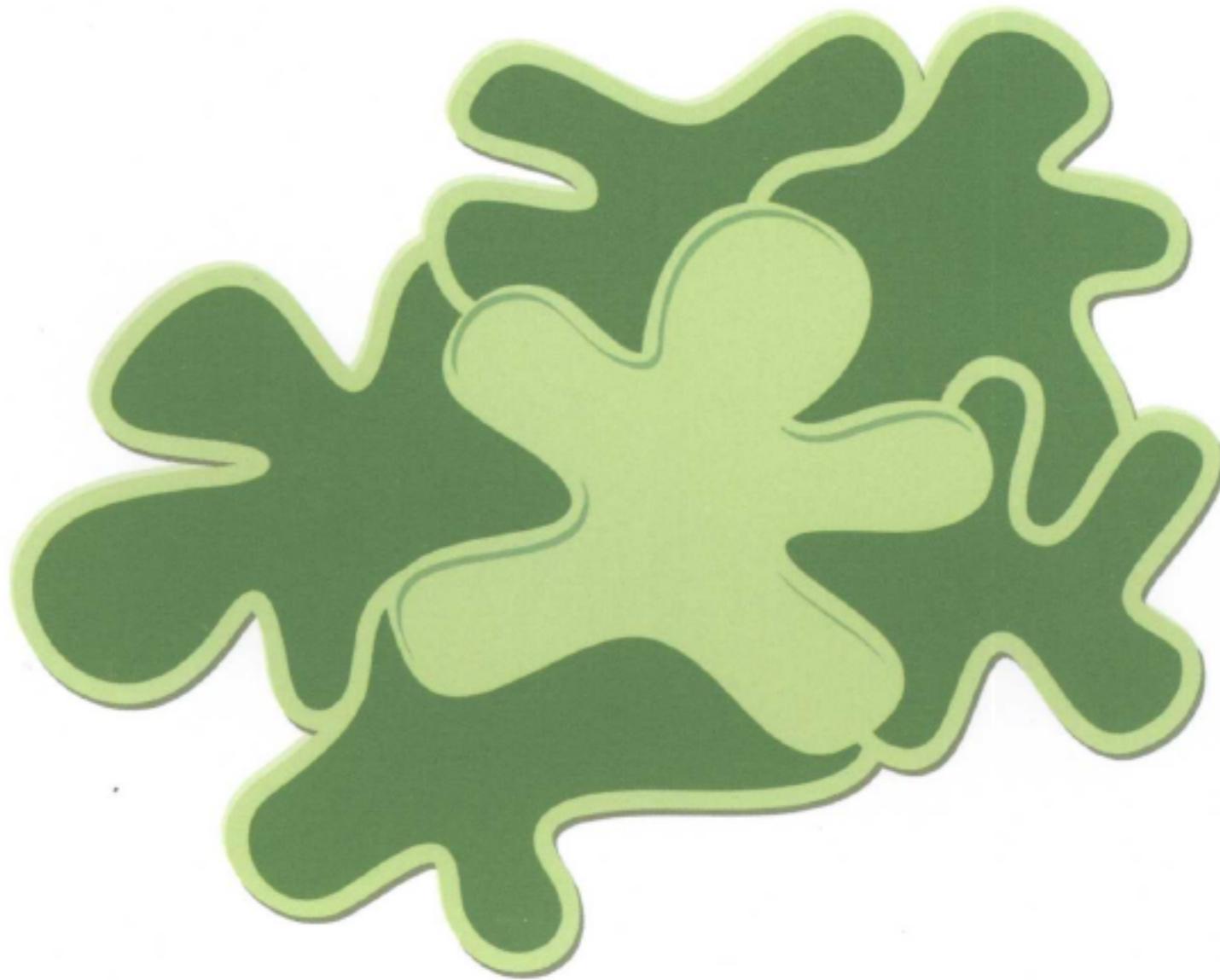


王后雄学案

教材完全解读

总策划：熊 辉



数学 八年级(下)

配沪科版

丛书主编：王后雄
本册主编：陈国庆



中国青年出版社



教材完全解读·初中课标本 丛书目录

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 七年级语文（人教版） | 八年级语文（人教版） | 九年级语文（人教版） |
| 七年级语文（苏教版） | 八年级语文（苏教版） | 九年级语文（苏教版） |
| 七年级语文（北师大版） | 八年级语文（北师大版） | 九年级语文（北师大版） |
| 七年级语文（语文版） | 八年级语文（语文版） | 九年级语文（语文版） |
| 七年级数学（人教版） | 八年级数学（人教版） | 九年级数学（人教版） |
| 七年级数学（北师大版） | 八年级数学（北师大版） | 九年级数学（北师大版） |
| 七年级数学（华东师大版） | 八年级数学（华东师大版） | 九年级数学（华东师大版） |
| 七年级数学（湘教版） | 八年级数学（湘教版） | 九年级数学（湘教版） |
| 七年级数学（浙教版） | 八年级数学（浙教版） | 九年级数学（浙教版） |
| 七年级数学（苏科版） | 八年级数学（苏科版） | 九年级数学（苏科版） |
| 七年级数学（沪科版） | 八年级数学（沪科版） | 九年级数学（沪科版） |
| 七年级英语（人教版） | 八年级英语（人教版） | 九年级英语（人教版） |
| 初中一年级英语（外研版） | 初中二年级英语（外研版） | 初中三年级英语（外研版） |
| 七年级英语（北师大版） | 八年级英语（北师大版） | 九年级英语（北师大版） |
| 七年级英语（冀教版） | 八年级英语（冀教版） | 九年级英语（冀教版） |
| 七年级英语（译林牛津版） | 八年级英语（译林牛津版） | 九年级英语（译林牛津版） |
| 七年级科学（武汉版） | 八年级物理（人教版） | 九年级物理（人教版） |
| 七年级科学（浙教版） | 八年级物理（北师大版） | 九年级物理（北师大版） |
| 七年级生物学（人教版） | 八年级物理（苏科版） | 九年级物理（苏科版） |
| 七年级思想品德（人教版） | 八年级物理（沪粤版） | 九年级物理（沪粤版） |
| 七年级中国历史（人教版） | 八年级科学（武汉版） | 九年级物理（沪科版） |
| 七年级地理（人教版） | 八年级科学（浙教版） | 九年级化学（人教版） |
| | 八年级生物学（人教版） | 九年级化学（沪教版） |
| | 八年级思想品德（人教版） | 九年级科学（武汉版） |
| | 八年级中国历史（人教版） | 九年级科学（浙教版） |
| | 八年级地理（人教版） | 九年级思想品德（人课版） |
| | | 九年级世界历史（人课版） |

ISBN 978-7-5006-8188-5

9 787500 681885 >

定价：19.30元

王后雄学案

教材完全解读

数学 八年级(下)

配沪科版

丛书主编：王后雄

本册主编：陈国庆

编委：刘昭华

刘丹松

叶雄

刘易林

杜

仁

杰

丹

强

强



中国青年出版社

(京)新登字083号

图书在版编目(CIP)数据

教材完全解读:沪科版·八年级数学·下/王后雄主编

—北京:中国青年出版社,2008

ISBN 978-7-5006-8188-5

I.教... II.王... III.数学课—初中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第059745号

策 划:熊 辉

责任编辑:李 扬

封面设计:蔚 蓝

教材完全解读

数学 八年级(下) 配沪科版

中国青年出版社 出版发行

社址:北京东四 12 条 21 号 邮政编码: 100708

网址: www.cyp.com.cn

编辑部电话: (010) 64034328

读者服务热线: (027) 61883306

武汉嘉捷印务有限公司印制 新华书店经销

889×1194 1/16 12 印张 320 千字

2009 年 1 月北京第 1 版 2009 年 1 月湖北第 1 次印刷

印数: 1—5000 册

定价: 19.30 元

本书如有任何印装质量问题,请与承印厂联系调换

联系电话: (027) 61883355

教材完全解读

本书特点

基础教育新课标改革已如火如荼地展开，新课程教材助学助考的开发问题已成为人们关注的焦点。应广大读者的要求，我们特邀来自国家新课程改革试验区和国家级培训班的专家编写课标版《教材完全解读》丛书。该系列丛书能帮助学生掌握新的课程标准，让学生能够按照课程理念和教材学习目标要求科学、高效地学习。该书以“透析全解、双栏对照、服务学生”为宗旨，助您走向成功。

这套丛书在整体设计上有两个突出的特点：一是双栏对照，对教材全解全析，在学科层次上力求讲深、讲透、讲出特色；另一个就是注重典型案例学习，突出鲜活、典型和示范的特点。

为了让您更充分地理解本书的特点，挑战学习的极限，请您在选购和使用本书时，先阅读本书的使用方法图示。

3层完全解读

从知识、方法、思维三个方面诠释教材知识点和方法点，帮您形成答题要点、解题思维，理清解题思路、揭示考点实质和内涵。

整体训练方法

针对本节重点、难点、考点及考试能力达标所设计的题目。题目难度适中，是形成能力、考试取得高分的必经阶梯。

对每道题目标明能力层级，用A、B、C表示试题的难度系数，它们依次代表基础题、中难题、难题。

解题错因导引

“点击考点”栏目导引每一道试题的“测试要点”。当您解题出错时，建议您通过“测试要点”的指向，弄清致错原因，形成正确答案。

1 物质的变化和性质

学习目标·考纲解读

(1)物理变化、化学变化(C.理解);(2)物理性质、化学性质(A.知道);(3)物质变化过程中伴随能量变化(A.知道);(4)运用上述概念解释自然、生活中的一些现象(C.运用)。

1 知识·能力聚焦

3.物理变化和化学变化

(1)物理变化：物质发生变化时没有生成新物质，这种变化叫做物理变化。如：水蒸发、粗盐研碎、蜡烛熔化等。

(2)化学变化：物质发生变化时生成新物质，这种变化叫化学变化，又叫化学反应。如：石灰石与盐酸反应生成二氧化碳、二氧化硫与澄清石灰水反应生成碳酸钙沉淀。还有铁生锈、蜡烛燃烧、食物腐败、大药爆炸等都是化学变化。

【考题1】(2007·鄂州市)下列变化中，不属于化学变化的是()。

A.蜡烛燃烧 B.铜绿生锈

C.冰雪融化 D.食物腐烂

【解析】是否发生化学变化的准确判断是是否“生成新物质”，A、B、D项中所描述物质的变化都生成了新物质，而冰雪融化只是形态变化，没有生成新物质。

【答案】C

【考题4】(2007·南京市中考题)选择“物理变化”“化学变化”“物理性质”和“化学性质”中的合适答案填在相应的空格里。

(1)在常温时空气是无色无气味的气体_____。

(2)酒精受热变成了酒精蒸气_____。

【解析】(1)描述的是空气的颜色、状态、气味，属于物理性质；(2)酒精由液体变成了气体，状态发生了改变，但无新的物质生成，是物理变化。

【答案】(1)物理性质 (2)物理变化

【考题6】(2007·山东济宁)下列成语所描述的变化与对称变化的判断，不符合的是()。

A.沙里淘金——物理变化

B.滴水穿石——物理变化

C.百炼成钢——化学变化

D.火树银花——化学变化

【解析】水滴在石头上，长年累月，石头上形成了流水坑，流水坑的形成不是简单的物理变化，而是发生了复杂的物理化学变化，故选项目D不符合。

【答案】D

2 方法·技巧平台

3.物质与溶液的变质和性质方面的

(1)化学变化和物理变化的本质区别是有无新的物质生成。因此判断和识别化学变化和物理变化的关键是认真分析变化后有无新的物质生成。

(2)物质性质的识别，关键是看物质的性质是不是只有通过化学变化才能表现出来。如果是，就是化学性质；反之，则不是化学性质，而是物理性质。

(3)鉴别物质的性质和变化
物质的性质和变化是两个不同的概念。性质是物质的固有属性，而变化是一个过程，是性质的具体表现。

【考题5】(2007·山西中考题)下列关于物质性质和变化的叙述，错误的是()。

A.沙里淘金——物理变化

B.滴水穿石——物理变化

C.百炼成钢——化学变化

D.火树银花——化学变化

【解析】水滴在石头上，长年累月，石头上形成了流水坑，流水坑的形成不是简单的物理变化，而是发生了复杂的物理化学变化，故选项目B不符合。

【答案】B

3 创新·思维拓展

5.文学艺术作品中物理变化和化学变化的描述

有许多诗词和成语描述了物质的物理变化和化学变化，品味这些艺术作品对变化的性质作出判断。如：立竿见影、刻舟求剑、百炼成钢、量体裁衣……

4 能力·题型设计

【A】下列工艺制作过程中包含了化学变化的是()。

- A.红纸剪成窗花
- B.黏土烧制成瓷器
- C.冰块制或冰雕
- D.木板制或模型飞机

【B】古诗词是古人留给我们的宝贵精神财富。

点击考点

【解题要点】

【易错警示】

【思维拓展】

下列诗词中不涉及化学变化的是()。

- A.好雨知时节，当春乃发生
- B.爆竹声中一岁除，春风送暖入屠苏
- C.千锤万凿出深山，烈火焚烧若等闲
- D.春蚕到死丝方尽，蜡炬成灰泪始干

教辅大师王后雄教授、特级教师科学超前的体例设置，帮您赢得了学习起点，成就您人生的夙愿。

——题记

第1单元 走进化学世界 3

单元知识梳理与能力整合

归纳·总结整理

本单元知识结构

化学的研究对象是物质的组成、结构、性质——物理性质和化学性质；变化规律——物理变化、化学变化。

方法·能力整合

实验基本操作技能整合：试管的振荡、试管的振荡。

最新3年中考名题诠释

中考题型认证

化学实验是汲取化学知识和学习科学探究的方法和手段，这是本单元的核心观点。中考的主要命题点为：(1)仪器运用；(2)实验基本操作规则和方法(见1题)。

3. [2006·厦门] 在点燃蜡烛时，小红发现有一根烛芯沾有食盐的蜡烛比普通蜡烛燃烧的时间长一些。请你与小红一起探究，并回答相关问题。

[提出问题] 盐是否能延长蜡烛的燃烧时间？

[实验探究]

实验名称：探究不同量的食盐对蜡烛燃烧时间的影响。

[解题] 点燃蜡烛是同学们生活中常见的事，但怎样延长蜡烛的燃烧时间是同学们想过去没有探究过的问题。此题提出了一个在生产生活中很有价值的问题。

[答案] 实验结论：①食盐可以延长蜡烛燃烧时间。②加食盐并得越多越好。从本次实验来看，加入0.7g时效果最好。

知识与能力同步测控题

(测试时间:90分钟 测试满分:100分)

一、我会选择(每小题2分,共32分)

1. 化学是一门自然科学,学习化学的一个重要方法是()。
A. 计算 B. 测量 C. 实验 D. 推理

2. 下列仪器中,能用酒精灯火焰直接加热的有()。

3. [2006·厦门] 在点燃蜡烛时，小红发现有一根烛芯沾有食盐的蜡烛比普通蜡烛燃烧的时间长一些。请你与小红一起探究，并回答相关问题。

[提出问题] 盐是否能延长蜡烛的燃烧时间？

[实验探究]

实验名称：探究不同量的食盐对蜡烛燃烧时间的影响。

[解题] 点燃蜡烛是同学们生活中常见的事，但怎样延长蜡烛的燃烧时间是同学们想过去没有探究过的问题。此题提出了一个在生产生活中很有价值的问题。

[答案] 实验结论：①食盐可以延长蜡烛燃烧时间。②加食盐并得越多越好。从本次实验来看，加入0.7g时效果最好。

答案与提示

第1单元 走进化学世界

1. 物质的变化和性质

1.B (黏土烧制成熟器皿是化学变化。)
2.A 3.B
4.C (猛烈燃烧是化学变化,其他是物理变化。)

5.B (颜色相同,其他性质不好检验。)
6. 对高温、不易氧化、能导电
7. 白色 固体 黑色 固体 白色木材变成黑色的炭
8. 煤然燃烧用于取暖 增强燃烧发光用于照明(其他合理答案也可)

单元知识整合

单元知识与方法网络化，帮助您将本单元所学教材内容系统化，形成对考点知识二次提炼与升华，全面提高学习效率。

最新3年中考名题诠释

汇集中考名题，讲解细致入微，教纲、考纲，双向例释；练习、考试，讲解透彻；多学、精练，效果显著。

考试高分保障

精心选编涵盖本章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明，与同步考试接轨，利于您同步自我测评，查缺补漏。

点拨解题思路

试题皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。不但知其然，且知其所以然，帮助您养成良好规范的答题习惯。

X导航丛书系列最新教辅

讲 《中考完全解读》 复习讲解—紧扼中考的脉搏

练 《中考完全学案》 难点突破—挑战思维的极限



《中考完全学案》



讲 《高考完全解读》 精湛解析—把握高考的方向

练 《高考完全学案》 阶段测试—进入实战的演练

讲 《教材完全解读》 细致讲解—汲取教材的精髓

例 《课标导航基础知识手册》透析题型—掌握知识的法宝

练 《教材完全学案》 夯实基础—奠定能力的基石



伴随着新的课程标准问世及新版教材的推广，经过多年的锤炼与优化，数次的修订与改版，如今的“X导航”丛书系列以精益求精的质量、独具匠心的创意，已成为备受广大读者青睐的品牌图书。今天，我们已形成了高效、实用的同步练习与应试复习丛书体系，如果您能结合自身的实际情况配套使用，一定能取得立竿见影的效果。

三

录

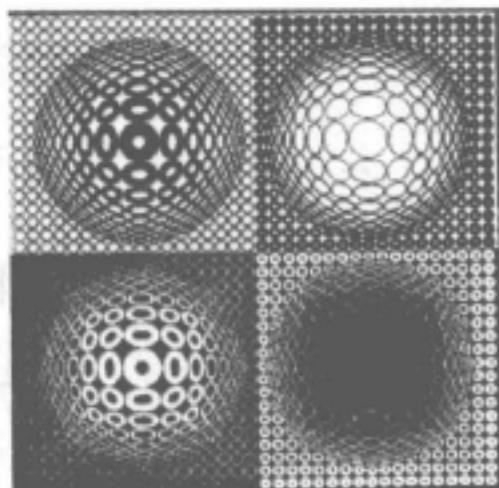
编者寄语 ······ 1

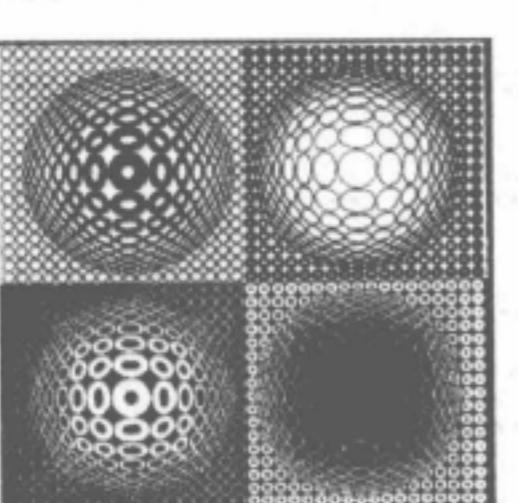
第17章 勾股定理

17.1 勾股定理.....	3
17.2 勾股定理的逆定理.....	7
单元知识梳理与能力整合.....	13
最新3年中考名题诠解.....	15
知识与能力同步测控题.....	17



第18章 二次根式





18.1 二次根式.....	20
18.2 二次根式的运算.....	26
18.2.1 二次根式的乘除.....	26
18.2.2 二次根式的加减.....	33
单元知识梳理与能力整合.....	43
最新3年中考名题诠解.....	45
知识与能力同步测控题.....	47

第19章 一元二次方程

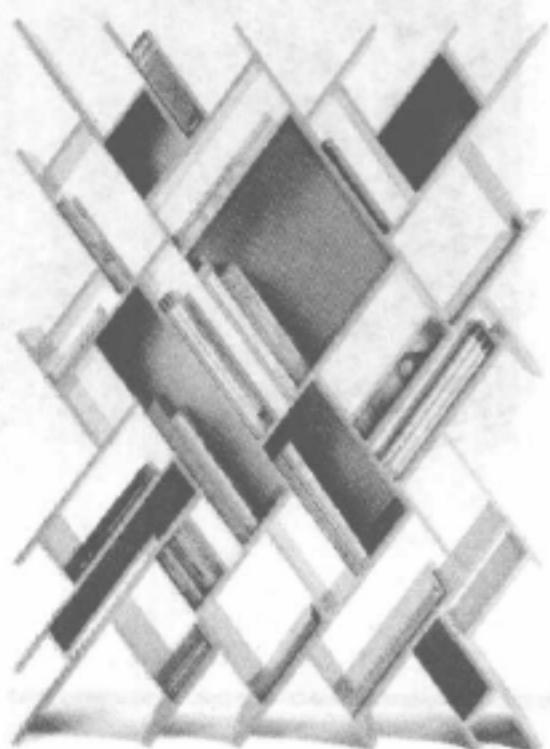
19.1	一元二次方程	50
19.2	一元二次方程的解法	55
19.3	一元二次方程的根的判别式	63
19.4	一元二次方程的根与系数的关系	67
19.5	一元二次方程的应用	71
	单元知识梳理与能力整合	83



目 录

最新3年中考名题诠解.....	86
知识与能力同步测控题.....	88

第20章 四边形



20.1 多边形内角和.....	90
20.2 平行四边形.....	96
20.3 矩形 菱形 正方形（一）.....	110
20.3.1 矩形 菱形.....	110
20.3.2 正方形.....	118
20.4 中心对称图形.....	126
20.5 梯 形.....	130
单元知识梳理与能力整合.....	140
最新3年中考名题诠解.....	144
知识与能力同步测控题.....	147

第21章 数据的集中趋势和离散程度

21.1 数据的集中趋势.....	150
21.2 数据的离散程度.....	154
21.3 用样本估计总体.....	158
单元知识梳理与能力整合.....	161
最新3年中考名题诠解.....	163
知识与能力同步测控题.....	165



期末测试卷.....	168
------------	-----

答案与提示.....	170
------------	-----

知识与方法

阅读索引

第17章 勾股定理

17.1 勾股定理	
1. 勾股定理	3
2. 勾股定理的应用	3
3. 利用勾股定理作长为 \sqrt{n} (n为大于1的整数)的线段	4
4. 本节常用方法	4
5. 本节易错点	4
6. 本节综合应用题	5
17.2 勾股定理的逆定理	
1. 勾股定理的逆定理	7
2. 勾股数	7
3. 两点之间的距离公式	8
4. 本节常用方法	8
5. 本节易错点	8

第18章 二次根式

18.1 二次根式	
1. 二次根式的定义	20
2. 二次根式有意义的条件	20
3. 二次根式的性质	21
4. 解题技法	21
5. $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 的异同	22
6. 本节易错点	22
7. 主要考查二次根式的双重非负性, 根式与绝对值的意义, 三角形三边关系的综合应用	23
18.2 二次根式的运算	
18.2.1 二次根式的乘除	26
1. 二次根式的乘法	26
2. 二次根式的乘法公式的逆用	27
3. 二次根式的除法	27
4. 二次根式的除法公式的逆用	27
5. 最简二次根式	28
6. 二次根式的大小比较	28
7. 分母有理化	29
8. 把根号外的因式移入根号内	30
9. 本节易错点	30
18.2.2 二次根式的加减	33
1. 同类二次根式的概念	33
2. 合并同类二次根式	33
3. 二次根式的加减	34
4. 二次根式的混合运算	34
5. 二次根式运算中的常用技巧	35
6. 用二次根式来表示无理数的小数部分	36
7. 二次根式的应用	37
8. 本节易错点	38

第19章 一元二次方程

19.1 一元二次方程	
1. 一元二次方程的概念	50
2. 一元二次方程的一般形式	50
3. 一元二次方程的解	51
4. 一元二次方程的本质特征	51
5. 一元二次方程的一般形式	52
6. 一元二次方程根(解)的意义	52
7. 应用一元二次方程的定义, 求字母的值	52
8. 一元二次方程的解的应用	52
9. 本节易错点	53
19.2 一元二次方程的解法	
1. 利用直接开平方法解一元二次方程	55
2. 利用配方法来解一元二次方程	55
3. 利用公式法解一元二次方程	56
4. 利用因式分解法解一元二次方程	57
5. 一元二次方程的解法适合的各类型方程	57
6. 解有关绝对值的方程	58
7. 解字母系数的一元二次方程	58
8. 用十字相乘法解一元二次方程	59
9. 本节易错点	59
19.3 一元二次方程的根的判别式	
1. 一元二次方程根的判别式	63
2. 一元二次方程根的判别式的应用	63
3. 一元二次方程的根的判别式将解方程、不等式、解方程组等联系起来, 解答时, 注意各知识点之间的联系与区别, 不要将知识点混淆	64
4. 利用根的判别式解题	64
5. 利用根的判别式证明三角形的类型	65
6. 本节易错点	65
19.4 一元二次方程的根与系数的关系	
1. 一元二次方程根与系数的关系(韦达定理)	67
2. 韦达定理的逆定理	67
3. 韦达定理的两个重要推论	68
4. 韦达定理常与三角形、根的判别式等相结合, 解答时既要考虑韦达定理的内容, 也要考虑方程根的定义及根的判别式等	68
5. 由方程中根的符号确定方程中字母系数的取值范围	69
6. 由方程两根的关系, 求方程中系数的值	69
7. 本节易错点	69
19.5 一元二次方程的应用	
1. 列一元二次方程解应用题的步骤	71
2. 数字问题	71
3. 平均变化率问题	72
4. 利润方面的问题	72

5. 与图形有关的问题	72
6. 行程问题	73
7. 列一元二次方程的分析方法	74
8. 常见应用题题型	74
9. 一元二次方程的综合应用	75
10. 本节易错点	77

第20章 四边形

20.1 多边形内角和	
1. 多边形及凸多边形的定义	90
2. 多边形的内角和定理	91
3. 多边形的外角和定理	91
4. 正多边形	92
5. 四边形的不稳定性	93
6. 利用多边形内角和公式或外角和求多边形的角度或边	93
7. 综合思维	94
8. 本节易错点	94
20.2 平行四边形	
1. 平行四边形的概念	96
2. 平行四边形的性质	96
3. 中心对称图形	98
4. 平行四边形的面积	98
5. 平行四边形的判定	99
6. 三角形中位线定理	100
7. 平行四边形的判定方法总结	101
8. 平行四边形相关的辅助线的作法	102
9. 平行四边形性质与判定的综合应用	103
10. 本节易错点	105
20.3 矩形 菱形 正方形(一)	
20.3.1 矩形 菱形	110
1. 矩形的定义	110
2. 矩形的性质	110
3. 矩形的识别方法	111
4. 矩形性质的推论	112
5. 菱形的定义	112
6. 菱形的性质	112
7. 菱形的判定与菱形的面积	112
8. 有关矩形的折叠问题	113
9. 关于菱形有关的计算问题	114
10. 探索与创新题	115
11. 易错与疑难题	115
12. 中考命题动态研究	115
20.3.2 正方形	118
1. 正方形的定义	118
2. 正方形的性质	118

3. 正方形的判定方法	119
4. 正方形与平行四边形、矩形、菱形之间的关系	120
5. 特殊平行四边形性质总结	120
6. 特殊平行四边形判定总结	121
7. 与特殊平行四边形相关的辅助线	121
8. 综合思维	121
9. 本节易错点	122

20.4 中心对称图形

1. 中心对称的概念	126
2. 中心对称图形的概念	126
3. 中心对称图形的性质	126
4. 成中心对称的两个图形的识别	126
5. 中心对称与中心对称图形的区别	127
6. 综合应用题	127
7. 易错与疑难题	128

20.5 梯 形

1. 梯形及特殊梯形	130
2. 等腰梯形的性质	131
3. 等腰梯形的判定	131
4. 梯形的中位线	132
5. 解决梯形问题常用辅助线的作法	132
6. 综合思维	133
7. 本节易错点	134

第21章 数据的集中趋势和离散程度

21.1 数据的集中趋势

1. 平均数的定义	150
2. 加权平均数	150
3. 算术平均数和加权平均数的比较	151
4. 中位数	151
5. 众数	151
6. 平均数、中位数和众数的区别与联系	151
7. 易错与疑难题	152
8. 中考命题动态研究	152

21.2 数据的离散程度

1. 极差	154
2. 方差	154
3. 标准差	154
4. 用计算器求标准差和方差	155
5. 求方差的方法	155
6. 探索与创新题	155
7. 易错与疑难题	156
8. 中考命题动态研究	156

21.3 用样本估计总体

1. 用样本推断总体	158
2. 用样本估计总体的应用	158
3. 易错与疑难题	159

编者寄语

——八年级沪科数学亮点展示

亲爱的同学们：

新的学期又开始了，当你翻开这本内容丰富，有趣实用的《教材完全解读》，我们衷心地欢迎你进入一个新的学习阶段。

《教材完全解读》自出版以来，就深受广大师生的好评，一直畅销全国。今年在保持总体风格不变的前提下，对图书品质进行了精心的打造和全面的提升，使其真正达到更新、更准、更实用。修订之后的数学学科具有七大亮点——

亮点①核心知识条理化。

将每章的知识内容系统整理，以简单、清晰、直观的形式设计，帮助您整体把握本章知识。

亮点②完全与教材同步，解读层层深入。

完全与教材同步，以每个知识点为讲解元素，突破重点，化解难点，诠释疑点，核心解读，精、准、全、透。

亮点③例题归类精准详尽，规律方法及时总结。

结合考点，按基本概念、基础应用、综合应用、探索创新、易错疑难五个角度准确归类，紧扣教材解读典型例题，透彻地分析解题思路，适时总结规律方法，提高解题思维、运用能力，培养创新意识和实践能力。

亮点④关注中考动向，培养应试能力。

本着“中考能力培养在平时”的理念，让你在平时的学习中接触中考、体验中考，在平时的学习中形成应试能力。

亮点⑤知识全面整合，点线横纵贯穿。

以知识网络的形式呈现本节知识点，将孤立的知识点连成线，引导学生将所学知识系统化。整理本节知识要点，总结归纳思想方法、易错疑难，形成对本节知识的二次提炼和升华。

亮点⑥教材习题解答全面。

与课本同步，跟教学配合、讲析结合、详略得当，注重综合题、疑难题解题思路的点拨，具有很强的针对性、实用性。

亮点⑦双色印刷，重点突出，层次分明。

本书修订时，内外兼修。不仅内容丰富实用，还采用了双色印刷的形式，使重点更加突出。版式设计上也引入了最新设计理念和设计元素，更加注重版面的活泼性与多样性，消除您的阅读疲劳。

总之，八年级的数学学习既是七年级的补充，延伸与拓展，又是九年级的基础与前奏，在整个初中三年的学习及中考中占据着十分重要的地位。

当然，如果你的数学学习本就十分轻松，成绩优异。我衷心地祝福你，也希望我们的《教材完全解读》能帮助你提到提高与完善。

最后，祝愿每一位莘莘学子都能在八年级的数学中取得优异的成绩，能领略数学的魅力和作用，并享受学习数学的乐趣。

陈国庆·黄冈

2008.11.11

第17章 勾股定理

课标单元知识

◆ 1.教材知识解读 ◆

本章共分两节。第一节,让学生通过观察计算一些以直角三角形两直角边为边长的小正方形的面积与以斜边为边长的正方形的面积的关系,发现以两直角边为边长的小正方形的面积的和,等于以斜边为边长的正方形的面积,从而发现勾股定理,并通过图形推理证明定理,然后应用定理解决一些简单问题。第二节,通过让学生画出一些两边的平方和等于第三边的平方的三角形,发现画出的三角形都是直角三角形,从而猜想一般结论,并在实践应用中体会勾股定理的价值。

◆ 2.考试说明要求 ◆

- (1)经历勾股定理及直角三角形判别条件(勾股定理及其逆定理)的探索过程,了解勾股定理的条件、探索方法及其内在联系,进一步发展学生的推理能力。
- (2)掌握勾股定理及其逆定理,并能利用它们解决简单的问题。
- (3)通过实例了解勾股定理的历史与应用,体会勾股定理的文化价值。

◆ 3.学习方法导航 ◆

重点是勾股定理及其逆定理的运用。

难点是勾股定理的逆定理的证明。

(1)勾股定理的应用.

①根据勾股定理,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,则 $a^2 + b^2 = c^2$.在此关系中涉及三个量,利用方程的思想,可“知二求一”。

②若题中未涉及直角三角形,但出现了平方和的形式,一般需要构造直角三角形,运用勾股定理的知识来解决。

(2)熟记几组勾股数,有助于更好、更快地解题,一看这些勾股数,马上联想到直角三角形。

(3)在对实际问题解决的过程中,首先要将其转化成数学问题,提炼数学元素,并画出图形,然后根据图形的数量关系,将“数”和“形”结合起来,这样会使解题思路更清晰。

中考命题趋向

本章知识是近年各地中考的常见考点,题型多样,在填空题、选择题、解答题中均有出现。随着课标改革的不断深入,一些探索性问题、分类讨论题以及与工农业生产和生活实际紧密联系的应用题已成为中考命题的热点,因此应重视总结这类题的解题思路及解题技巧,达到灵活运用的目的。

17.1 勾股定理

学习目标·考纲解读

1. 通过观察、讨论、归纳、探究勾股定理,会用各种方法验证勾股定理(A. 知道); 2. 理解并掌握勾股定理(B. 掌握);
3. 熟练运用勾股定理解决实际问题,提高解决实际问题的能力(C. 理解;应用).

1 知识·能力聚焦

1. 勾股定理

直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方.

即如果直角三角形的两直角边长分别为 a, b , 斜边长为 c , 那么 $a^2 + b^2 = c^2$.

提示:(1) 勾股定理应用的前提是这个三角形必须是直角三角形,解题时,只有是直角三角形,才能利用它求第三边.

(2) 在式子 $a^2 + b^2 = c^2$ 中, a, b 代表直角三角形的两条直角边, c 代表斜边,它们之间的关系不能弄错.

(3) 勾股定理把“形”与“数”有机结合起来,即把直角三角形这一“形”与三边关系这一“数”结合起来,是数形结合思想方法的典范.

[例] 已知直角三角形的两条直角边长分别为 6 和 8, 求斜边长.

[解析] 可利用勾股定理直接求解.

[答案] 设斜边长为 x , 由勾股定理, 得 $x^2 = 6^2 + 8^2$, $\therefore x^2 = 100$.

由于 $x > 0$, 可得 $x = 10$, 所以斜边长为 10.

[点拨] 三角形的边长应取正值.

2. 勾股定理的应用

勾股定理是直角三角形的一个重要性质, 它把三角形有一个直角的“形”的特点, 转化为三边“数”的关系, 因此它是数形结合的一个典范. 利用勾股定理, 可以解决直角三角形的有关计算和证明问题, 可以解决生产生活中的一些实际问题. 在解决问题的过程中, 往往利用勾股定理列方程(组), 在有些问题中, 必须构造直角三角形, 如化非直角三角形为直角三角形, 或将实际问题转化成直角三角形模型来解决问题.

[例] 隔湖有 A、B 两点, 从与 BA 方向成直角的 BC 方向上取一个点 C, 测得 $CA = 50\text{m}$, $CB = 40\text{m}$. 试求 A、B 两点间的距离.

[解析] 由题意可知 $\triangle ABC$ 是直角三角形, $CA = 50, CB = 40$, 可以算出 $AB = 30$.



名师诠释

[考题 1] (2006·山东) 2002 年 8 月在北京召开的国际数学家大会会标如图 17-1-2 所示, 它是由四个相同的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形. 若大正方形的面积是 13, 小正方形的面积是 1, 直角三角形的较长直角边为 a , 较短直角边为 b , 则 $a^3 + b^4$ 的值为().

- A. 35 B. 43 C. 89 D. 97

[解析] 由已知可得 $\begin{cases} a - b = 1, \\ a > b > 0, \end{cases}$

由 $a - b = 1$ 可得 $a^2 + b^2 - 2ab = 1$, $\therefore 2ab = 13 - 1 = 12$.

$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 25$, $\therefore a > b > 0$, $\therefore a+b=5$. 又 $a-b=1$, 解得 $a=3, b=2$. $\therefore a^3 + b^4 = 3^3 + 2^4 = 43$.

- [答案]** B

[点拨] 考查了数形结合思想, 由开方到数的转化过程, 又考查了灵活应用乘法公式.

[考题 2] 如图 17-1-3 所示, 所有的四边形都是正方形, 所有的三角形都是直角三角形, 其中最大的正方形的边长为 7cm, 则正方形 A, B, C, D 的面积和是_____ cm^2 .

[解析] 把面积问题转化为正方形边长的问题, 由勾股定理可推导出正方形 A, B 面积的和为正方形 E 的面积, 正方形 C, D 面积的和为正方形 F 的面积, 正方形 E, F 面积的和为最大正方形的面积, 所以正方形 A, B, C, D 的面积和就是边长为 7cm 的正方形的面积, 即 49cm^2 . 故填 49.

- [答案]** 49

[点拨] 此问题是勾股定理的多次运用, 正确把握图形规律是解决问题的关键所在.

[考题 3] 如图 17-1-4 所示, 梯子 AB 靠在墙上, 梯子的底端 A 到 O 的距离为 2 米, 梯子的顶端 B 到地面的距离为 7 米, 现将梯子的底端 A 向外移到 A', 使梯子的底端 A' 到 O 的距离等于 3 米, 同时梯子的顶端 B 下降至 B', 那么 BB':①等于 1 米;

- ②大于 1 米; ③小于 1 米. 其中正确结论的序号是_____.

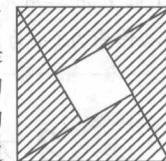


图 17-1-2

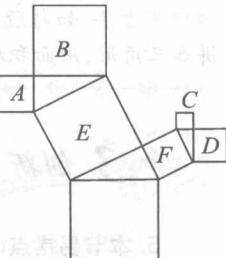


图 17-1-3

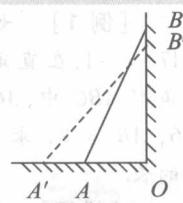


图 17-1-4

[答案] ∵ BA 方向与 BC 方向成直角,

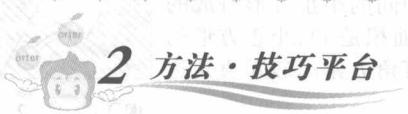
$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\text{又 } CA = 50, CB = 40,$$

∴ 在 Rt△ABC 中, $AB = \sqrt{50^2 - 40^2} = 30$. 即 A、B 两点间的距离是 30m.

3. 利用勾股定理作长为 \sqrt{n} (n 为大于 1 的整数) 的线段

实数与数轴上的点是一一对应的, 有理数在数轴上较易找到与它对应的点. 若想在数轴上直接标出无理数对应的点较难. 因此, 我们可借助于勾股定理, 作直角边长为 1 的等腰直角三角形, 它的斜边长等于 $\sqrt{2}$, 作直角边为 $\sqrt{2}$ 、1 的直角三角形斜边长为 $\sqrt{3}$, 类似地可以作出 \sqrt{n} (n 为大于 1 的整数).



2 方法·技巧平台

4. 本节常用方法

(1) 勾股定理表示了直角三角形三边之间的数量关系, 如果知道了直角三角形任意两边的长度, 应用勾股定理就可以计算出第三边的长度.

(2) 用勾股定理计算线段的长度, 是勾股定理的一个重要应用, 在没有现成的直角三角形时, 要善于构造直角三角形.

(3) 面积证题法是本节的主要数学思想方法, 如勾股定理的证明、通过拼凑三角形, 用面积相等解决.



5. 本节易错点

(1) 没有把握好勾股定理的适用范围, 它只适用于直角三角形, 而不适用于钝角三角形和锐角三角形.

(2) 没有弄清待求的直角三角形的第三边是斜边还是直角边.

[例 1] 如图 17-1-1, 在直角三角形 ABC 中, $AC = 6$, $AB = 8$, 求 BC 的长.

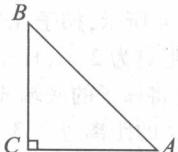


图 17-1-1

[错解] 在 Rt△ABC 中, 利用勾股定理

[解析] 由勾股定理得 $AB^2 = OA^2 + OB^2 = 2^2 + 7^2 = 53$, $A'B'^2 = AB^2 = 53$. 在 Rt△A'B'O 中, $A'B'^2 - OA'^2 = 53 - 3^2 = 44$, $\therefore 36 < OB'^2 < 49$, 即 $6 < OB' < 7$. $BB' = OB - OB' < 1$, 答案是 $BB' < 1$. 故填③.

[答案] ③

[点拨] 要正确应用勾股定理解题, 不要误认为必有 $AA' = BB'$, 要注意思考问题的缜密性.

[考题 4] (2006·福建) 如图 17-1-5 所示, 每个小正方形边长为 1, 连结小正方形的三个顶点可得 $\triangle ABC$, 则 AC 边上的高是().

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3}{10}\sqrt{5}$ C. $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ D. $\frac{4}{5}\sqrt{5}$

[解析] 由勾股定理可求得 $\triangle ABC$ 三边的长度, 即 $BC = \sqrt{2}$, $AC = AB = \sqrt{5}$, $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 作底边上的高

AD , 腰上的高 BE , 则 $BD = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 由勾股定理可求 $AD =$

$$\sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{5 - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2}AC \cdot BE, \text{因此}$$

$$BE = \frac{BC \cdot AD}{AC} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}. \text{故选 C.}$$

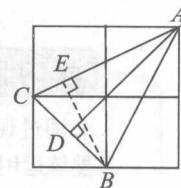


图 17-1-5

[答案] C

[点拨] 此问题是用等积法解题, 要注意勾股定理的灵活运用.

[考题 5] 求作长为 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ 的线段.

[答案] 作法:(1) 如图 17-1-6 作直角边长为 1(单位长度) 的等腰直角三角形 ABC.

(2) 以斜边 AB 为一直角边, 作另一直角边长为 1 的直角三角形 ABB_1 .

(3) 顺次这样作下去, 最后作到直角三角形 AB_2B_3 , 这时斜边 AB, AB_1, AB_2, AB_3 的长度就是 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}$, 即 AB, AB_1, AB_3 为所求线段.

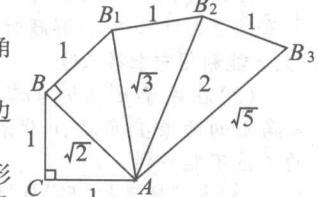


图 17-1-6

[点拨] 运用勾股定理可证明 $AB = \sqrt{2}, AB_1 = \sqrt{3}, AB_2 = \sqrt{4} = 2, AB_3 = \sqrt{5}$.

[考题 6] 如图 17-1-7 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AB = AC, P$ 为 BC 上一点. 求证: $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.

[解析] 过 A 作 $AD \perp BC$, 由于 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\therefore AD = \frac{1}{2}BC, PA^2 = AD^2 + PD^2$ ①, $AD = \frac{1}{2}BC$,

且 $BP - PD = PD + PC, \therefore PD = \frac{BP - PC}{2}$, 把 $AD = \frac{1}{2}BC$,

$PD = \frac{BP - PC}{2}$ 代入①式化简.

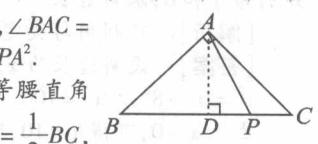


图 17-1-7

[证明] 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D, 在 $Rt\triangle ADP$ 中, $PA^2 = AD^2 + PD^2$,

$\because AB = AC, \angle BAC = 90^\circ$,

\therefore 所以 AD 垂直平分 BC , 且 $AD = BD = DC = \frac{1}{2}BC$.

又 $BP - PD = PD + PC, \therefore PD = \frac{BP - PC}{2}$,

$$\therefore PA^2 = AD^2 + PD^2 = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BP - PC}{2}\right)^2 = \left(\frac{BP + PC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BP - PC}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}(PB^2 + PC^2).$$

$$\therefore PB^2 + PC^2 = 2PA^2.$$

[点拨] 为了将 PA^2 转化, 特意过 A 作 $AD \perp BC$ 于 D, 构造出了直角三角形, 使问题得证.

$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 6^2 + 8^2 = 100$,
 $\therefore BC = 10$.

[解析] 没有区分待求的 BC 是直角三角形的斜边还是直角边,只是模糊记住勾股定理的公式,而忽略了具体问题具体分析. 要求 BC ,要进一步核实, BC 是直角三角形 ABC 的直角边,所以利用勾股定理的变形公式 $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 8^2 - 6^2 = 28$.

[正解] 在 $Rt\triangle ABC$ 中,利用勾股定理,
 $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 8^2 - 6^2 = 28$,
 $\therefore BC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$.

[例2] 已知直角三角形的两边长分别为3和4,则以第三边长为边长的正方形面积是_____.

[错解] 25

[解析] 漏解,已知两边长并没有指明4是斜边还是直角边. 因此必须分类讨论.

[正解] 当4为直角边时,第三边为5,正方形面积为25;当4为斜边时,第三边为 $\sqrt{7}$,正方形面积为7.

6. 本节综合应用题

(1)用代数方法解决几何问题(即方程与勾股定理的综合运用).

(2)构造直角三角形,应用勾股定理.

[考题7] (2006·安徽)如图17-1-8所示,直线l过正方形ABCD的顶点B,点A,C到直线l的距离分别是1和2,则正方形的边长是

[解析] ∵四边形ABCD为正方形,∴AB=BC,∠ABC=90°,∴∠1+∠2=90°. ∵AE⊥BE,CF⊥BF,∴∠AEB=∠BFC=90°,∠EAB+∠1=90°,∠2+∠BCF=90°,
 $\therefore \angle 1=\angle BCF, \angle 2=\angle EAB, \therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF. \therefore BE=CF=2$,
 $\therefore AE=1$,

$$\therefore AB=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}.$$

[答案] $\sqrt{5}$

[点拨] 本题考查了正方形的性质、三角形全等的判定定理和勾股定理的应用.

[考题8] 已知直角三角形斜边长为2,周长为 $2+\sqrt{6}$,求此三角形的面积.

[解析] 因为直角三角形的周长为 $2+\sqrt{6}$,斜边为2,所以两直角边的和为 $\sqrt{6}$,由勾股定理可求面积.

[答案] 设这个直角三角形的两直角边长分别为a、b,则

$$\begin{cases} a+b+2=2+\sqrt{6}, \\ a^2+b^2=2^2, \end{cases} \text{即} \begin{cases} a+b=\sqrt{6}, \\ a^2+b^2=4. \end{cases} \quad \text{①} \quad \text{②}$$

将①两边平方,得 $a^2+2ab+b^2=6$, ③

$$\text{③}-\text{②}, \text{得 } 2ab=2, \text{所以 } \frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}.$$

因此这个直角三角形的面积为 $\frac{1}{2}$.

[点拨] 此题通过设间接未知数a、b,通过变形直接得出了 $\frac{1}{2}ab$ 的值,而不需要求a和b的值.



4 能力·题型设计

1A 已知一直角三角形的木板,三边的平方和为1800,则斜边长为().

- A. 80 B. 30 C. 90 D. 120

2A 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=15$, $AC=13$, 高 $AD=12$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为().

- A. 42 B. 32
C. 42或32 D. 37或33

3A 图17-1-9是用4个全等的直角三角形与1个小正方形镶嵌而成的正方形图案,已知大正方形面积为49,小正方形面积为4,若用X、Y表示直角三角形的两直角边($X>Y$),请观察图案,指出以下关系式中不正确的是().

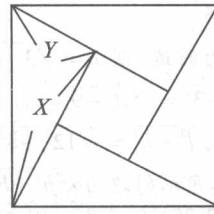


图17-1-9

已知大正方形面积为49,小正方形面积为4,若用X、Y表示直角三角形的两直角边($X>Y$),请观察图案,指出以下关系式中不正确的是().

- A. $X^2+Y^2=49$ B. $X-Y=2$
C. $2XY+4=49$ D. $X+Y=13$

点击考点

◆ 测试要点1

2007·江苏

测试要点1.2

2007·江苏

◆ 测试要点1

2007·四川

◆ 测试要点1.2

2007·四川

测试要点4

4A 如图17-1-10,用半径 $R=3cm$, $r=2cm$ 的钢球测量口小内大的内孔的直径D. 测得钢球顶点与孔口平面的距离分别为 $a=4cm$, $b=2cm$,则

内孔直径D的大小为().

- A. 9cm B. 8cm C. 7cm D. 6cm

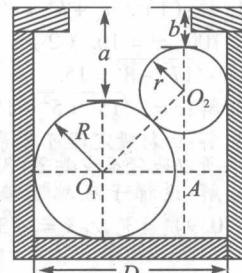


图17-1-10

5A 如图17-1-

11,在数轴上

找到一点A,

使 $OA=3$,作

直线l垂直

于 OA ,在l

上取点B,使

$AB=2$,以原点O为圆心,以OB为半径作弧,

弧与数轴的交点C表示的数为_____.

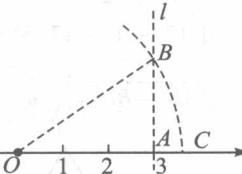


图17-1-11

- 6B 在直线 l 上依次摆着几个正方形(如图 17-1-12 所示),已知斜放置的三个正方形的面积分别为 1, 2, 3, 正放置的四个正方形的面积是 S_1, S_2, S_3, S_4 , 则 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

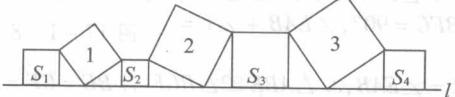


图 17-1-12

- 7B 一只蚂蚁从 12 米高的墙上沿竖直方向爬到地面, 又沿水平方向爬行 5 米, 则现在蚂蚁所在的位置距离出发点的直线距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.

- 8B 如图 17-1-13,(1) 分别以直角三角形 ABC 三边为直径向外作三个半圆, 其面积分别为 S_1, S_2, S_3 , 试说明 S_1, S_2, S_3 的关系.

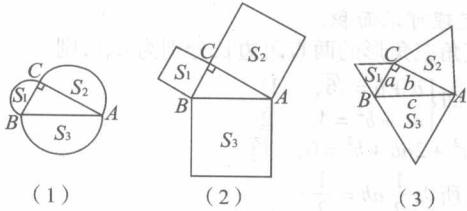


图 17-1-13

- (2) 分别以直角三角形 ABC 三边为边向外作三个正方形, 其面积为 S_1, S_2, S_3 , 则 S_1, S_2, S_3 有什么关系.

点击考点

◀ 测试要点 1, 2

2006·浙江

测试要点 1

▶ 测试要点 1, 3

2007·浙江

◀ 测试要点 3

2006·天津

◀ 测试要点 2

2006·四川

- (3) 分别以直角三角形 ABC 三边为边向外作三个等边三角形, 其面积为 S_1, S_2, S_3 , 请确定 S_1, S_2, S_3 的关系.

- 9B 如图 17-1-14 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, 斜边上 $CD = \sqrt{3}$, 求 AB 的长.

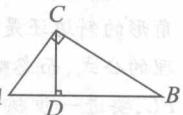


图 17-1-14

- 10C 李老师在与同学进行“蚂蚁怎样爬最近”的课题研究时设计了以下两个问题, 请你根据下列所给的重要条件分别求出蚂蚁需要爬行的最短路程的长.

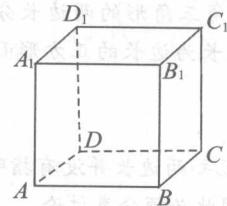


图 17-1-15

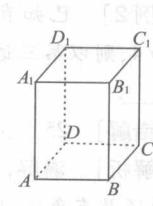


图 17-1-16

- (1) 如图 17-1-15, 正方体的棱长为 5cm, 一只蚂蚁欲从正方体底面上的 A 沿着正方体表面爬到点 C_1 处;

- (2) 如图 17-1-16, 正四棱柱的底面边长为 5cm, 侧棱长为 6cm, 一只蚂蚁从正四棱柱底面上的点 A 沿着棱柱表面爬到 C_1 处.

教材课后习题解答

练习

1. 解:(1) $a^2 + b^2 = c^2$, $a = 6$, $b = 8$, $\therefore 6^2 + 8^2 = c^2$, $\therefore c^2 = 100$, $c = 10$. (2) $\because a^2 + b^2 = c^2$, $\therefore b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$.

2. 解: $c = \sqrt{15^2 + 5^2} \approx 15.8$ (m)

3. 解: 由勾股定理可求得另一个直角边为 $\sqrt{4^2 - 2^2} \approx 3.5$ (m), 所以地毯至少要 $2 + 3.5 = 5.5$ (m).

4. 解: 设梯子底端距墙 x m, 由勾股定理, 得 $x^2 + (2.9 - 0.9)^2 = 3^2$, $\therefore x = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5} \approx 2.2$ (m), 所以梯子向外滑动距离为 $2.2 - 0.6 = 1.6$ (m)

5. 解:(1) 如图 17-1-17 所示, $BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ (cm), $\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ (cm), $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (cm^2). (2) 如

- 图 17-1-17 所示, $BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$, $\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

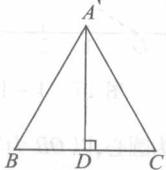


图 17-1-17

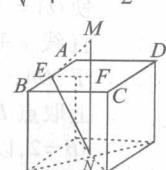


图 17-1-18

6. 解: 如图 17-1-18 所示, 正方形 $ABCD$ 水池边长为 10 尺, 则 $EF = 5$ 尺, 设水池深 x 尺, 芦苇高 $MN = x + 1$, 由勾股定理得 $EN^2 = FN^2 + EF^2$, 即 $(x + 1)^2 = x^2 + 5^2$, $x = 12$ 尺 = 4m, 所以池水深 4m, 芦苇长 4.3m.

7. 略

[习题 17.1]

1. (1) 6 8 (2) 12 $6\sqrt{3}$

2. 解: $AD = \sqrt{AB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{17^2 - \left(\frac{16}{2}\right)^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$.

3. 解: 若 x 为斜边, 则 $x = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$; 若 x 为直角边, 则 $x = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$.

4. 解: $BC = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} \approx 8.9$ (m).

5. 解: 直角三角形斜边为 $\sqrt{h^2 + b^2} = \sqrt{1.5^2 + 3^2} = \sqrt{11.25} \approx 3.35$ (m). $3.35 \times l = 3.35 \times 10 = 33.5$ (m^2). 即需要 33.5m^2 .

6. 解: 过 A 作 BC 的高 AD , 由勾股定理得 $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500$ (m). $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AC = \frac{1}{2}BC \cdot AD$, $\therefore AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{400 \times 300}{500} = 240$ m < 250 m, \therefore 需要暂时封闭.